

Минимизация площади соединений с учетом эффекта электромиграции и падения напряжения на проводниках

А.С. Плеханов¹, Р.В. Ерохин², М.В. Шеблаев², А.Н. Яхонтов²

¹ Nangate A/S, andyplekhanov@gmail.com

² eASIC Corporation, sheblaev@gmail.com

Аннотация — В данной статье рассмотрен алгоритм, позволяющий путем изменения ширин проводников минимизировать общую площадь проводников цепи с учетом ограничений, накладываемых эффектом электромиграции и падения напряжения на проводниках. Предложено использовать в процессе минимизации граф ограничений для повышения производительности алгоритма, что также позволяет задавать максимальную ширину каждого проводника и его вес.

Ключевые слова — трассировка, электромиграция, DFM, методы оптимизации.

I. ВВЕДЕНИЕ

Важной задачей при проектировании соединений является минимизация занимаемой ими площади на кристалле с учетом эффекта электромиграции и падения напряжения на проводниках. Проблема падения напряжения возникает при протекании большого тока в резистивных цепях что ухудшает характеристики и приводит к функциональным сбоям. Эффект электромиграции проявляется в диффузионном переносе массы проводника под действием электрического тока высокой плотности, что может привести к появлению обрывов и коротких замыканий и, как следствие, к отказу всего устройства. Заметим, что плотность тока и сопротивление проводника при постоянной толщине проводника зависят от геометрии проводника, что позволяет учитывать электромиграцию и падение напряжения уже на стадии проектирования топологии. В современных СБИС проводники занимают 50-80% площади кристалла и определяют надежность микросхемы. Для современных СБИС одним из доминирующих механизмов отказов является электромиграция в межэлементных соединениях [1].

В работе предложен алгоритм, позволяющий путем изменения ширин проводников минимизировать общую площадь проводников цепи с учетом ограничений, накладываемых эффектом электромиграции и падения напряжения на проводниках. Предложено использовать в процессе минимизации граф ограничений, что существенно улучшает производительность

алгоритма, а также позволяет задавать максимальную ширину каждого проводника и его вес.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть электрическая цепь $G = \{N, B\}$ содержит n узлов $N = \{1, \dots, n\}$ и b проводников $B = \{1, \dots, b\}$. Каждый проводник i в B соединен с двумя узлами i_1 и i_2 , напряжение на которых равно соответственно V_{i_1} и V_{i_2} , а ток в данном проводнике равен I_i .

Терминалами цепи мы также будем считать контактные площадки межслойных переходов, поэтому межслойный переход отображается в несколько вершин графа, соответствующих каждому слою, а между вершинами, соответствующими одному межслойному переходу, также создаются ребра. Кроме того, множество вершин мы дополним вершинами, соответствующими точкам контакта участков цепи в пределах одного слоя и точкам поворота проводников цепи.

Пусть значения l_i, w_i, m_i соответствуют длине, ширине и весу проводника i , причем $l_i > 0, w_i > 0, m_i > 0$, а ρ - удельное сопротивление. Тогда сопротивление проводника без учета технологических факторов может быть выражено как:

$$r_i = \frac{(V_{i_1} - V_{i_2})}{I_i} = \rho \frac{l_i}{w_i}.$$

Для получения межсоединений минимальной площади с учетом веса проводников необходимо минимизировать целевую функцию:

$$f(V, I) = \sum_{i \in B} m_i l_i w_i = \sum_{i \in B} \frac{\rho I_i m_i l_i^2}{V_{i_1} - V_{i_2}}.$$

Ограничения, которые естественным образом возникают при такой постановке задачи, могут быть сформулированы в следующем виде:

- Ограничения на падение напряжения между узлами:

$$V_{i, \min} \leq V_{i_1} - V_{i_2} \leq V_{i, \max}, i \in B.$$

- Ограничения на плотность тока σ в проводниках:

$$V_{i_1} - V_{i_2} \leq \rho l_i \sigma, i \in B.$$

- Технологические ограничения на минимальную ширину проводников:

$$w_i = \rho \frac{l_i I_i}{V_{i_1} - V_{i_2}} \geq w_{i,min}, i \in B.$$

- Ограничения на максимальную ширину проводников:

$$w_i = \rho \frac{l_i I_i}{V_{i_1} - V_{i_2}} \leq w_{i,max}.$$

Для ребер, соответствующих межслойным переходам, соответствующие равенства очевидным образом превращаются в пару неравенств.

III. АЛГОРИТМ МИНИМИЗАЦИИ

Минимизация общей площади межсоединений является нелинейной задачей. Следуя подходу, предложенному в [2], разобьем ее решение на несколько этапов. Следует заметить, что при решении данной задачи минимизации происходит переход от варьирования ширинами проводников к варьированию напряжениями и токами в заданных интервалах.

A. Линеаризация целевой функции

Пусть на первом этапе все токи в проводниках фиксированы и меняются только напряжения в узлах. Мы переходим от $f(V, I)$ к $f_I(\Delta V_i)$, $\Delta V_i = V_{i_1} - V_{i_2}$, при этом ограничения на плотность тока, минимальную и максимальную ширину проводников могут быть преобразованы к следующему виду:

$$\Delta V_i \leq V_{i,max}^0,$$

$$\Delta V_i \geq V_{i,min}^0,$$

где $V_{i,\{min,max\}}^0$ - минимальное и максимальное значения напряжения на ребре $i \in B$, соединяющем узлы i_1 и i_2 . Целевая функция может быть представлена как линейная в окрестности данной точки при помощи разложения в ряд Тейлора в окрестности данной точки [3]:

$$f_I(\Delta V_i) = \sum_{i \in B} \frac{\rho I_i m_i l_i^2}{\Delta V_i} \approx \sum_{i \in B} \frac{2\rho I_i m_i l_i^2}{V_{i_1}^0 - V_{i_2}^0} - \sum_{i \in B} \frac{\rho I_i m_i l_i^2}{(V_{i_1}^0 - V_{i_2}^0)^2} \Delta V_i.$$

Для того, чтобы ограничить решения областью линейности целевой функции необходимо добавить следующие ограничения:

$$V_{i,min} \leq \Delta V_i,$$

$$\Delta V_i \leq V_{i,max}.$$

B. Решение задачи линейного программирования на графе ограничений

Таким образом, задача минимизации новой целевой функции сводится к частному случаю задачи линейного программирования с коэффициентами равными плюс или минус единице и только двумя слагаемыми в каждом неравенстве. Это позволяет использовать существенно более эффективный по сравнению с классическими метод оптимизации, основанный на графе ограничений [4].

Рассмотрим направленный взвешенный граф ограничений $C = \{N, E\}$, каждая вершина которого соответствует напряжению в узле, а ребро соответствует одному ограничению на напряжение между двумя узлами. Данный подход позволяет также добавить исходные ограничения на падение напряжения между узлами и ограничения на максимальные напряжения между двумя вершинами.

Для каждой вершины графа вычисляется вес, который зависит от подключенных к соответствующему узлу проводников. Этот вес определяет направление оптимизации в процессе работы алгоритма и равен алгебраической сумме коэффициентов для соответствующих проводников:

$$\frac{\rho I_i m_i l_i^2}{(V_{i_1}^0 - V_{i_2}^0)^2}.$$

Каждому ребру графа ограничений присваивается значение максимального напряжения между двумя вершинами.

Выберем вершину j в графе C без входящих ребер. Если такой вершины в графе нет, то добавим к графу новую вершину и $|N|$ ребер с весом 0, соединяющих эту вершину со всеми остальными вершинами.

Проведем ранжирование графа ограничений - процедуру топологической сортировки с последующим определением максимально длинного пути между вершиной без входящих ребер и остальными вершинами графа. Необходимым и достаточным условием возможности проведения ранжирования графа является отсутствие циклов положительной длины в графе. При этом, как показано в [4], найденному максимальному пути соответствует допустимое решение исходной задачи линейного программирования.

Критическими ребрами графа ограничений C будем называть такие ребра $E' \subset E$, веса которых равны разности напряжений между двумя соответствующих этому ребру вершинами. Такие ребра соответствуют базовым переменным задачи линейного программирования.

После ранжирования строится связывающее дерево, причем ребра этого дерева принадлежат E' . Это дерево используется при минимизации для перехода от од-

ного допустимого решения к другому решению, соответствующему меньшему значению целевой функции.

Для одного шага минимизации соответствующего одному шагу линейного программирования выделяется некоторое подмножество вершин графа и вычисляются суммарный вес этих вершин. В случае если возможно изменение напряжений для этого подмножества вершин таким образом, что вес целевой линейризованной функции будет уменьшаться, происходит перестроение связывающего дерева путем удаления одного критического ребра и добавления другого из множества $E \setminus E^c$. Новое критическое ребро выбирается как ребро, препятствующее дальнейшему изменению напряжений в этой группе вершин.

Работа алгоритма минимизации с помощью графа ограничений заканчивается, когда невозможно выделить ни одной группы вершин, изменение напряжений в которой уменьшает линейризованную функцию. Таким образом, значение напряжений в вершинах графа ограничений будет являться решением задачи минимизации линейной функции с упомянутыми выше ограничениями [6].

После того, как найдена точка в которой линейная целевая функция принимает минимальное значение, исходная целевая функция раскладывается в ряд Тейлора в этой точке и процедура минимизации повторяется до тех пор, пока разность исходной целевой функции для двух последних итераций будет больше заданного значения.

В. Минимизация токов в проводниках

После оптимизации напряжений в узлах алгоритм переходит ко второму шагу, на котором происходит минимизация токов в проводниках при постоянных значениях напряжений в узлах. Эта задача минимизации может быть представлена линейной по I_i целевой функцией:

$$f(V, I) = \sum_{i \in B} \beta_i I_i,$$

где

$$\beta_i = \frac{\rho m_i l_i^2}{V_{i_1}^0 - V_{i_2}^0},$$

с учетом следующих ограничений:

$$\sum_{i \in B(j)} I_i = 0$$

для всех узлов $j = 1, \dots, n$ (закон Кирхгоффа) и ограничений на плотность тока:

$$\sigma_i \leq \sigma_{i,max}^0.$$

Задача сводится к поиску потока в сети минимальной стоимости и может быть решена с помощью симплекс-метода [5].

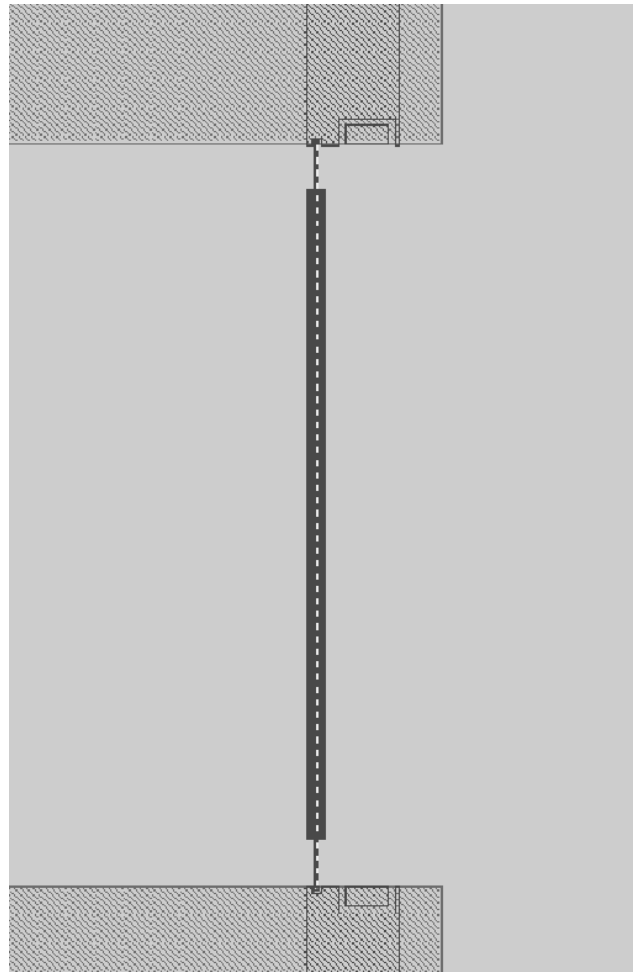


Рис. 1. Интерактивная оптимизация проводников

После завершения минимизации токов в проводниках алгоритм снова возвращается к первому этапу оптимизации и повторяет оба этапа до тех пор, пока значение исходной целевой функции может быть уменьшено.

Следует заметить, что при корректном выборе области линейризации значение целевой функции уменьшается на каждом этапе, что положительно решает вопрос корректности преобразований и обеспечивает сходимость алгоритма.

Г. Схема алгоритма

Алгоритм оптимизации включает в себя линейризацию, оптимизацию на графе ограничений при фиксированном токе и оптимизацию токов в проводниках симплекс-методом при фиксированных напряжениях. Алгоритм работает до тех пор, пока разница значений на двух соседних итерациях превышает заданную величину ε . Полная схема алгоритма может быть представлена в виде следующего псевдокода:

Начало

/* Инициализация значений */

$$I^k \leftarrow I^0$$

$$w_k \leftarrow w^0$$

$$V^k \leftarrow V^0$$

Повторять

Повторять

/*Линеаризация*/

$$f(V) = \sum_{i \in B} \frac{2\rho I_i m_i l_i^2}{V_{i1}^0 - V_{i2}^0} - \sum_{i \in B} \frac{\rho I_i m_i l_i^2}{(V_{i1}^0 - V_{i2}^0)^2} (V_{i1} - V_{i2})$$

Задать ограничения

на область линеаризации

$$V_{i1} - V_{i2} \leq V_{i,max}$$

$$V_{i,min} \leq V_{i1} - V_{i2}$$

Решить задачу оптимизации

на графе ограничений

Задать новые значения напряжений на узлах

полученные на при оптимизации

на графе

Пока целевая функция не улучшилась

Оптимизировать симплекс-методом

$$f(V, I) = \sum_{i \in B} \beta_i I_i$$

Задать новые значения I_i

Пока $|f(V^{k+1}, I^{k+1}) - f(V^k, I^k)| \leq \varepsilon$

Конец

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложен алгоритм, позволяющий путем изменения ширин проводников минимизировать общую площадь проводников цепи с учетом ограничений, накладываемых эффектом электромиграции и падения напряжения на проводниках. Использование в процессе минимизации графа ограничений существенно улучшает производительность алгоритма, а также позволяет задавать максимальную ширину каждого проводника и его вес. Также предложен механизм ограничения максимальной ширины проводников, что является актуальным при обработке уже созданных топологий. В частности, возможно применение предложенного алгоритма как при интерактивном контроле вновь создаваемой топологии (рис. 1), так и для проверки соблюдения технологических правил на уже существующей топологии (рис. 2).

В целевую функцию добавлен вес для каждого проводника, что позволяет задавать приоритет различных областей СБИС при оптимизации топологии.

Данный алгоритм реализован в виде библиотек подпрограмм на языке C++, использованных для контроля проводников при разработке пакета программ для интерактивной трассировки межсоединений. Тестирование алгоритма показало его быструю сходимость и высокую производительность при оптимизации реальных цепей.

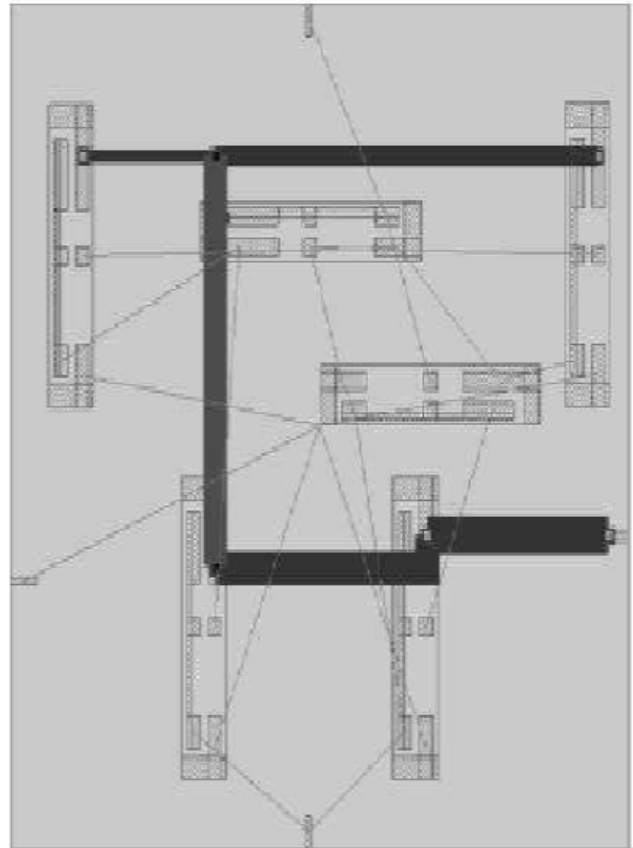


Рис. 2. Оптимизация ширины проводников

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Блохина В.Б. Модель надежности пленочных проводников СБИС с учетом процесса электромиграции // Седьмая Всероссийская научная конференция студентов-физиков и молодых ученых ВНКФСФ-7. Сборник тезисов.-Санкт-Петербург, 2001
- [2] Salim U. Chowdhury and Melvin A. Breuer. Minimal area design of power/ground nets having graph topologies // TCAS, CAS-34(12), December 1987. P. 1441-1450.
- [3] X. Tan, C.J.Richard Shi, D. Lungeanu, L. Yuan J. Lee Reliability-constrained area optimization of VLSI power/ground networks via sequence of linear programmings // Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, IEEE Transactions on Volume 22, Issue 12, December 2003. P. 1678 - 1684.
- [4] Sching L.Lin, Jonathan Allen. Minplex - A compactor that minimizes the boundary rectangle and individual rectangles in a layout // Proceeding of the 23rd Design Automation Conference, 1986. P. 123 - 130.
- [5] Ting-Yuan Wang, Charlie Chung-Ping Chen. Optimization of the power/ground network wire-sizing and spacing based on sequential network simplex algorithm // Proceedings of International Symposium on Quality Electronic Design, 2002. P. 157-162.
- [6] Плеханов А.С. Метод минимизации задержек сигналов при сжатии топологии с учетом технологической сетки. // Автоматизация и современные технологии, - 2001. - №1 - С. 24-26.