

# Многоканальные адаптивные лестничные фильтры

В.И. Джиган

Государственное унитарное предприятие города Москвы Научно-производственный центр  
«Электронные вычислительно-информационные системы» (ГУП НПЦ «ЭЛВИС»)

djigan@elvees.com

**Аннотация** — Рассматривается способ построения многоканальных адаптивных лестничных фильтров с одинаковым числом весовых коэффициентов в каналах. В отличие от одноканальных фильтров, в алгоритмах для многоканальных фильтров присутствуют операции над квадратными матрицами, размер (число элементов) которых определяется числом каналов многоканального адаптивного фильтра. Регулярная структура рассматриваемых фильтров способствует их реализации как программно с помощью цифровых сигнальных процессоров, так и аппаратно с помощью БИС.

**Ключевые слова** — адаптивная фильтрация; многоканальные адаптивные фильтры; RLS-алгоритмы; лестничные алгоритмы.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Адаптивная фильтрация является одним из широко используемых на практике направлений современной цифровой обработки сигналов [1]. Среди большого числа разнообразных приложений адаптивных фильтров можно выделить области, где для обработки нестационарных сигналов требуются многоканальные фильтры с одинаковым числом весовых коэффициентов (ВК) в каналах. Пример такой области – многоканальное подавление эхо-сигналов [2]. Наиболее эффективными адаптивными фильтрами нестационарных сигналов являются фильтры на базе рекурсивных алгоритмов по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS), в которых используется скользящее окно и динамическая регуляризация [3] при оценке корреляционной матрицы обрабатываемых сигналов. В задачах эхокомпенсации в качестве выходного сигнала используется лишь сигнал ошибки  $\alpha(k)$  между требуемым  $d(k)$  и выходным  $y(k)$  сигналами адаптивного фильтра. В лестничных RLS-алгоритмах вычисляется только сигнал  $\alpha(k)$ , поэтому они удобны для использования в задачах эхокомпенсации и в ряде других приложений.

Основные разновидности одноканальных адаптивных лестничных фильтров и алгоритмов их функционирования могут быть найдены в [4]. Регулярная структура всех вычислений в этих алгоритмах делает

их привлекательными как для программной реализации на базе современных цифровых сигнальных процессоров, так и для аппаратной реализации на базе специализированных сверхбольших интегральных схем. Также известно, что лестничные адаптивные фильтры характеризуются хорошей устойчивостью.

В настоящей работе рассматриваются шесть разновидностей лестничных алгоритмов для многоканальных адаптивных фильтров с одинаковым числом ВК  $N_1 = N_2 = \dots = N_m = \dots = N_M$  в каналах (рис. 1), где  $M$  – число каналов,  $\mathbf{h}_{N_m}(k)$  – векторы ВК,  $x_m(k)$  – входные сигналы,  $k$  – номер итерации алгоритма.

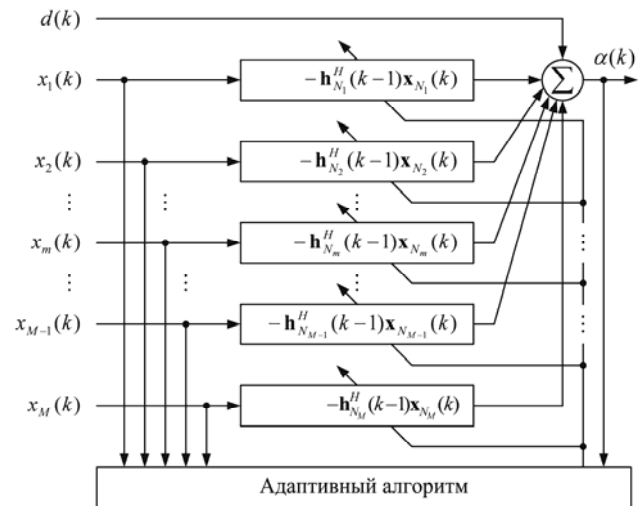


Рис. 1. Многоканальный адаптивный фильтр с одинаковым числом ВК в каналах

## II. МНОГОКАНАЛЬНЫЕ ЛЕСТНИЧНЫЕ АЛГОРИТМЫ

Лестничные алгоритмы для адаптивных фильтров (рис. 1) могут быть получены путем использования приемов, сходных с [4]. В полученных таким образом алгоритмах часть скалярных переменных заменяется на соответствующие матрицы и векторы.

Из определения ошибки  $\alpha(k)$  в многоканальном адаптивном фильтре следует, что ее энергия содержит не только энергии ошибок отдельных каналов, но и взаимные коэффициенты корреляций этих ошибок. Задав эти переменные в виде матрицы, а также следуя основным приемам получения RLS- и быстрых RLS-алгоритмов, можно получить матричные варианты лестничных алгоритмов для многоканальных адаптивных фильтров (рис. 1). При этом ошибки линейного предсказания представляются векторами с числом элементов  $M$ , а энергии этих ошибок – матрицами с числом элементов  $M \times M$ .

С помощью указанных приемов получены следующие разновидности лестничных алгоритмов: на основе априорных и апостериорных ошибок, на основе априорных ошибок, на основе апостериорных ошибок, на основе априорных и апостериорных ошибок с обратными связями, на основе априорных ошибок с обратными связями, и на основе QR-разложения без операций извлечения квадратного корня. В этих алгоритмах коэффициенты отражения становятся матрицами  $\Gamma_M^{f(n)}(k)$ ,  $\Gamma_M^{b(n)}(k)$  и вектором  $\gamma_M^{(n)}(k)$ .

Другие разновидности многоканальных лестничных алгоритмов этим способом получить невозможно, так как ряд переменных в многоканальных алгоритмах становятся некоммутуируемыми матрицами, что не позволяет производить над ними преобразования, аналогичные используемым при получении одноканальных алгоритмов.

Ниже приводится вычислительная процедура многоканального лестничного RLS-алгоритма со скользящим окном на основе априорных и апостериорных ошибок:

$$\mathbf{Initialization} : \mathbf{E}_{M,x_D}^{f(n)}(0) = \delta^2 \mathbf{I}_M,$$

$$\mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(0) = \delta^2 \lambda^{-(n-1)} \mathbf{I}_M, \mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(0) = \delta^2 \lambda^{-(n-1)} \mathbf{I}_M,$$

$$\Delta_{M,x_D}^{(n)}(0) = \mathbf{O}_M, \mathbf{\kappa}_{M,x_D}^{(n)}(0) = \mathbf{0}_M, \mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(0) = \mathbf{0}_M,$$

$$\mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(0) = \mathbf{0}_M, \mathbf{e}_{M,x_U}^{b(n)}(0) = \mathbf{0}_M, \mathbf{e}_{M,x_D}^{b(n)}(0) = \mathbf{0}_M,$$

$$\Gamma_{M,x_D}^{f(n)}(0) = \mathbf{O}_M, \Gamma_{M,x_D}^{b(n)}(0) = \mathbf{O}_M,$$

$$\gamma_{M,x_D}^{(n)}(0) = \mathbf{0}_M, n=1,2,\dots,N$$

**For**  $k=1,2,\dots,K$

$$\mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{f(1)}(k) = [x_1(k), \dots, x_M(k)]^T$$

$$\mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{b(1)}(k) = [x_1(k), \dots, x_M(k)]^T$$

$$\mathbf{e}_{M,x_U}^{f(1)}(k) = [x_1(k), \dots, x_M(k)]^T$$

$$\mathbf{e}_{M,x_U}^{b(1)}(k) = [x_1(k), \dots, x_M(k)]^T$$

$$\alpha_{x_U}^{(1)}(k) = d(k), e_{x_U}^{(1)}(k) = d(k)$$

$$\mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{f(1)}(k) = [x_1(k-L), \dots, x_M(k-L)]^T$$

$$\mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{b(1)}(k) = [x_1(k-L), \dots, x_M(k-L)]^T$$

$$\mathbf{e}_{M,x_D}^{f(1)}(k) = [x_1(k-L), \dots, x_M(k-L)]^T$$

$$\mathbf{e}_{M,x_D}^{b(1)}(k) = [x_1(k-L), \dots, x_M(k-L)]^T$$

$$\alpha_{x_D}^{(1)}(k) = d(k-L), e_{x_D}^{(1)}(k) = d(k-L)$$

**For**  $n=1,2,\dots,N$

$$\mathbf{E}_{M,x_U}^{f(n)}(k) = \lambda \mathbf{E}_{M,x_D}^{f(n)}(k-1) + \mathbf{e}_{M,x_U}^{f(n)}(k) \mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{f(n)H}(k)$$

$$\mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k) = \lambda \mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) + \mathbf{e}_{M,x_U}^{b(n)}(k) \mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)H}(k)$$

$$\Delta_{M,x_U}^{(n)}(k) = \lambda \Delta_{M,x_D}^{(n)}(k-1) + \mathbf{e}_{M,x_U}^{b(n)}(k-1) \mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{f(n)H}(k)$$

$$\mathbf{\kappa}_{M,x_U}^{(n)}(k) = \lambda \mathbf{\kappa}_{M,x_D}^{(n)}(k-1) + \mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(k) e_{x_U}^{(n)*}(k)$$

$$\mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{f(n+1)}(k) = \mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{f(n)}(k) + \Gamma_{M,x_D}^{f(n)H}(k-1) \mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(k-1)$$

$$\mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{b(n+1)}(k) = \mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(k-1) + \Gamma_{M,x_D}^{b(n)H}(k-1) \mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{f(n)}(k)$$

$$\alpha_{x_U}^{(n+1)}(k) = \alpha_{x_U}^{(n)}(k) + \gamma_{M,x_D}^{(n)H}(k-1) \mathbf{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(k)$$

$$\Gamma_{M,x_U}^{f(n)}(k) = -[\mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k-1)]^{-1} \Delta_{M,x_U}^{(n)}(k)$$

$$\Gamma_{M,x_U}^{b(n)}(k) = -[\mathbf{E}_{M,x_U}^{f(n)}(k)]^{-1} \Delta_{M,x_U}^{(n)H}(k)$$

$$\gamma_{M,x_U}^{(n)}(k) = -[\mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k)]^{-1} \mathbf{\kappa}_{M,x_U}^{(n)}(k)$$

$$\gamma_{M,x_U}^{(n)}(k) = -[\mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k)]^{-1} \mathbf{\kappa}_{M,x_U}^{(n)}(k)$$

$$\mathbf{e}_{M,x_U}^{f(n+1)}(k) = \mathbf{e}_{M,x_U}^{f(n)}(k) + \Gamma_{M,x_U}^{f(n)H}(k) \mathbf{e}_{M,x_U}^{b(n)}(k-1)$$

$$\mathbf{e}_{M,x_U}^{b(n+1)}(k) = \mathbf{e}_{M,x_U}^{b(n)}(k-1) + \Gamma_{M,x_U}^{b(n)H}(k) \mathbf{e}_{M,x_U}^{f(n)}(k)$$

$$e_{x_U}^{(n+1)}(k) = e_{x_U}^{(n)}(k) + \gamma_{M,x_U}^{(n)H}(k) \mathbf{e}_{M,x_U}^{b(n)}(k)$$

$$\mathbf{E}_{M,x_D}^{f(n)}(k) = \mathbf{E}_{M,x_U}^{f(n)}(k) - \mu \mathbf{e}_{M,x_D}^{f(n)}(k) \mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{f(n)H}(k)$$

$$\mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k) = \mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k) - \mu \mathbf{e}_{M,x_D}^{b(n)}(k) \mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)H}(k)$$

$$\Delta_{M,x_D}^{(n)}(k) = \Delta_{M,x_U}^{(n)}(k) - \mu \mathbf{e}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) \mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{f(n)H}(k)$$

$$\mathbf{\kappa}_{M,x_D}^{(n)}(k) = \mathbf{\kappa}_{M,x_U}^{(n)}(k) - \mu \mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(k) e_{x_D}^{(n)*}(k)$$

$$\mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{f(n+1)}(k) = \mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{f(n)}(k) + \Gamma_{M,x_U}^{f(n)H}(k) \mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1)$$

$$\mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{b(n+1)}(k) = \mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) + \Gamma_{M,x_U}^{b(n)H}(k) \mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{f(n)}(k)$$

$$\alpha_{x_D}^{(n+1)}(k) = \alpha_{x_D}^{(n)}(k) + \gamma_{M,x_U}^{(n)H}(k) \mathbf{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(k)$$

$$\Gamma_{M,x_D}^{f(n)}(k) = -[\mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1)]^{-1} \Delta_{M,x_D}^{(n)}(k)$$

$$\Gamma_{M,x_D}^{b(n)}(k) = -[\mathbf{E}_{M,x_D}^{f(n)}(k)]^{-1} \Delta_{M,x_D}^{(n)H}(k)$$

$$\gamma_{M,x_D}^{(n)}(k) = -[\mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k)]^{-1} \mathbf{\kappa}_{M,x_D}^{(n)}(k)$$

$$\mathbf{e}_{M,x_D}^{f(n+1)}(k) = \mathbf{e}_{M,x_D}^{f(n)}(k) + \Gamma_{M,x_D}^{f(n)H}(k) \mathbf{e}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1)$$

$$\mathbf{e}_{M,x_D}^{b(n+1)}(k) = \mathbf{e}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) + \Gamma_{M,x_D}^{b(n)H}(k) \mathbf{e}_{M,x_D}^{f(n)}(k)$$

$$e_{x_D}^{(n+1)}(k) = e_{x_D}^{(n)}(k) + \gamma_{M,x_D}^{(n)H}(k) \mathbf{e}_{M,x_D}^{b(n)}(k)$$

**End for**  $n$

**End for**  $k$

Здесь нижние индексы  $x_U$  и  $x_D$  обозначают вычисления, связанные с независимыми потоками данных  $x_m(k)$  и  $x_m(k-L)$ , возникающими при использовании скользящего окна в  $L$  отсчетов обрабатываемых сигналов [3],  $\mu = \lambda^L$ ,  $\delta$  – параметр начальной регуляризации корреляционной матрицы,  $\mathbf{I}_M$  и  $\mathbf{O}_M$  – единичная и нулевая матрицы, а  $\mathbf{0}_M$  – нулевой вектор. Остальные обозначения в описании рассматриваемых алгоритмов в основном совпадают с обозначениями, принятыми в [3, 4]. Интересующим выходным сигналом ошибки лестничного адаптивного фильтра является сигнал  $\alpha(k) = \alpha_{x_U}^{(N+1)}(k)$ .

Для получения версии многоканального лестничного алгоритма на основе только априорных ошибок необходимо определить отношения ошибок:

$$\begin{aligned}\varphi_{x_U}^{(n+1)}(k) &= \varphi_{x_U}^{(n)}(k) \times \\ &\times \left[ 1 - \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)H}(k) \left[ \mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k) \right]^{-1} \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(k) \varphi_{x_U}^{(n)}(k) \right], \\ \varphi_{x_D}^{(n+1)}(k) &= \varphi_{x_D}^{(n)}(k) \times \\ &\times \left[ 1 + \mu \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)H}(k) \left[ \mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k) \right]^{-1} \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(k) \varphi_{x_D}^{(n)}(k) \right],\end{aligned}$$

с помощью которых в приведенном выше алгоритме векторы апостериорных ошибок линейного предсказания вычисляются как

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_{M,x_U}^{f(n)} &= \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{f(n)}(k) \varphi_{x_U}^{(n)}(k-1), \\ \mathbf{e}_{M,x_U}^{b(n)} &= \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(k) \varphi_{x_U}^{(n)}(k), \\ \mathbf{e}_{M,x_D}^{f(n)} &= \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{f(n)}(k) \varphi_{x_D}^{(n)}(k-1), \\ \mathbf{e}_{M,x_D}^{b(n)} &= \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(k) \varphi_{x_D}^{(n)}(k).\end{aligned}$$

В многоканальном алгоритме на основе только апостериорных ошибок отношения ошибок вычисляются как

$$\begin{aligned}\varphi_{x_U}^{(n+1)}(k) &= \varphi_{x_U}^{(n)}(k) - \mathbf{e}_{M,x_U}^{b(n)H}(k) \left[ \mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k) \right]^{-1} \mathbf{e}_{M,x_U}^{b(n)}(k), \\ \varphi_{x_D}^{(n+1)}(k) &= \varphi_{x_D}^{(n)}(k) + \mu \mathbf{e}_{M,x_D}^{b(n)H}(k) \left[ \mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k) \right]^{-1} \mathbf{e}_{M,x_D}^{b(n)}(k),\end{aligned}$$

а векторы априорных ошибок – как

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{f(n)} &= \mathbf{e}_{M,x_U}^{f(n)}(k) / \varphi_{x_U}^{(n)}(k-1), \\ \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)} &= \mathbf{e}_{M,x_U}^{b(n)}(k) / \varphi_{x_U}^{(n)}(k), \\ \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{f(n)} &= \mathbf{e}_{M,x_D}^{f(n)}(k) / \varphi_{x_D}^{(n)}(k-1), \\ \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)} &= \mathbf{e}_{M,x_D}^{b(n)}(k) / \varphi_{x_D}^{(n)}(k).\end{aligned}$$

В многоканальном алгоритме на основе априорных и апостериорных ошибок с обратными связями рекурсивно вычисляются матрицы и вектор коэффициентов отражения:

$$\begin{aligned}\Gamma_{M,x_U}^{f(n)}(k) &= \Gamma_{M,x_D}^{f(n)}(k-1) - \\ &- \left[ \mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k-1) \right]^{-1} \mathbf{e}_{M,x_U}^{b(n)}(k-1) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{f(n+1)H}(k), \\ \Gamma_{M,x_U}^{b(n)}(k) &= \Gamma_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) - \\ &- \left[ \mathbf{E}_{M,x_U}^{f(n)}(k) \right]^{-1} \mathbf{e}_{M,x_U}^{f(n)}(k) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n+1)H}(k), \\ \Gamma_{M,x_D}^{f(n)}(k) &= \Gamma_{M,x_U}^{f(n)}(k) + \\ &+ \mu \left[ \mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) \right]^{-1} \mathbf{e}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{f(n+1)H}(k), \\ \Gamma_{M,x_D}^{b(n)}(k) &= \Gamma_{M,x_U}^{b(n)}(k) + \\ &+ \mu \left[ \mathbf{E}_{M,x_D}^{f(n)}(k) \right]^{-1} \mathbf{e}_{M,x_D}^{f(n)}(k) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n+1)H}(k),\end{aligned}$$

а в многоканальном алгоритме с обратными связями на основе только априорных ошибок используются приведенные выше выражения для вычисления отношений ошибок и выраженные посредством них апостериорные ошибки.

Получен также многоканальный лестничный RLS-алгоритм со скользящим окном на основе априорных ошибок линейного предсказания и QR-разложения с использованием вращений Гивенса без операций извлечения квадратного корня, вычислительная процедура которого приведена ниже:

$$\begin{aligned}\textbf{Initialization} : \mathbf{E}_{M,x_D}^{f(n)}(0) &= \delta^2 \mathbf{I}_M, \\ \mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(0) &= \delta^2 \lambda^{-(n-1)} \mathbf{I}_M, \mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(0) = \delta^2 \lambda^{-(n-1)} \mathbf{I}_M, \\ \varphi_{x_U}^{(n)}(0) &= 1, \varphi_{x_D}^{(n)}(0) = 1, \\ \overline{\mathbf{C}}_{M,x_U}^{b(n)}(0) &= \mathbf{I}_M, \overline{\mathbf{s}}_{M,x_U}^{b(n)}(0) = \mathbf{0}_M, \overline{\mathbf{C}}_{M,x_D}^{b(n)}(0) = \mathbf{I}_M, \\ \overline{\mathbf{s}}_{M,x_D}^{b(n)}(0) &= \mathbf{0}_M, \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(0) = \mathbf{0}_M, \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(0) = \mathbf{0}_M, \\ \Gamma_{M,x_D}^{f(n)}(0) &= \mathbf{O}_M, \Gamma_{M,x_D}^{b(n)}(0) = \mathbf{O}_M, \Upsilon_{M,x_D}^{(n)}(0) = \mathbf{0}_M, \\ n &= 1, 2, \dots, N\end{aligned}$$

**For**  $k = 1, 2, \dots, K$

$$\begin{aligned}\varphi_{x_U}^{(1)}(k) &= 1 \\ \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{f(1)}(k) &= [x_1(k), \dots, x_M(k)]^T \\ \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(1)}(k) &= [x_1(k), \dots, x_M(k)]^T \\ \alpha_{x_U}^{(1)}(k) &= d(k) \\ \varphi_{x_D}^{(1)}(k) &= 1 \\ \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{f(1)}(k) &= [x_1(k-L), \dots, x_M(k-L)]^T \\ \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(1)}(k) &= [x_1(k-L), \dots, x_M(k-L)]^T \\ \alpha_{x_D}^{(1)}(k) &= d(k-L)\end{aligned}$$

**For**  $n = 1, 2, \dots, N$

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{M,x_U}^{f(n)}(k) &= \lambda \mathbf{E}_{M,x_D}^{f(n)}(k-1) + \\ &+ \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{f(n)}(k) \varphi_{x_U}^{(n)}(k-1) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{f(n)H}(k)\end{aligned}$$

### III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Алгоритмы, рассмотренные в настоящей работе, математически эквивалентны многоканальным алгоритмам [3] при одинаковом числе ВК в каналах. Арифметическая сложность полученных многоканальных лестничных алгоритмов (без учета операций обращения матриц энергий ошибок) примерно в  $M$  раз больше сложности одноименных одноканальных алгоритмов. При  $N_m \gg M$  и небольших значениях  $M$  арифметическая сложность выполнения операций  $[\mathbf{E}_{M,x_U}^{f(n)}(k)]^{-1}$ ,  $[\mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k)]^{-1}$ ,  $[\mathbf{E}_{M,x_D}^{f(n)}(k)]^{-1}$  и  $[\mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k)]^{-1}$  практически не сказывается на общей сложности алгоритмов. Эти операции могут быть выполнены, например, с помощью леммы об обращении матриц [5]. Их сложность –  $O(M^2)$  арифметических операций.

Структура вычислений в рассмотренных алгоритмах, подобно их одноканальным версиям, является регулярной, что обеспечивает возможность их эффективной реализации как программным, так и аппаратным способами. Эти алгоритмы, включая их регуляризованные версии, разработаны для постоянно пополняемой прикладной библиотеки адаптивной фильтрации для цифровых сигнальных процессоров отечественной серии "Мультикор" [6].

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Джиган В.И. Адаптивные фильтры и их приложения в радиотехнике и связи // Современная электроника. 2009. № 9. С. 56–63 (часть 1). 2010. № 1. С. 72–77 (часть 2). 2010. № 2. С. 70–77 (часть 3).
- [2] Messerschmitt D. Echo cancellation in speech and data transmission // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 1984. Vol. 2. No. 2. P. 283–297.
- [3] Джиган В.И. Многоканальные RLS- и быстрые RLS-алгоритмы адаптивной фильтрации // Успехи современной радиоэлектроники. 2004. № 11. С. 48–77.
- [4] Джиган В.И. Многообразие лестничных RLS-алгоритмов адаптивной фильтрации // Цифровая обработка сигналов. 2005. № 3. С. 2–12.
- [5] Giordano A.A., Hsu F.M. Least square estimation with application to digital signal processing. Canada, Toronto: John Wiley and Sons, Inc., 1985. 412 p.
- [6] Джиган В.И. Прикладная библиотека адаптивных алгоритмов // Электроника: Наука, Технологии, Бизнес. 2006. №1. С. 60–65.

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{C}}_{M,x_U}^{f(n)}(k) &= \lambda [\mathbf{E}_{M,x_U}^{f(n)}(k)]^{-1} \mathbf{E}_{M,x_D}^{f(n)}(k-1) \\
\bar{\mathbf{s}}_{M,x_U}^{f(n)}(k) &= [\mathbf{E}_{M,x_U}^{f(n)}(k)]^{-1} \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{f(n)}(k) \varphi_{x_U}^{(n)}(k-1) \\
\boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{f(n+1)}(k) &= \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{f(n)}(k) + \boldsymbol{\Gamma}_{M,x_D}^{f(n)H}(k-1) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(k-1) \\
\boldsymbol{\Gamma}_{M,x_U}^{f(n)}(k) &= \bar{\mathbf{C}}_{M,x_U}^{f(n)}(k-1) \boldsymbol{\Gamma}_{M,x_D}^{f(n)}(k-1) - \\
&- \bar{\mathbf{s}}_{M,x_U}^{b(n)}(k-1) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{f(n)H}(k) \\
\mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k) &= \lambda \mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) + \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(k) \varphi_{x_U}^{(n)}(k) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)H}(k) \\
\bar{\mathbf{C}}_{M,x_U}^{b(n)}(k) &= \lambda [\mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k)]^{-1} \mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) \\
\bar{\mathbf{s}}_{M,x_U}^{b(n)}(k) &= [\mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k)]^{-1} \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(k) \varphi_{x_U}^{(n)}(k) \\
\boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n+1)}(k) &= \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(k-1) + \boldsymbol{\Gamma}_{M,x_D}^{b(n)H}(k-1) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{f(n)}(k) \\
\boldsymbol{\Gamma}_{M,x_U}^{b(n)}(k) &= \bar{\mathbf{C}}_{M,x_U}^{f(n)}(k) \boldsymbol{\Gamma}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) - \\
&- \bar{\mathbf{s}}_{M,x_U}^{f(n)}(k) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)H}(k-1) \\
\alpha_{x_U}^{(n+1)}(k) &= \alpha_{x_U}^{(n)}(k) + \gamma_{M,x_D}^{(n)H}(k-1) \alpha_{M,x_U}^{b(n)}(k) \\
\gamma_{M,x_U}^{(n)}(k) &= \bar{\mathbf{C}}_{M,x_U}^{b(n)}(k) \gamma_{M,x_D}^{(n)}(k-1) - \bar{\mathbf{s}}_{M,x_U}^{b(n)}(k) \alpha_{x_U}^{(n)*}(k) \\
\varphi_{x_U}^{(n+1)}(k) &= \varphi_{x_U}^{(n)}(k) \times \\
&\times \left[ 1 - \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)H}(k) [\mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k)]^{-1} \boldsymbol{\alpha}_{M,x_U}^{b(n)}(k) \varphi_{x_U}^{(n)}(k) \right] \\
\mathbf{E}_{M,x_D}^{f(n)}(k) &= \mathbf{E}_{M,x_U}^{f(n)}(k) - \\
&- \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{f(n)}(k) \varphi_{x_D}^{(n)}(k-1) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{f(n)H}(k) \\
\bar{\mathbf{C}}_{M,x_D}^{f(n)}(k) &= [\mathbf{E}_{M,x_D}^{f(n)}(k)]^{-1} \mathbf{E}_{M,x_U}^{f(n)}(k) \\
\bar{\mathbf{s}}_{M,x_D}^{f(n)}(k) &= [\mathbf{E}_{M,x_D}^{f(n)}(k)]^{-1} \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{f(n)}(k) \varphi_{x_D}^{(n)}(k-1) \\
\boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{f(n+1)}(k) &= \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{f(n)}(k) + \boldsymbol{\Gamma}_{M,x_U}^{f(n)H}(k) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) \\
\boldsymbol{\Gamma}_{M,x_D}^{f(n)}(k) &= \bar{\mathbf{C}}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) \boldsymbol{\Gamma}_{M,x_U}^{f(n)}(k) + \\
&+ \boldsymbol{\mu} \bar{\mathbf{s}}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{f(n)H}(k) \\
\mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k) &= \mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k) - \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(k) \varphi_{x_D}^{(n)}(k) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)H}(k) \\
\bar{\mathbf{C}}_{M,x_D}^{b(n)}(k) &= [\mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k)]^{-1} \mathbf{E}_{M,x_U}^{b(n)}(k) \\
\bar{\mathbf{s}}_{M,x_D}^{b(n)}(k) &= [\mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k)]^{-1} \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(k) \varphi_{x_D}^{(n)}(k) \\
\boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n+1)}(k) &= \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(k-1) + \boldsymbol{\Gamma}_{M,x_U}^{b(n)H}(k) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{f(n)}(k) \\
\boldsymbol{\Gamma}_{M,x_D}^{b(n)}(k) &= \bar{\mathbf{C}}_{M,x_D}^{f(n)}(k) \boldsymbol{\Gamma}_{M,x_U}^{b(n)}(k) + \\
&+ \boldsymbol{\mu} \bar{\mathbf{s}}_{M,x_D}^{f(n)}(k) \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)H}(k-1) \\
\alpha_{x_D}^{(n+1)}(k) &= \alpha_{x_D}^{(n)}(k) + \gamma_{M,x_U}^{(n)H}(k) \alpha_{M,x_D}^{b(n)}(k) \\
\gamma_{M,x_D}^{(n)}(k) &= \bar{\mathbf{C}}_{M,x_D}^{b(n)}(k) \gamma_{M,x_U}^{(n)}(k) + \boldsymbol{\mu} \bar{\mathbf{s}}_{M,x_D}^{b(n)}(k) \alpha_{x_D}^{(n)*}(k) \\
\varphi_{x_D}^{(n+1)}(k) &= \varphi_{x_D}^{(n)}(k) \times \\
&\times \left[ 1 + \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)H}(k) [\mathbf{E}_{M,x_D}^{b(n)}(k)]^{-1} \boldsymbol{\alpha}_{M,x_D}^{b(n)}(k) \varphi_{x_D}^{(n)}(k) \right]
\end{aligned}$$

End for  $n$

End for  $k$