

# Применение селективных методов для параметрической редукции высокоразмерных моделей

М.М. Гурарий, М.М. Жаров, А.А. Лялинский, С.Г. Русаков

Учреждение Российской академии наук

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, [irpm@irpm.ru](mailto:irpm@irpm.ru)

**Аннотация** — Показана возможность расширения селективных методов редукции для генерации параметризованных упрощенных моделей. Получены выражения для вычисления матриц чувствительностей на шаге редуцирования схемы.

**Ключевые слова** — модели электрических цепей, проблема высоких размерностей, понижение порядка моделей, отклонения параметров, параметризованные модели, параметрическая редукция, методы редукции.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Быстрый прогресс технологии, связанный с переходом к наноразмерным проектным нормам, предъявляет новые требования к методам редукции моделей СБИС. В последнее время предметом интенсивных исследований стали постановки задач для нового направления автоматизации формирования упрощенных динамических моделей - параметрической редукции [1-7]. Методы параметрической редукции в перспективе позволяют сохранить в упрощенных моделях параметрическое описание переменных проектирования, например, геометрических размеров межсоединений, таких как ширина, длина и высота металлизированных шин, а также условий работы схем, например, температуру и т.п. Присутствие таких параметров в моделях расширяет возможности проектирования, позволяет предсказывать поведение систем при параметрических отклонениях, создаёт предпосылки для включения моделей в важные виды моделирования, такие как допусковой анализ, статистический анализ, и для организации оптимизационных процедур. Для сохранения такой возможности при автоматическом формировании моделей пониженной размерности необходима разработка специальных методов генерации параметризованных моделей.

Следует отметить, что предметом исследований при генерации параметрических упрощенных моделей стали, в первую очередь, вычислительные процедуры на базе двух групп популярных методов редукции моделей. Первая группа базируется на методах подпространств Крылова [8-12], вторая – на методах балансной реализации [13-15].

В силу своей простоты и экономичности всё большее распространение среди практически применяемых алгоритмов редукции моделей получают сейчас так называемые селективные методы [16,17] и связанные с ними методы возмущений в редукции [18]. В настоящей статье обсуждаются подходы генерации параметризованных моделей в рамках селективных методов редукции.

## II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Пусть полная математическая модель фрагмента схемы задается системой алгебро-дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} f(x, \dot{x}, y, \dot{y}, par) &= 0 \\ I_{пол} &= h(x, \dot{x}, y, \dot{y}, par) \end{aligned} \quad (1)$$

где:  $x(t)$  – вектор-функция внутренних переменных,  $x(t) \in R^N, t \in [0, \infty]$   $y(t)$  – вектор-функция внешних (полусных) переменных ( $y(t) \in R^l$ ),  $par$  – вектор параметров,  $I_{пол}$  – вектор функция выходных характеристик. При формировании (1) методом узловых потенциалов  $x$  и  $y$  – вектора потенциалов внутренних и внешних узлов, соответственно, а  $I_{пол}$  – вектор полусных токов подсхемы.

Пусть  $P$  – вектор параметров, которые требуется сохранить в упрощенной модели,  $P \leq par$ .

Задача редукции фрагмента заключается в понижении порядка системы (1), т.е. формировании упрощенной системы:

$$\begin{aligned} r(z, \dot{z}, y, \dot{y}, P) &= 0 \\ I_{ред} &= q(z, \dot{z}, y, \dot{y}, P) \end{aligned} \quad (2)$$

где  $I_{ред}$  – вектор полусных токов,  $z(t)$  – вектор внутренних переменных ( $z(t) \in R^M$ ),  $M < N$ .

Частным случаем (2) является отсутствие вектора  $z$ , т.е.  $M = 0$ :

$$I_{ред} = q(y, \dot{y}, P) \quad (3)$$

Величина  $E_r$ :

$$E_r = \|I_{ред}(z, \dot{z}, y, \dot{y}, P) - I_{пол}(x, \dot{x}, y, \dot{y}, P)\| \quad (4)$$

определяет количественную оценку погрешности редуцированной модели.

### III. ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ РЕДУКЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Упрощенная модель при рассматриваемом подходе формируется в виде;

$$I_{ред} = q_{ст}(y, P) + C_{эkv}(y, P)\dot{y} \quad (5)$$

Здесь первый член суммы представляет собой статическую модель, а второй определяет динамический вклад токов.

Метод исключения внутренних переменных, реализованный на базе метода возмущений, позволяет вычислять элементы матрицы  $C_{эkv}(y)$ , используя формулу [18-20]:

$$C_{эkv}(y) = [H_{\dot{y}} + H_x \frac{\partial x}{\partial y}] - H_x F_x^{-1} [F_{\dot{y}} + F_x F_x^{-1} F_y] \quad (6)$$

Элементами формулы являются матрицы производных для функций  $f$  и  $h$  в (1), полученные по результатам определения статического решения. Достоинством такого способа формирования упрощенных динамических моделей можно считать фактическое сведение к статической задаче, что снимает целый ряд трудностей, связанных с решением аппроксимационных задач во временной области. Вычисление  $C_{эkv}$  осуществляется одновременно с расчетом статических режимов при изменении  $y$  в области определения внешних переменных. Ограничения для частотного диапазона применения редуцированных моделей приведены в [18,20].

Так как рассматриваемый метод редукции требует небольших вычислительных затрат на каждую точку варьируемых переменных  $p$  ( $p \in P$ ), то он может эффективно применяться для генерации параметризованных моделей. Это требует проведения дополнительных расчетов при варьировании величины этих параметров, эквивалентных вычислению полюсных зависимостей. На этапе аппроксимации размерность задачи увеличивается на число сохранённых в редуцированной модели параметров. Как указывалось ранее, такая модель благодаря сохранению некоторых заданных параметров полной модели может успешно

применяться для целей оптимального проектирования или статистического анализа [21].

На рис.1,а показана схема генератора стабильного тока (ГСТ), являющегося типовым фрагментом аналоговых БИС. Будем считать, что конструктивно возможна вариация только номинала резистора R1. Эта ситуация характерна для БИС, проектируемых на основе базового кристалла. Поэтому в качестве параметра модели выбирается величина этого резистора. Областью его определения является диапазон от 1к0м до 10к0м. Характеристики редуцированной модели рассчитывались численно с применением (6) при различных значениях (U1,U2) и номинала резистора R1. Результаты приведены на рис. 1,б. После аппроксимации рассчитанных характеристик как функций трёх переменных получаем макро модель с одним параметром.

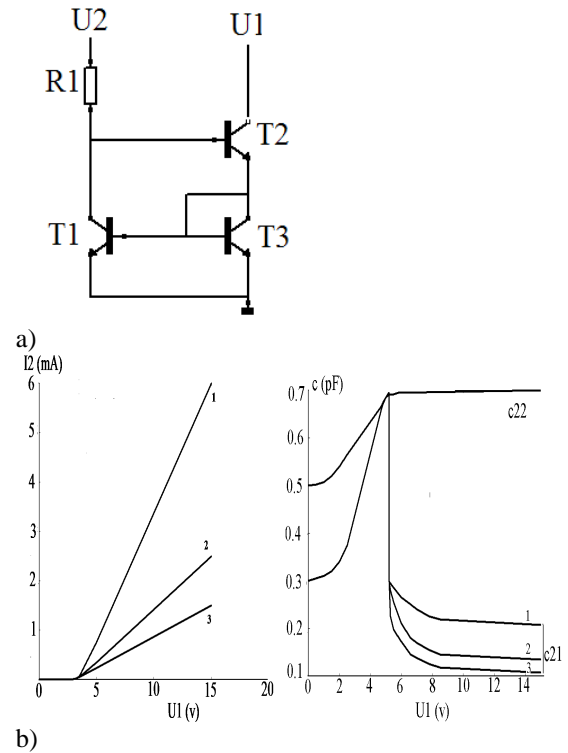


Рис.1. Исходная схема генератора стабильного тока (а) и результирующие выходные характеристики  $I(U1)$  и  $C(U1)$  редуцированной модели после исключения внутренних переменных (б) для разных значений сохранённого параметра R1 (1- R1=1k, 2- R1=2k, 3- R1=5k)

### IV. СВЯЗЬ С СЕЛЕКТИВНЫМИ МЕТОДАМИ

В [18] показана связь алгоритмов исключения на базе метода возмущений и селективных методов исключения при редукции моделей. Частный случай редукции линеаризованных моделей пассивных цепей с одномерным исключением переменных приводит к правилу узлового исключения, известному как

алгоритм TICER [16]. В обозначениях [16] формулы редукции, в частности, формулы для расчёта реактивной матрицы (6), принимают следующий вид [18].

В этом случае матрицы  $F_x$  и  $F_x^*$  являются скалярными величинами, и шаг редукции уменьшает размерность системы на единицу. В связи с симметричностью исходных матриц подматрицы взаимных проводимостей и емкостей являются сопряжёнными и имеют ранг 1. С учётом вышесказанного имеем  $\gamma = F_x$ ;  $\chi = F_x^*$ . Далее пусть элементы  $(i,1)$  подматриц  $H_x$  и  $H_x^*$  обозначены  $g_{i,1}$  и  $c_{i,1}$ , а элементы  $(1,j)$  подматриц  $F_y$  и  $F_y^*$ , соответственно,  $g_{1,j}$  и  $c_{1,j}$ . Тогда элементы  $(i,j)$  подматриц  $H_x F_x^{-1} F_y$  и  $H_x F_x^{-1} F_y - H_x F_x^{-1} [F_y - F_x F_x^{-1} F_y]$ , соответствующие добавкам в редуцированные матрицы проводимостей и реактивностей, имеют вид:

$$E_G = \frac{g_{i1} g_{1j}}{\gamma} \quad (7)$$

$$E_C = \frac{g_{i1} c_{1j} + g_{1j} c_{i1}}{\gamma} - \frac{g_{i1} g_{1j} \chi}{\gamma^2} \quad (8)$$

Эти значения соответствуют соотношениям редукции TICER, приведённым в [16].

#### V. АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ РЕДУЦИРОВАННОЙ ПАРАМЕТРИЗОВАННОЙ МОДЕЛИ

По аналогии с рассмотренной нелинейной задачей генерация параметризованных редуцированных моделей селективными методами может осуществляться многократным исключением для заданного набора значений параметров  $p$ . Дополнительные проблемы появляются в случае большого числа сохраняемых параметров, т.е. при решении задачи многопараметрической редукции.

Для различных базовых методов редукции исследование путей решения задачи многопараметрической редукции выполняется при условии малых отклонений параметров [1,5,6,10,12]. При этом анализируется задача:

$$C(P)\dot{x}(P) = G(P)x(P) + Bu \quad (9)$$

$$I_{пол}(P) = L^T x(P)$$

с представлением в линеаризованной форме параметрической зависимости матриц проводимостей и емкостей

$$G(p_1, \dots, p_m) = G_0 + p_1 \frac{\partial}{\partial p_1} G + \dots + p_m \frac{\partial}{\partial p_m} G$$

$$C(p_1, \dots, p_m) = C_0 + p_1 \frac{\partial}{\partial p_1} C + \dots + p_m \frac{\partial}{\partial p_m} C \quad (10)$$

Здесь  $C, G$  - симметричные матрицы проводимостей и ёмкостей;  $B, L$  матрицы связей внутренних переменных с входами и выходами;  $u$  - напряжения и токи портов системы;  $x$  - узловые напряжения;  $P$  - вектор параметров,  $C_0, G_0$  - номинальные значения матриц проводимостей и ёмкостей,

$$G_1 = \frac{\partial}{\partial p_1} G, \dots, G_m = \frac{\partial}{\partial p_m} G; C_1 = \frac{\partial}{\partial p_1} C, \dots, C_m = \frac{\partial}{\partial p_m} C$$

- матрицы чувствительностей по варьируемым параметрам.

Как указывалось ранее, в большинстве работ по параметрической редукции анализируются вычислительные процедуры редукции задачи вида (10) на базе методов подпространств Крылова или методов балансной реализации. Ниже приводится алгоритм решения такой задачи для селективных методов на базе предлагаемого способа вычисления чувствительностей.

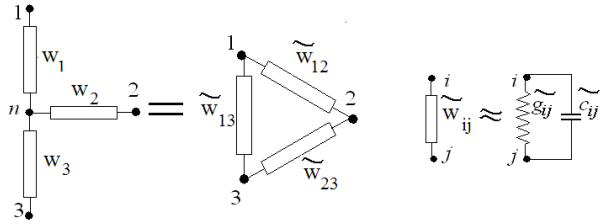


Рис.2. Пример исключения внутренней переменной

Удаление узловой переменной в селективных методах типа TICER [16] основано на преобразовании в комплексной области многолучевой звезды в многоугольник (рис.2) (далее комплексные проводимости, примыкающие к удаляемому узлу, отмечаются индексом соответствующего внешнего узла):

$$\tilde{w}_{ji} = \frac{w_i \cdot w_j}{W_n} = \frac{(g_i + sc_i) \cdot (g_j + sc_j)}{G_n + sC_n} \quad (11)$$

Здесь  $w_i = w_{in} = g_i + c_i$ ,  $W_n = \sum_{j \in S_n} w_j = G_n + sC_n$ ,

- комплексные проводимости ветвей и полные узловые комплексные проводимости соответственно,

$$G_n = \sum_{j \in S_n} g_j, C_n = \sum_{j \in S_n} c_j \quad - \text{полные узловые}$$

проводимости и емкости,  $S_n$  - множество индексов внешних узлов звезды с центром в узле  $n$ .

После разложения (11) в ряд Тейлора по лапласовской переменной  $s$  и отбрасывания членов порядка выше первого получаются выражения для проводимостей и емкостей, эквивалентные (7) и (8):

$$\tilde{g}_{ji} = \frac{g_j g_i}{G_n} \quad (12)$$

$$\tilde{c}_{ji} = \frac{g_j \cdot c_i + g_i \cdot c_j - \tilde{g}_{ji} C_n}{G_n} \quad (13)$$

Полученные эквивалентные емкости и проводимости (12, 13) должны быть добавлены после исключения узла:

$$g_{ij}^{new} = g_{ij} + \tilde{g}_{ji}, \quad c_{ij}^{new} = c_{ij} + \tilde{c}_{ji}$$

В соответствии с постановкой задачи редукции (10) будем считать, что известны чувствительности компонентов исходной схемы к некоторому параметру  $p$ :

$$\mu_{ij}^g = \frac{\partial g_{ij}}{\partial p}, \quad \mu_{ij}^c = \frac{\partial c_{ij}}{\partial p}. \quad (14)$$

Тогда чувствительности компонентов, примыкающих к удаляемому узлу, запишутся в виде:

$$\mu_j^g = \frac{\partial g_j}{\partial p}, \quad \mu_j^c = \frac{\partial c_j}{\partial p}, \quad (15)$$

а чувствительности полных узловых проводимостей и емкостей определяются как:

$$M_n^G = \sum_{j \in S_n} \mu_j^g, \quad M_n^C = \sum_{j \in S_n} \mu_j^c \quad (16)$$

Чувствительности эквивалентных проводимостей и емкостей, добавляемых к схеме после исключения узла  $n$ , определяются дифференцированием выражений (12, 13) по параметру:

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{ij}^g &= \frac{\partial \tilde{g}_{ij}}{\partial p} = \frac{\mu_j^g \cdot g_i + g_j \cdot \mu_j^g}{G_n} - \frac{g_j \cdot g_i}{G_n^2} \mu_n^G = \\ &= \frac{\mu_j^g \cdot g_i + g_j \cdot \mu_j^g - \tilde{g}_{ji} \mu_n^G}{G_n} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{ji}^c &= \frac{\partial \tilde{c}_{ij}}{\partial p} = \\ &= \frac{\mu_j^g c_i + g_j \mu_i^c + \mu_i^g c_j + g_i \mu_j^c - \tilde{\mu}_{ji}^g C_n - \tilde{g}_{ji} \mu_n^C - \tilde{c}_{ji} \mu_n^G}{G_n} \end{aligned} \quad (18)$$

Рассмотренный подход позволяет модифицировать матрицы чувствительностей на каждом шаге редукции моделей. Можно показать, что полученные

соотношения для чувствительностей совпадают с формулами [22], выведенными для исходной линейризованной модели (10).

Результирующий алгоритм, обеспечивающий расширение селективного метода исключения для генерации моделей с линейными параметрическими зависимостями, имеет следующий вид.

*Исходные данные:*

- значения номиналов (проводимостей и емкостей) линейной RC схемы:  $g_{ji}, c_{ji}$ ,

- значения их чувствительностей (14),

- максимально допустимая величина постоянной времени отбрасываемого узла схемы  $\tau_{max}$ .

*Вычислительный алгоритм:*

1. Вычислить значения постоянной времени каждого узла схемы

$$\tau_k = C_k / G_k, \quad \text{где } G_k = \sum_{j \in S_k} g_{jk}, \quad C_k = \sum_{j \in S_k} c_{jk}.$$

2. Определить узел с минимальной постоянной времени

$$n = \arg \min_k \tau_k.$$

3. Проверить критерий окончания процесса редукционирования

Если  $\tau_n > \tau_{max}$ , то ВЫХОД.

4. Удаление  $n$ -го узла

- 4.1. Определить  $g_j = g_{jn}, g_j = g_{jn}$ .

- 4.2. Определить значения эквивалентных проводимостей и емкостей по (12, 13).

- 4.3. Определить значения чувствительностей эквивалентных проводимостей и емкостей по (17, 18).

- 4.4. Вычислить новые значения проводимостей и емкостей схемы

$$g_{ji} = g_{ji} + \tilde{g}_{ji}, \quad c_{ji} = c_{ji} + \tilde{c}_{ji}.$$

- 4.5. Вычислить новые значения чувствительностей проводимостей и емкостей схемы

$$\mu_{ji}^g = \mu_{ji}^g + \tilde{\mu}_{ji}^g, \quad \mu_{ji}^c = \mu_{ji}^c + \tilde{\mu}_{ji}^c, \quad c_{ji} = c_{ji} + \tilde{c}_{ji}.$$

5. Перейти к п. 1.

Таким образом, в результате приведённой пошаговой процедуры одновременно с формированием редуцированных матриц упрощенной модели  $G_{эkv}$  и  $C_{эkv}$  вычисляются чувствительности эквивалентных проводимостей и емкостей (16), необходимые для представления параметрической модели в форме, аналогичной (10):

$$G_{эkv}(p_1, \dots, p_m) = G_{0эkv} + p_1 \frac{\partial}{\partial p_1} G_{эkv} + \dots + p_m \frac{\partial}{\partial p_m} G_{эkv}$$

$$C_{\text{экв}}(p_1, \dots, p_m) = C_{0_{\text{экв}}} + p_1 \frac{\partial}{\partial p_1} C_{\text{экв}} + \dots + p_m \frac{\partial}{\partial p_m} C_{\text{экв}}$$

## VI. СТАТИСТИЧЕСКАЯ РЕДУКЦИЯ

Полученные соотношения с линейными параметрическими зависимостями позволяют при наличии данных по функциям распределения плотности вероятности  $f(p_i)$  выполнять задачи дальнейшего статистического моделирования с применением редуцированных моделей по хорошо известным правилам.

Следует отметить, что информация о функциях распределения плотности вероятностей  $f(p_i)$  в пространстве параметров может быть эффективно использована также в процессе редукции при использовании подходов, названных статистической редукцией [1, 14, 23]. В частности, целью применения методов статистической редукции является стремление повысить вычислительную эффективность при редукции многопараметрических задач, т.е. при больших значениях  $m$ . Приведём возможную вычислительную процедуру на примере варианта метода балансной реализации [14, 23].

Подход базируется на статистической интерпретации широко применяемого алгоритма редукции. Добавим к исходной системе (9) её частотное представление, далее  $s$ - лапласовская переменная. Тогда:

$$X(s) = [sC(P) + G(P)]^{-1} B \quad (19)$$

и передаточная функция в частотной области имеет вид:

$$H(s, P) = L^T X(P) \quad (20)$$

Задача (9) в частотной области формулируется так, что  $C=I$  и  $A=-G$ . Рассмотрим исходную непараметризованную форму. Редукция выполняется на базе анализа матриц Грамма – матрицы управляемости  $W_u$  и матрицы наблюдаемости  $W_n$ . Эти матрицы находятся решением уравнений Ляпунова

$$A W_u + W_u A^T = -B B^T \quad (21)$$

$$A^T W_n + W_n A = -L L^T$$

или непосредственным вычислением интегралов

$$W_u = \int_0^{\infty} e^{A t} B B^T e^{A^T t} dt \quad (22)$$

$$W_n = \int_0^{\infty} e^{A^T t} C^T C e^{A t} dt \quad (23)$$

При наличии вычисленных матриц управляемости  $W_u$  и наблюдаемости  $W_n$  процесс редукции включает вычисление собственных значений произведения  $W_u W_n$ , выделение доминирующей группы собственных значений, определяющих порядок редуцированной системы и подпространство для проектирования при редукции. Основные вычислительные затраты связаны в такой процедуре со способом решения уравнений Ляпунова.

Развитие методов статистической редукции связано с представлением интеграла (22) в частотной области [14], полученным после преобразования Лапласа. Так для матрицы Грамма управляемости  $W_u$  частотное представление имеет вид:

$$W_u = \int_{-\infty}^{\infty} (j\omega I - A)^{-1} B B^T (j\omega I - A)^{-H} d\omega \quad (24)$$

или в обобщённой (для электрических цепей) форме

$$W_u = \int_{-\infty}^{\infty} (j\omega C + G)^{-1} B B^T (j\omega C + G)^{-H} d\omega \quad (25)$$

Аналогичная форма рассматривается для матрицы Грамма наблюдаемости  $W_n$ . Исходной предпосылкой статистической интерпретации является возможное рассмотрение  $W_u$  (21) как матрицы ковариаций при гауссовом распределении переменных состояния  $x(t)$  и входном сигнале, заданным белым шумом. При включении параметрических зависимостей  $C(P)$  и  $G(P)$  вида (10) получаем вариационную матрицу Грамма.

Далее может быть применена статистическая интерпретация интеграла (24) в предположении известной плотности вероятности  $f(P)$  в пространстве параметров  $D_P$ :

$$W_P = \int \int_{D_P} (j\omega C + G)^{-1} B B^T (j\omega C + G)^{-H} f(P) d\omega dP \quad (26)$$

Общий цикл редукции в этом случае сохраняется таким же, как в детерминированном варианте. Отличительной стороной является способ вычисления при аппроксимации интеграла (26). Проблема многих параметров, приводящая к высокой размерности, в значительной степени решается методами статистического моделирования, в первую очередь применением метода Монте-Карло или его вариантами. Возможны различные модификации сокращения вычислительных затрат оценки интеграла (26).

В целом методы статистической редукции менее критичны к количеству параметров и представляют собой перспективное направление решения

вычислительных проблем многопараметрической редукции.

## VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получен алгоритм пошагового вычисления чувствительностей при редуцировании схемы селективными методами. Предложена вычислительная процедура формирования параметризованных упрощенных моделей с одновременным формированием редуцированных матриц и матриц чувствительностей по варьируемым переменным. Полученные параметризованные модели сохраняют при проектировании возможность моделирования характеристик схем с учётом влияния параметрических отклонений. Генерация редуцированных параметризованных моделей создаёт предпосылки для статистического анализа при вариации технологических переменных.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 08-07-00171-а.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Silva J. M. S., Villena J. F., Flores P., and Silveira, L. M.: Outstanding Issues in Model Order Reduction / Scientific Computing in Electrical Engineering, Berlin: Springer. - 2007.- pp. 139-152.
- [2] Heres P., Schilders W.: Reduced Order Modelling - Methods and Constraints/ Mathematics in Industry - vol. 5 - 2004. - pp. 205-211.
- [3] Bond B., Daniel L., Parameterized Model Order Reduction of Nonlinear Dynamical Systems./ Proc. of IEEE/ACM Int. Conf. on Computer Aided-Design. - 2005. - p. 487-494.
- [4] Pulella S., Menezes N., and Pileggi L.T., Moment-sensitivity-based wire sizing for skew reduction in on-chip clock nets. // IEEE Trans. Computer-Aided Design. - 1997. - V. 16. - 2. - P. 210-215.
- [5] Liu Y, Pileggi L. T., and Strojwas A.J., Model order reduction of RCL interconnect including variational analysis./ Proc. of the ACM/IEEE Design Automation Conf. - 1999.- pp. 201-206.
- [6] Shi G. and Shi C.-J., Parametric reduced order modeling for interconnect analysis./ Proc. Asia South Pacific Design Automation Conf. - 2004.- PP. 774-779.
- [7] Liu H., Singhee A., Rutenbar R. A., and L. R. Carley, Remembrance of circuits past: macromodeling by data mining in large analog design spaces/ Proc. of the ACM/IEEE Design Automation Conf.- 2002.- PP. 437-442.
- [8] Weile D. S., Michielssen E., Grimme E., and Gallivan K., A method for generating rational interpolant reduced order models of two parameter linear systems // Applied Mathematics Letters. -1999. - V. 12. - P.93-102.
- [9] Gunupudi P. and Nakhla M., Multi-dimensional model reduction of VLSI interconnects / Proc. of the Custom Integrated Circuits Conf. - 2000. - P. 499-502.
- [10] Daniel L., Ong C. S., Low S. C., Lee K. H., and White J. K., A multiparameter moment matching model reduction approach for generating geometrically parameterized interconnect performance models // IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems - 2004. - V. 23-№5-P.678-693.
- [11] Daniel L. and White J., Automatic generation of geometrically parameterized reduced order models for integrated spiral RF-inductors / IEEE Workshop on Behavioral Modeling and Simulation. - 2003.- P. 18-23.
- [12] Li P., Liu F., Nassif F., and Pileggi L., Modeling interconnect variability using efficient parametric model order reduction / In Design, Automation and Test Conf. in Europe. - 2005. - P. 958-963.
- [13] Heydari P. and Pedram M., Model reduction of variable-geometry interconnects using variational spectrally-weighted balanced truncation / In Proc. of IEEE/ACM Int. Conf. on Computer Aided-Design. - 2001. - pp.586.
- [14] Phillips J.R., Variational interconnect analysis via PMTBR./ In Proc. of IEEE/ACM Int. Conf. on Computer Aided-Design.- 2004. - P. 872-879.
- [15] Vasilyev D., Rewinski M., and White J., A tbr-based trajectory piecewise-linear algorithm for generating accurate low-order models for nonlinear analog circuits and mems / In Proc. of the ACM/IEEE Design Automation Conf. - 2003.- P. 490-495.
- [16] Sheehan B.N., TICER: Realizable Reduction of Extracted RC Circuits / In Proc. of IEEE/ACM Int. Conf. on Computer Aided-Design. - 1999. - pp. 200-203.
- [17] Sheehan B.N., Realizable reduction of RC networks.// IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. - 2007.- V. 26 - N 8 - PP. 1393-1407.
- [18] Гурарий М. М., Жаров М.М., Русаков С.Г., Ульянов С.Л., Методы возмущений и селективные методы в задачах редукции высокоразмерных моделей/ Сборник трудов III Всероссийской научно-технической конференции «Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем». - М: ИППМ РАН - 2008. С. 86-91.
- [19] Гурарий М. М., Русаков С. Г. Синтез макромоделей фрагментов БИС методом возмущений.// Микроэлектроника. - 1977. - № 5. - С. 406-409.
- [20] Баталов Б.В., Егоров Ю.Б., Русаков С.Г., Основы математического моделирования больших интегральных схем на ЭВМ. - М: Радио и связь, 1982.- 167с.
- [21] Ватагин В.П., Русаков С.Г., Проблемы автоматизации формирования макромоделей фрагментов БИС. / В кн.: Вопросы кибернетики, М: АН СССР. - 1984. - с.104-122.
- [22] Vasilyev D., Zhu Z., and Phillips J., A graph-based parameterized model order reduction method./ Technical report - Berkeley: Cadence Berkeley Labs. - 2006.
- [23] Villena J F., Schilders W. H. A. and Silveira L. M., Parametric Structure-Preserving Model Order Reduction./ XVI IFIP Int. Conf. on VLSI. - 2007.