

История, теория и практика адаптивной обработки сигналов

В.И. Джиган

Государственное унитарное предприятие города Москвы «Научно-производственный центр «Электронные вычислительно-информационные системы» (ГУП НПП «ЭЛВИС»),

djigan@elvees.com

Аннотация — В работе рассмотрены некоторые исторические аспекты, предшествовавшие возникновению адаптивной обработки сигналов; приведены примеры использования адаптивных фильтров; обозначены математические методы, применяемые в теории адаптивной фильтрации; перечислены основные разновидности адаптивных алгоритмов; отмечены особенности адаптивной фильтрации нестационарных сигналов, а также обозначены пути дальнейшего развития теории и практики адаптивной обработки сигналов.

Ключевые слова — адаптивная обработка сигналов, адаптивные алгоритмы, адаптивные фильтры, LMS, RLS, экокомпенсация, выравнивание характеристик каналов связи, адаптивные антенные решетки.

I. ВВЕДЕНИЕ

Адаптивная обработка сигналов, под которой обычно понимается адаптивная фильтрация, уходит своими корнями в далекое прошлое [1]. Вот лишь некоторые примеры. Метод Ньютона решения нелинейных уравнений лежит в основе одноименного алгоритма адаптивной фильтрации, а широко используемый на практике нормализованный алгоритм по критерию наименьшего квадрата (Normalized Least Mean Square, NLMS) представляет собой упрощенный вариант алгоритма Ньютона. Метод наименьших квадратов, согласно историческим свидетельствам, был придуман для сглаживания результатов физических экспериментов в восемнадцатилетнем возрасте Гауссом при подготовке к экзаменам для поступления в колледж. На основе этого метода был получен целый класс адаптивных алгоритмов, известных как RLS – Recursive Least Squares (в русском языке их часто называют РНК – рекурсивные алгоритмы наименьших квадратов).

В первой половине 20-го века эти и другие математические методы были использованы Винером, Колмогоровым, Крейном, Левинсоном и рядом других ученых в теории оптимального оценивания [2], ставшей прообразом адаптивной обработки сигналов.

Однако первый адаптивный фильтр (рис. 1) был разработан и исследован лишь в конце 50-х годов прошлого века профессором Стэнфордского университета (США) Бернардом Уидроу [3]. Это фильтр на

базе Least Mean Square (LMS) алгоритма, также известного как МНК – метод наименьшего квадрата [4].

С тех пор адаптивные фильтры на базе LMS-алгоритма широко используются на практике, так являются самыми простыми с точки зрения вычислительной сложности (требуемого числа арифметических операций на одну итерацию алгоритма), просты в понимании (описываются всего лишь несколькими уравнениями), а значит, и просты в реализации.

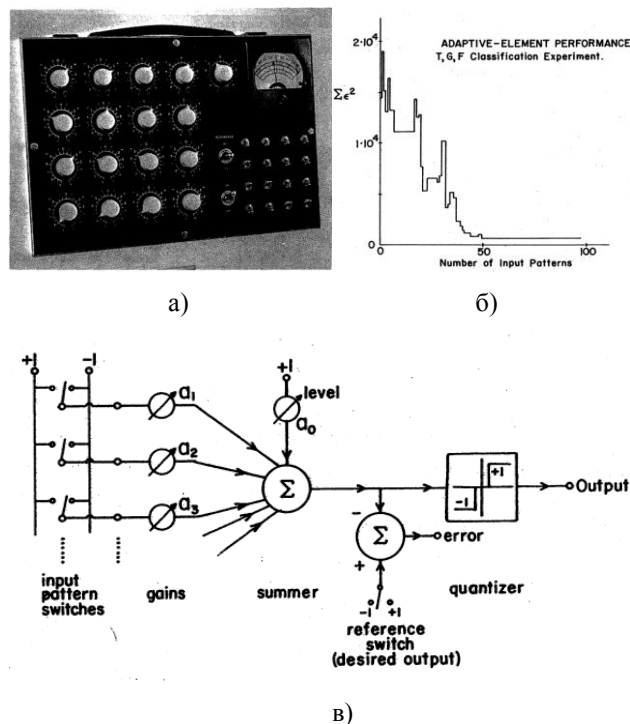


Рис. 1. Первый адаптивный фильтр [3]: а) – внешний вид, б) – переходной процесс, в) – функциональная схема

Сегодня адаптивная фильтрация широко используется в оборудовании современных радиосистем [5], технические характеристики которых часто недостижимы без использования адаптивных устройств. Понимание принципов работы этих устройств имеет важное значение для их оптимальной реализации на современной цифровой элементной базе.

II. СТРУКТУРЫ И ПРИЛОЖЕНИЯ АДАПТИВНЫХ ФИЛЬТРОВ

Адаптивный фильтр обычно используется в случаях, когда условия фильтрации сигналов неизвестны или меняются во времени, а значит, требования к параметрам адаптивного фильтра не могут быть сформулированы заранее.

Следовательно, адаптивный фильтр (рис. 2) – это фильтр с изменяемыми параметрами, как правило, весовыми коэффициентами. Он может быть одноканальным (рис. 3) или многоканальным (рис. 4), иметь действительные или комплексные весовые коэффициенты, что определяется физической природой задачи, решаемой с помощью адаптивного фильтра.

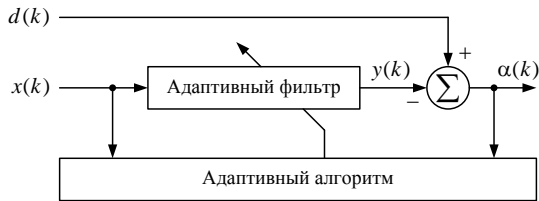


Рис. 2. Адаптивный фильтр

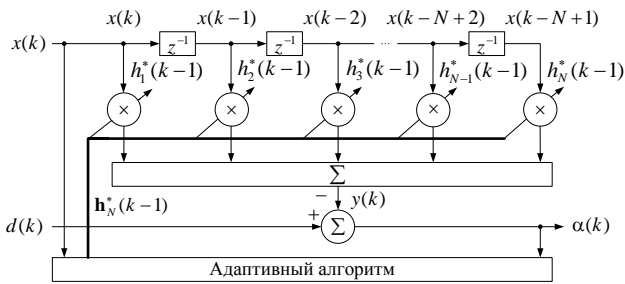


Рис. 3. Одноканальный адаптивный фильтр

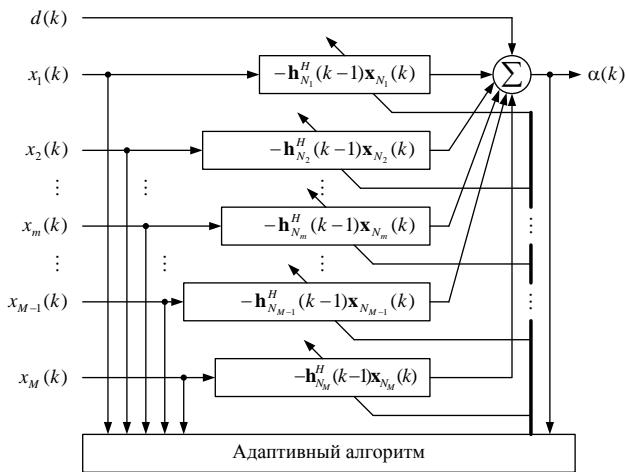


Рис. 4. Многоканальный адаптивный фильтр

Сегодня уже существует большое число радиоэлектронных изделий, в основе которых находится адаптивный фильтр. Это компенсаторы сигналов электрического и акустического эха (рис. 5 – рис. 7), эквалайзеры электрических характеристик каналов

связи (рис. 8), компенсаторы шумов (рис. 9), адаптивные антенные решетки (рис. 10) и ряд других устройств.

В зависимости от алгоритма вычисления весовых коэффициентов, адаптивные фильтры демонстрируют различную функциональную эффективность. Чтобы понять, почему это происходит и от чего зависит, требуется владеть математическими основами адаптивной фильтрации сигналов.

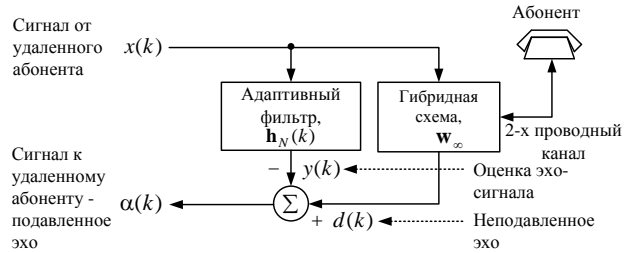


Рис. 5. Эхокомпенсация в телефонных сетях

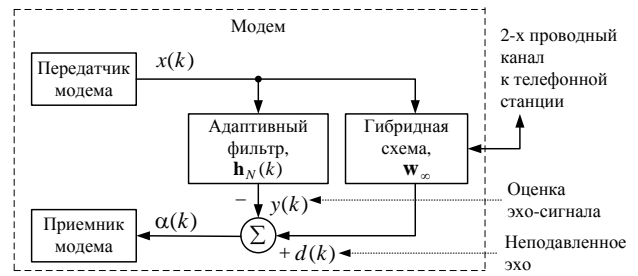


Рис. 6. Эхокомпенсация в модемах

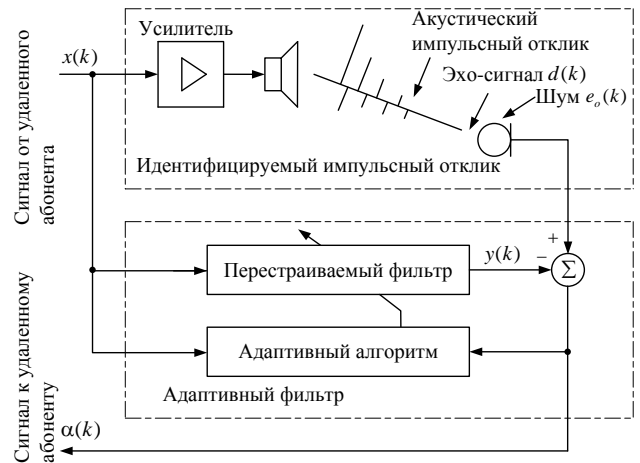


Рис. 7. Компенсация акустического эха

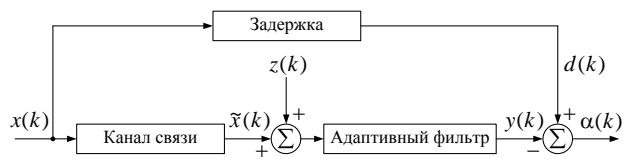


Рис. 8. Адаптивное выравнивание каналов связи

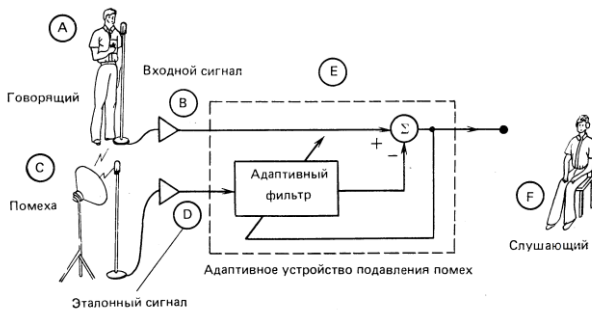


Рис. 9. Адаптивная компенсация шума

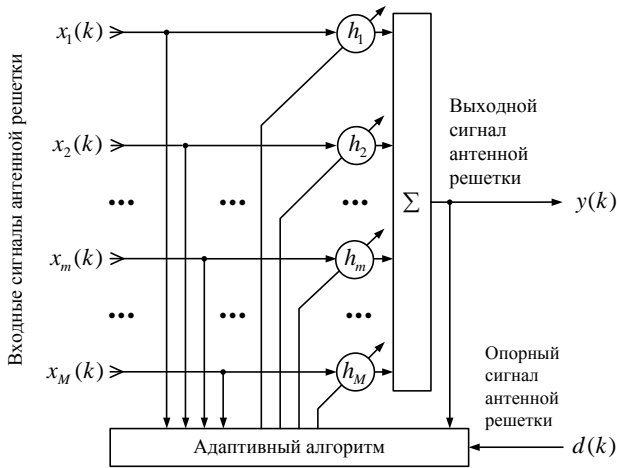


Рис. 10. Адаптивная антенная решетка

III. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Адаптивная фильтрация сигналов базируется на винеровской фильтрации. Фильтр Винера – это линейный сумматор, фиксированные весовые коэффициенты которого таковы, что среднеквадратическая ошибка между требуемым и выходным сигналами этого сумматора является наименьшей по сравнению с другими значениями этих коэффициентов (рис. 11).

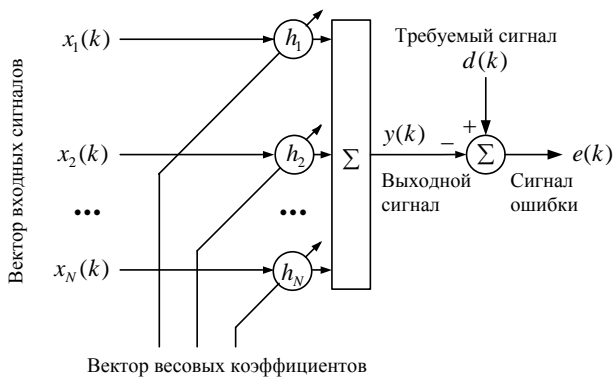


Рис. 11. Фильтр Винера

Среднеквадратическая ошибка, как функция весовых коэффициентов, образует многомерный параболоид, пример которого приведен на рис. 12. Сложность поиска координат минимума этой функции, обусловлена необходимостью оценки и обращения корреляционной матрицы входных сигналов линейного сумматора. Поэтому в основе приемов поиска минимума среднеквадратической ошибки обычно лежат простые градиентные процедуры на базе алгоритмов Ньютона и наискорейшего спуска, оперирующие оценками градиента целевой функции.

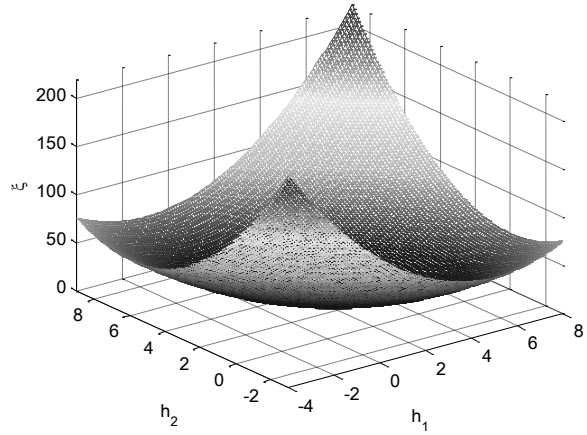


Рис. 12. Среднеквадратическая ошибка

IV. ПРООБРАЗЫ АЛГОРИТМОВ АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

На рис.13 показаны срезы целевой функции (рис. 12), параллельные координатной плоскости (плоскости весовых коэффициентов). Эти срезы называются линиями постоянного уровня.

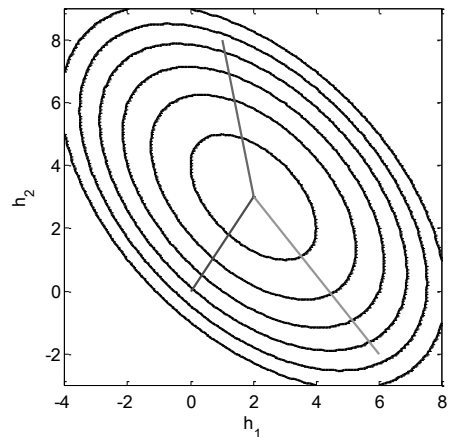


Рис. 13. Поведение алгоритма Ньютона

Алгоритм Ньютона обеспечивает наиболее короткую траекторию к оптимальному решению задачи адаптивной фильтрации, так как на каждой его итерации движение вектора весовых коэффициентов осуществляется непосредственно в направлении минимума целевой функции, см. рис. 13. Здесь показана

траектория движения весовых коэффициентов линейного сумматора (рис. 11) из трех различных начальных точек к минимуму целевой функции.

В алгоритме же наискорейшего спуска это движение происходит в направлении, противоположном направлению вектора градиента целевой функции, нормального к касательным кривым постоянного уровня этой функции, см. рис. 14.

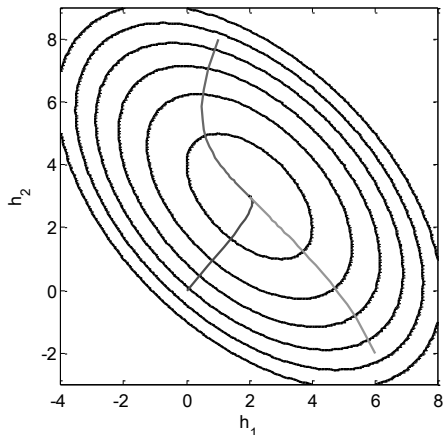


Рис. 14. Поведение алгоритма наискорейшего спуска

V. АЛГОРИТМЫ АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПО КРИТЕРИЮ НАИМЕНЬШЕГО КВАДРАТА

На практике поиск (расчет) весовых коэффициентов адаптивного фильтра наиболее часто осуществляется с помощью модифицированного алгоритма наискорейшего спуска – LMS-алгоритма. Как и алгоритм наискорейшего спуска, LMS-алгоритм является итерационным.

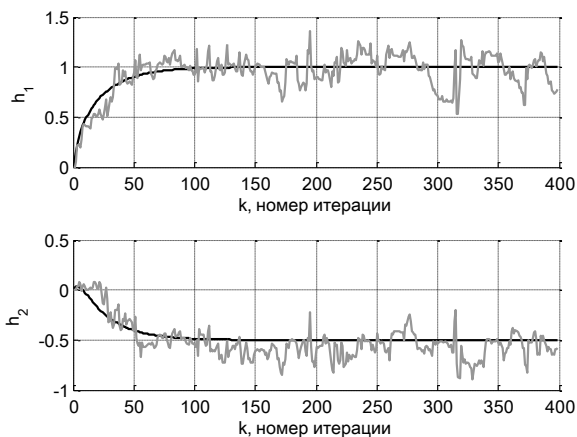


Рис. 15. Переходные процессы в терминах весовых коэффициентов

В LMS-алгоритме точное значение градиента заменяется его оценкой, которая определяется входными сигналами адаптивного фильтра и сигналом ошибки между требуемым и выходными сигналами. В следствие этой замены траектория движения весовых коэффициентов (серые кривые, рис. 15) лишь в сред-

нем совпадает с такой траекторией (темные кривые) в алгоритме наискорейшего спуска.

LMS-алгоритм также демонстрирует несколько большую среднеквадратическую ошибку в установившемся состоянии (серая кривая, рис. 16), по сравнению с алгоритмом наискорейшего спуска (темная кривая). Величина дополнительной среднеквадратической ошибки зависит от значений собственных чисел корреляционной матрицы входных сигналов адаптивного фильтра, шага сходимости LMS-алгоритма и дисперсии аддитивного шума, обычно присутствующего на входе требуемого сигнала.

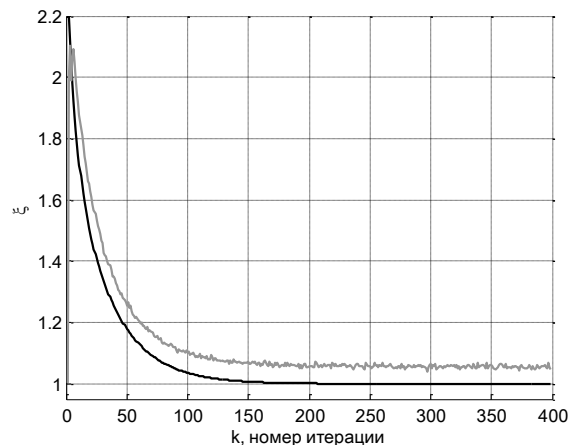


Рис. 16. Переходные процессы в терминах среднеквадратической ошибки

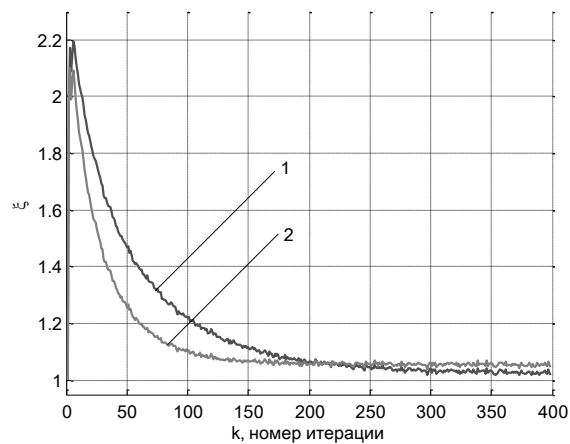


Рис. 17. Поведение LMS-алгоритма

В LMS-алгоритме при увеличении шага сходимости уменьшается длительность переходного процесса и увеличивается дополнительная среднеквадратическая ошибка. Это демонстрируется на рис. 17, где приведены примеры двух переходных процессов при двух значениях шага сходимости (шаг сходимости при получении кривой 1 меньше шага сходимости при получении кривой 2). Минимальное значение среднеквадратической ошибки в эксперименте (рис. 17) равно единице, что позволяет легко определить значение дополнительной среднеквадратической ошибки.

Несмотря на отмеченный недостаток, независимо от начального значения весовых коэффициентов, при шаге сходимости, гарантирующем устойчивость, LMS-алгоритм обеспечивает сходимость (поиск оптимальных весовых коэффициентов) к винеровскому решению (окрестности минимума функции среднеквадратической ошибки), см. рис. 18.

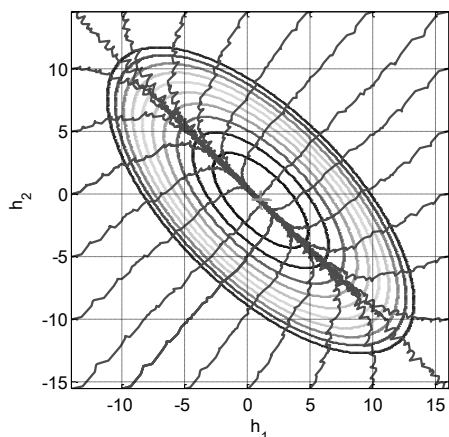


Рис. 18. Поведение LMS-алгоритма при различных начальных значениях весовых коэффициентов

Анализ устойчивости LMS-алгоритма показывает, что при вычислении каждого весового коэффициента необходимо использовать свой шаг сходимости, величина которого обратно пропорциональна соответствующему собственному числу корреляционной матрицы входных сигналов адаптивного фильтра. Однако в LMS-алгоритме для всех весовых коэффициентов используется одинаковое значение этого шага, определяемое максимальным собственным числом. Следствием этого является невысокая эффективность LMS-алгоритма при обработке сигналов, характеризующихся большим разбросом собственных чисел корреляционной матрицы.

Более эффективен в этих условиях NLMS-алгоритм. В NLMS-алгоритме текущее значение шага сходимости определяется значениями входных сигналов адаптивного фильтра, что обеспечивает его более высокую эффективность по сравнению с LMS-алгоритмом.

VI. РЕКУРСИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПО КРИТЕРИЮ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Более эффективными, но и более сложными по сравнению с градиентными алгоритмами, являются RLS-алгоритмы, минимизирующие на интервале наблюдения сумму квадратов ошибок между выходным и требуемыми сигналами адаптивного фильтра путем решения системы линейных уравнений. Квадратичная вычислительная сложность RLS-алгоритмов – это цена их более высокой функциональной эффективности по сравнению с простыми градиентными алгоритмами с линейной вычислительной сложностью.

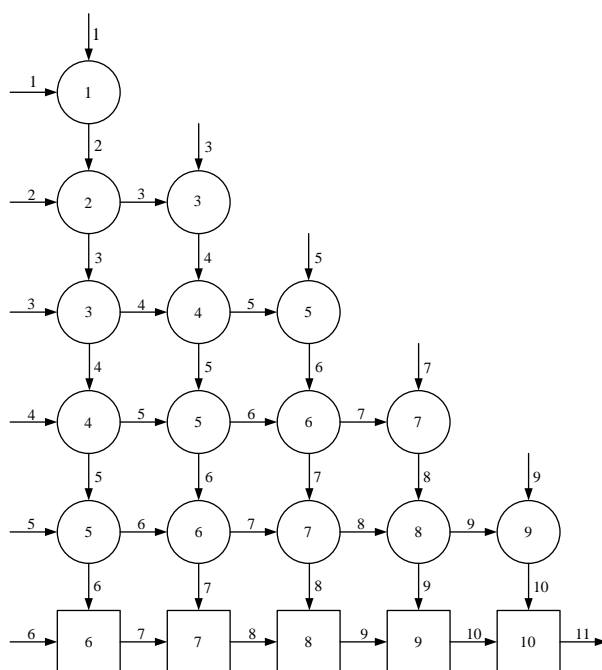


Рис. 19. RLS-алгоритм на основе обратного QR-разложения

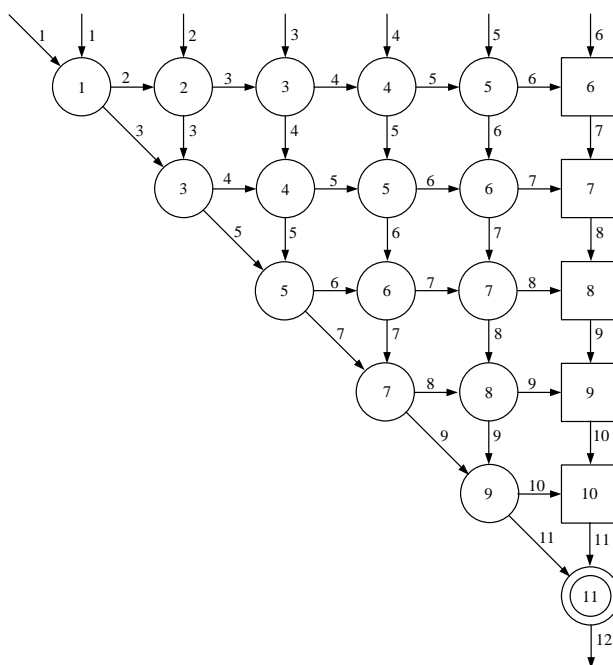


Рис. 20. RLS-алгоритм на основе прямого QR-разложения

Существуют RLS-алгоритмы на основе леммы об обращении матриц (Matrix Inversion Lemma, MIL) [6], прямого и обратного QR-разложения матриц, а также преобразования Хаусхолдера [7].

MIL – это лемма о вычислении обратной матрицы, которую можно представить в виде суммы двух матриц. В виде такой суммы можно представить и текущую оценку корреляционной матрицы входных сигналов адаптивного фильтра, что позволяет получить рекурсивный алгоритм вычисления обратного значения этой матрицы, давший название «RLS» классу адаптивных алгоритмов. Вычислительная сложность RLS-алгоритмов является квадратичной функцией числа весовых коэффициентов.

RLS-алгоритм на основе MIL в основном ориентирован на программную реализацию, в то время как RLS-алгоритмы на основе QR-разложения – на аппаратную. Это обусловлено регулярной структурой вычислений в таких алгоритмах (рис. 19 и рис. 20), способствующих их эффективной аппаратной реализации.

NLMS- и LMS-алгоритмы можно также интерпретировать как частные случаи или результат упрощения RLS-алгоритма на основе MIL, что является одним из объяснений их более низкой функциональной эффективности по сравнению с RLS-алгоритмами.

Форма и длительность переходного процесса RLS-алгоритма не зависит от отношения собственных чисел корреляционной матрицы, в то время как в LMS-алгоритме при фиксированном шаге сходимости такая зависимость существует, что показано на рис. 21.

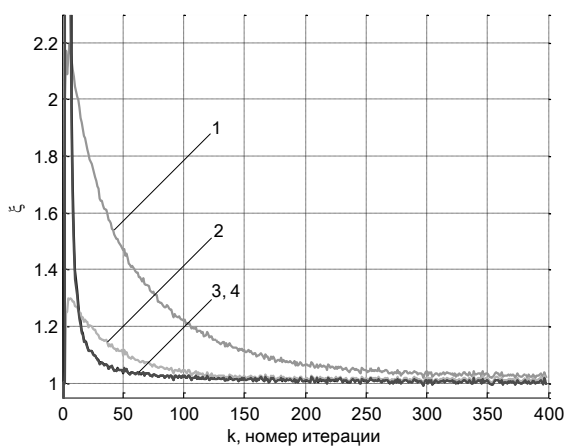


Рис. 21. Поведение LMS-и RLS-алгоритмов

На этом рис. 21 показаны переходные кривые для LMS-алгоритма при двух разных значениях отношения собственных чисел корреляционной матрицы входных сигналов адаптивного фильтра и при фиксированном шаге сходимости. Это кривые 1 и 2. Отношение собственных чисел в случае кривой 1 больше чем в случае кривой 2.

Из рис. 21 видно, что в этих же условиях обучающие кривые 3 и 4 для RLS-алгоритма совпадают. Это подтверждает тот факт, что поведение RLS-алгоритма не зависит от отношения собственных чисел корреляционной матрицы. Кроме того, из рис. 21 видно, что RLS-алгоритм является более эффективным по срав-

нению с LMS-алгоритмом как с точки зрения длительности переходного процесса, так и с точки зрения дополнительной среднеквадратической ошибки в установившемся режиме.

VII. БЫСТРЫЕ РЕКУРСИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПО КРИТЕРИЮ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Таким образом, RLS-алгоритмы одновременно функционально эффективны и вычислительно сложны. Уменьшить эту сложность можно в быстрых (вычислительно эффективных) версиях RLS-алгоритмов [1, 8]. Получение таких алгоритмов базируется на свойстве инвариантности к сдвигу сигналов в линейном сумматоре и теории линейного предсказания. Из-за отсутствия матричных операций вычислительная сложность быстрых RLS-алгоритмов является линейной функцией числа весовых коэффициентов адаптивного фильтра. К быстрым RLS-алгоритмам также относятся лестничные (решетчатые) алгоритмы (рис. 22 и рис. 23). Регулярная структура вычислительных процедур способствует эффективной аппаратной реализации этих алгоритмов [9].

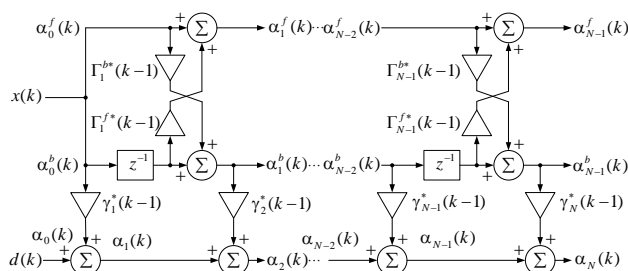


Рис. 22. Лестничный RLS-алгоритм на основе априорных ошибок

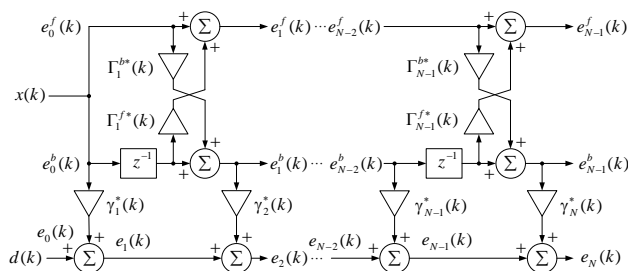


Рис. 23. Лестничный RLS-алгоритм на основе апостериорных ошибок

Все RLS-алгоритмы, включая их быстрые версии, являются математически эквивалентными друг другу. Это означает, что при соответствующей их инициализации [10] и реализации в арифметике с плавающей точкой адаптивные фильтры с одинаковым числом весовых коэффициентов на базе разных RLS-алгоритмов при обработке одинаковых входных сигналов демонстрируют одинаковое поведение на каждой итерации. Различия в RLS-алгоритмах проявляются при реализации адаптивных фильтров в арифмети-

ке с фиксированной точкой, т.е. при ограниченной точности вычислений, так как разные алгоритмы содержат разное число и вид математических операций, а значит и механизмы накопления ошибок в разных алгоритмах тоже разные.

VIII. ОБРАБОТКА НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИГНАЛОВ

При обработке нестационарных сигналов корреляционную матрицу в RLS-алгоритмах необходимо оценивать на скользящем окне отсчетов, число которых определяется интервалом стационарности этих сигналов. Это обуславливает примерно двукратное увеличение вычислительной сложности RLS-алгоритмов со скользящим окном по сравнению с алгоритмами с возрастающим окном, используемыми при обработке стационарных сигналов [8].

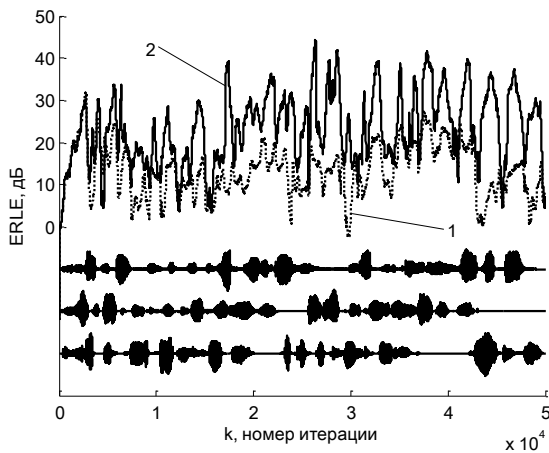


Рис. 24. Влияние скользящего окна

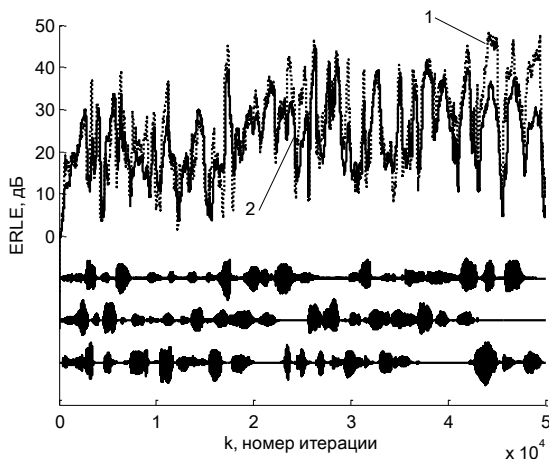


Рис. 25. Влияние регуляризации

Эффективность скользящего окна и регуляризации демонстрируется на рис. 24 и рис. 25. Здесь представлены результаты решения задачи многоканальной эхокомпенсации с помощью трехканального адаптивного фильтра, обрабатывающего нестационарные сигналы (речь), которые отображены в нижней части рисунков. На рисунках показан процесс адаптации в

терминах коэффициента ослабления эхо-сигнала (отношения энергии неподавленного эхо-сигнала к энергии подавленного эхо-сигнала, Echo Return Loss Enhancement, ERLE).

На рис. 24 кривой 1 обозначен процесс адаптации фильтра на базе RLS-алгоритма с возрастающим окном, а кривой 2 – со скользящим окном. Длина скользящего окна равна в рассматриваемом случае примерно 30 мс, т.е. интервалу времени, на котором речь принято считать стационарным сигналом. Видно, что применение скользящего окна при обработке такого нестационарного сигнала позволяет достичь более высокого качества адаптивной фильтрации (большого подавления эхо-сигнала), что в терминах параметра ERLE в среднем составляет примерно 20 дБ.

Случай скользящего окна на рис. 25 также обозначен кривой 2, а дополнительное использование регуляризации – кривой 1. Видно, что в среднем динамическая регуляризация не ухудшает качество адаптивной фильтрации, а в ряде случаев (когда корреляционная матрица, оцениваемая на конечном интервале отсчетов, является плохо обусловленной) даже улучшает это решение. Ценой этого улучшения является примерно двукратное (при использовании скользящего окна) или четырехкратное (при использовании скользящего окна и регуляризации) увеличение вычислительной сложности таких RLS-алгоритмов по сравнению с алгоритмами с возрастающим окном.

Увеличение вычислительной сложности обусловлено последовательным выполнением двух или четырех групп однотипных операций, в которых участвуют потоки данных, на основе которых формируется корреляционная матрица входных сигналов адаптивного фильтра (рис. 26а).

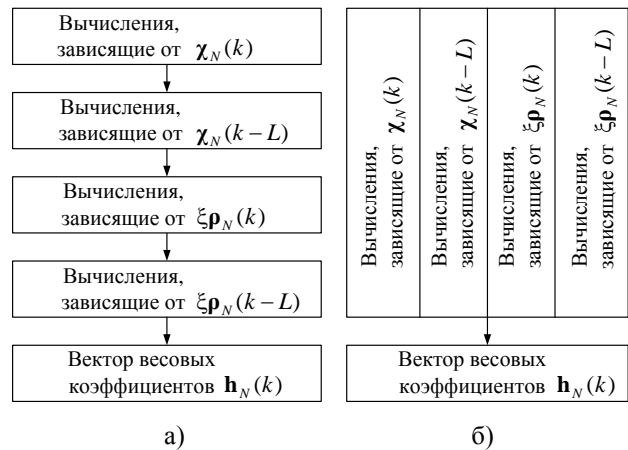


Рис. 26. Последовательные и параллельные RLS-алгоритмы

При наличии двух или четырех процессоров, реализующих адаптивные фильтры, RLS-алгоритмы для обработки нестационарных сигналов можно получить в виде математически эквивалентной параллельной формы (рис. 26б) [11]. Такие параллельные алгоритмы ориентированы на реализацию в современных много-

ядерных процессорах цифровой обработки сигналов [12]. Они также инвариантны к структуре адаптивного фильтра (одноканальный или многоканальный) и числу его весовых коэффициентов.

IX. ДРУГИЕ АДАПТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ

Промежуточным классом по эффективности и вычислительной сложности между градиентными (LMS и NLMS) и рекурсивными (RLS) алгоритмами являются быстрые алгоритмы аффинных проекций [13]. Эти алгоритмы нашли широкое применение в задачах адаптивной эхокомпенсации.

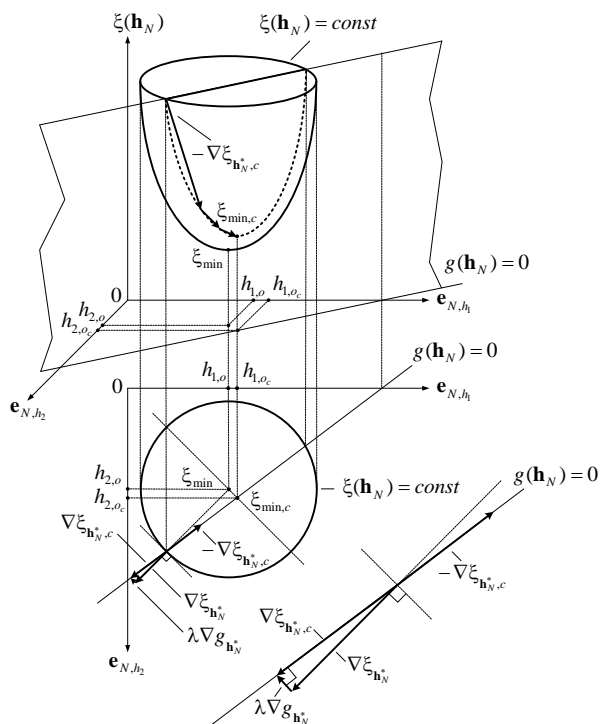


Рис. 27. Линейно-ограниченная адаптивная фильтрация

Все алгоритмы адаптивной фильтрации могут иметь так называемые линейно-ограниченные версии (Linearly Constrained, LC) [8]. При LC-фильтрации поиск весовых коэффициентов осуществляется не на всей области их определения, а лишь вдоль линии пересечения многомерной плоскости ограничения и плоскости весовых коэффициентов (рис. 27). Адаптивные фильтры на базе LC-алгоритмов нашли широкое применение в адаптивных антенных решетках [14, 15].

В таких решетках может отсутствовать требуемый сигнал. При этом ориентация и защита от разрушения основного луча антенной решетки осуществляются за счет линейного ограничения, поддерживающего требуемый уровень диаграммы направленности в известном направлении источника полезного сигнала.

X. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, адаптивная обработка сигналов – это сегодня сложившееся направление в цифровой обработке сигналов. Несмотря на большие достижения в этой области, здесь все еще существует достаточно направлений для дальнейших исследований, среди которых адаптивные фильтры с бесконечной импульсной характеристикой, многоскоростные адаптивные фильтры, нелинейные адаптивные фильтры и ряд других. Решение научных задач, возникающих в этих исследованиях, позволит получать новое качество радиотехнических устройств и систем, а достижения в микроэлектронике – делать эти устройства еще более компактными.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Sayed A.H. Fundamentals of adaptive filtering. John Wiley and Sons, Inc., 2003. 1125 p.
- [2] Clarkson P.M. Optimum and adaptive signal processing. CRC Press, 1993. 529 p.
- [3] Widrow B. Hoff M.E. Adaptive switching circuits // IRE WESCON Convention Record. 1960. Part 4. P. 96–104.
- [4] Widrow B. Thinking about thinking: the discovery of the LMS algorithm – DSP history // IEEE Signal Processing Magazine. 2005. Vol. 22. – No 1. P. 100–106.
- [5] Джиган В.И. Адаптивные фильтры и их приложения в радиотехнике и связи // Современная электроника. 2009. № 9. С. 56–63 (часть 1). 2010. № 1. С. 72–77 (часть 2). 2010. № 2. С. 70–77 (часть 3).
- [6] Giordano A.A., Hsu F.M. Least square estimation with application to digital signal processing. John Wiley and Sons, Inc., 1985. 412 p.
- [7] Apolinario J.A., Ed. QRD-RLS adaptive filtering. – Springer, 2009. – 356 p.
- [8] Джиган В.И. Многоканальные RLS- и быстрые RLS-алгоритмы адаптивной фильтрации // Успехи современной радиоэлектроники. 2004. № 11. С. 48–77.
- [9] Джиган В.И. Многообразие лестничных RLS-алгоритмов адаптивной фильтрации // Цифровая обработка сигналов. 2005. № 3. С. 2–12.
- [10] Джиган В.И. Условия эквивалентности рекурсивных алгоритмов адаптивной фильтрации по критерию наименьших квадратов // Телекоммуникации. 2006. №6. С. 6–11.
- [11] Djigan V.I. RLS adaptive filtering algorithms based on parallel computations // Radioengineering: Proceedings of Czech and Slovak Technical Universities and URSI Committers. 2005. Vol. 14. No 3. P. 28–36.
- [12] Солохина Т., Александров Ю., Петричкович Я. Сигнальные контроллеры компании «ЭЛВИС»: первая линейка отечественных DSP // Электроника: Наука, Технология, Бизнес. 2005. №7. С. 70–77.
- [13] Gay S.L. A fast converging, low complexity adaptive filtering algorithm // Proc. of the 3-rd International Workshop on Acoustic Echo Control. Plestin les Greves, France. 1993. P. 223–226.
- [14] Compton R.T. Adaptive antennas. Concepts and performance. Prentice Hall, 1988. 448 p.
- [15] Djigan V.I. Joint use of constant modulus and least squares criteria in linearly-constrained communication arrays // Radioengineering: Proceedings of Czech and Slovak Technical Universities and URSI Committers. 2007. Vol. 16. No 4. P. 88–95.