

Адаптивная антенная решетка в арифметике действительных чисел

В.И. Джиган

ОАО «Научно-производственный центр «Электронные вычислительно-информационные системы» (ОАО НПЦ «ЭЛВИС»),

djigan@elvees.com

Аннотация — В работе рассмотрен способ организации комплексных вычислений в арифметике действительных чисел применительно к адаптивным антенным решеткам с линейными ограничениями на базе рекурсивного алгоритма по критерию наименьших квадратов, принимающих сигналы, характеризующиеся постоянным значением комплексной огибающей. Результирующий алгоритм адаптивной фильтрации имеет примерно в 2 раза меньшую вычислительную сложность по сравнению с исходным алгоритмом в арифметике комплексных чисел, в 1.5-2 раза меньшую длительность переходного процесса и в среднем обеспечивает на 2-4 дБ более глубокие провалы в диаграмме направленности антенной решетки в направлениях источников помех в установившемся состоянии. Приведена вычислительная процедура алгоритма адаптивной фильтрации, а также результат моделирования, подтверждающий работоспособность и эффективность этого алгоритма по сравнению с аналогичным алгоритмом в арифметике комплексных чисел.

Ключевые слова — адаптивная антенная решетка, RLS-алгоритм, линейно-ограниченная адаптивная фильтрация, комплексные вычисления, действительные вычисления.

I. ВВЕДЕНИЕ

Адаптивные антенные решетки (ААР) сегодня все чаще используются в качестве антенн систем цифровой радиосвязи [1]. С помощью таких антенн обеспечивается не только прием полезного сигнала с известного направления, но и пространственная фильтрация помех, приходящих с неизвестных на приемной стороне направлений. Такая фильтрация осуществляется благодаря адаптивному формированию провалов в диаграмме направленности (ДН) антенной решетки в направлениях на источники помех.

Обычно для работы ААР, как разновидности многоканального адаптивного фильтра, требуется так называемый опорный сигнал [2, 3]. Формирование этого сигнала часто является непростой задачей. Поэтому ААР, не требующие такого сигнала, являются привлекательными с практической точки зрения. Такие ААР

обычно используют линейные ограничения, обеспечивающие требуемое значение уровня основного луча ДН в направлении источника полезного сигнала в случае, если это направление является известным [4], или используют свойство постоянного значения огибающей принимаемого полезного сигнала [5]. Каждый из этих приемов имеет свои недостатки, которые устраняются в случае совместного использования обоих приемов [6].

В настоящей работе рассматривается алгоритм адаптивной фильтрации сигналов с помощью ААР, аналогичный алгоритму [6], реализованный в арифметике действительных чисел.

II. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Поскольку сигналы, принимаемые антеннами ААР, характеризуются относительными фазами, алгоритмы адаптивной фильтрации этих сигналов должны быть реализованы в арифметике комплексных чисел, что обуславливает примерно четырехкратное увеличение вычислительной сложности (числа арифметических операций, требуемых для выполнения одной итерации алгоритма) по сравнению с одноименными алгоритмами, обрабатывающими действительные сигналы. Однако, используя свойства симметрии, которые обычно присутствуют в антенных решетках, можно не только уменьшить результирующую вычислительную сложность адаптивных алгоритмов, но и улучшить их функциональные свойства.

В ААР любой конфигурации часто можно расположить антенны так, что они будут симметричными относительно фазового центра. В этом случае корреляционная матрица \mathbf{R}_N входных сигналов ААР

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_N(k) &= [x_1(k), x_2(k), \dots, x_{N-1}(k), x_N(k)]^T = \\ &= [x_1(k), x_2(k), \dots, x_2^*(k), x_1^*(k)]^T \end{aligned}$$

является персимметричной эрмитовой матрицей, где $x_n(k)$ – сигнал, принимаемый n -й антенной; k – номер отсчета этого сигнала (в информационной полосе частот); N – число антенн в решетке. Элементы,

симметричные относительно главной диагонали, в такой матрице являются комплексно сопряженными по отношению друг к другу, а элементы, симметричные относительно побочной диагонали, – одинаковыми.

В большинстве адаптивных алгоритмов корреляционная матрица оценивается на возрастающем окне отсчетов, т.е. на всем интервале работы адаптивного фильтра как $\hat{\mathbf{R}}_N = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_N(k) \mathbf{x}_N^H(k)$, где K – число отсчетов сигналов, принимающих участие в формировании оценки этой матрицы. Для стационарных сигналов справедливо, что $\mathbf{R}_N \approx \hat{\mathbf{R}}_N$ при $K \rightarrow \infty$. Такое оценивание называется прямым усреднением.

В работе [7] было показано, что использование прямого-обратного усреднения

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_N &= \frac{1}{2K} \sum_{k=1}^K [\mathbf{x}_N(k) \mathbf{x}_N^H(k) + \mathbf{J}_N \mathbf{x}_N^*(k) \mathbf{x}_N^T(k) \mathbf{J}_N] = \\ &= \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{R}}_N + \mathbf{J}_N \hat{\mathbf{R}}_N^* \mathbf{J}_N) \end{aligned}$$

при оценке персимметричной эрмитовой корреляционной матрицы приводит к улучшению адаптивного формирования ДН ААР, так как $\tilde{\mathbf{R}}_N$ является лучшей оценкой матрицы \mathbf{R}_N по сравнению с $\hat{\mathbf{R}}_N$ в терминах расстояния

$$\|\tilde{\mathbf{R}}_N - \mathbf{R}_N\| \leq \|\hat{\mathbf{R}}_N - \mathbf{R}_N\|.$$

Здесь и далее \mathbf{J}_N – перестановочная матрица.

Кроме того, в работе [8] было показано, что использование матрицы $\tilde{\mathbf{R}}_N$ позволяет также уменьшить вычислительную сложность обобщенного компенсатора боковых лепестков – одной из разновидностей алгоритмов адаптивной фильтрации, применяемых в ААР. Этот результат достигается за счет комплексно-сопряженной симметрии переменных, участвующих в вычислениях. Используя предварительное преобразование этих переменных, можно затем выполнять большую часть операций адаптивного алгоритма в арифметике действительных чисел. При этом сложность такого алгоритма является меньшей, чем в исходном алгоритме в арифметике комплексных чисел, использующем оценку корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{R}}_N$, полученную прямым усреднением.

В настоящей работе приводится вычислительная процедура линейно-ограниченного многоканального алгоритма по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS) адаптивной фильтрации сигналов с помощью ААР с симметричным расположением антенн. Алгоритм получен с помощью приемов, рассмотренных в работах [6–9].

Для использования приемов [8] необходимо, чтобы весовые коэффициенты ААР обладали комплексно-

сопряженной симметрией относительно ее фазового центра. Для адаптивного алгоритма [6] наличие или отсутствие такой симметрии является неочевидным.

В работе [10] было показано, что в ААР с симметричным расположением антенн симметричные весовые коэффициенты вектора $\mathbf{h}_N(k)$, вычисляемого с помощью линейно-ограниченного RLS-алгоритма [6], использующего корреляционную матрицу $\mathbf{R}_N \approx \tilde{\mathbf{R}}_N$, являются комплексно сопряженными.

Поэтому, если в этом алгоритме использовать предварительное преобразование обрабатываемых сигналов с помощью матрицы

$$\mathbf{U}_N = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N/2} & \mathbf{J}_{N/2} \\ j\mathbf{J}_{N/2} & -j\mathbf{I}_{N/2} \end{bmatrix}$$

при четных N или с помощью матрицы

$$\mathbf{U}_N = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(N-1)/2} & \mathbf{0}_{(N-1)/2} & \mathbf{J}_{(N-1)/2} \\ \mathbf{0}_{(N-1)/2}^T & \sqrt{2} & \mathbf{0}_{(N-1)/2}^T \\ j\mathbf{J}_{(N-1)/2} & \mathbf{0}_{(N-1)/2} & -j\mathbf{I}_{(N-1)/2} \end{bmatrix}$$

при нечетных N [8], то можно получить математически эквивалентный линейно-ограниченный RLS-алгоритм для вычисления весовых коэффициентов симметричной ААР, большинство операций в котором будут выполняться в арифметике действительных чисел.

С учетом особенностей применения этого алгоритма при обработке сигналов с постоянным значением комплексной огибающей, например с Phase Shift Keying (PSK) модуляцией, была получена вычислительная процедура адаптивного линейно-ограниченного RLS-алгоритма в арифметике действительных чисел, представленная ниже.

Initialization : $\tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(0) = \delta^{-2} \mathbf{I}_N$, $\mathbf{q}_N(0) = \mathbf{c}_N [\mathbf{c}_N^H \mathbf{c}_N]^{-1}$,

$\mathbf{h}_N(0) = \mathbf{q}_N(0) f$, $\bar{\mathbf{R}}_N^{-1}(0) = \tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(0)$, $\bar{\mathbf{c}}_N = \mathbf{U}_N \mathbf{c}_N$,

$\bar{\mathbf{q}}_N(0) = \mathbf{U}_N \mathbf{q}_N(0)$, $\bar{\mathbf{h}}_N(0) = \mathbf{U}_N \mathbf{h}_N(0)$

For $k = 1, 2, \dots, K$

$$y(k) = \tilde{\mathbf{h}}_N^H(k-1) \mathbf{x}_N(k)$$

$$\mathbf{z}_N(k) = \mathbf{x}_N(k) y^*(k)$$

$$\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) = \text{Re}[\mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k)], \quad \bar{d}_1(k) = s^2$$

Вычисление $\bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k)$

$$\bar{\mathbf{v}}_1(k) = \bar{\mathbf{c}}_N^T \bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_1^T(k) = \bar{\mathbf{z}}_{N,1}^T(k) \bar{\mathbf{q}}_N(k-1)$$

$$\bar{\mathbf{q}}'_{N,1}(k) = [\bar{\mathbf{q}}_N(k-1) - \bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k) \bar{\mathbf{v}}_1^T(k)] \times$$

$$\times \left[1 + \frac{\bar{\mathbf{v}}_1(k) \bar{\mathbf{v}}_1^T(k)}{1 - \bar{\mathbf{v}}_1^T(k) \bar{\mathbf{v}}_1(k)} \right]$$

$$\bar{\mathbf{q}}_{N,1}(k) = \bar{\mathbf{q}}'_{N,1}(k) + \bar{\mathbf{q}}_N(0) [1 - \bar{\mathbf{c}}_N^T \bar{\mathbf{q}}'_{N,1}(k)]$$

$$\begin{aligned}
\bar{\alpha}_{N,1}(k) &= \bar{d}_1(k) - \bar{\mathbf{h}}_N^T(k-1)\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \\
\bar{\mathbf{h}}'_{N,1}(k) &= \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) + \bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k)\bar{\alpha}_{N,1}(k) \\
\bar{\mathbf{h}}_{N,1}(k) &= \bar{\mathbf{h}}'_{N,1}(k) + \bar{\mathbf{q}}_{N,1}(k)[f - \bar{\mathbf{c}}_N^T \bar{\mathbf{h}}'_{N,1}(k)] \\
\bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) &= \text{Im}[\mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k)], \bar{d}_2(k) = 0 \\
\text{Вычисление } \bar{\mathbf{g}}_N(k) \\
\bar{v}_2(k) &= \bar{\mathbf{c}}_N^T \bar{\mathbf{g}}_N(k) \\
\bar{v}_2^T(k) &= \bar{\mathbf{z}}_{N,2}^T(k) \bar{\mathbf{q}}_{N,1}(k) \\
\bar{\mathbf{q}}'_{N,2}(k) &= [\bar{\mathbf{q}}_{N,2}(k) - \bar{\mathbf{g}}_N(k) \bar{v}_2^T(k)] \times \\
&\times \left[1 + \frac{\bar{v}_2(k) \bar{v}_2^T(k)}{1 - \bar{v}_2^T(k) \bar{v}_2(k)} \right] \\
\bar{\mathbf{q}}_N(k) &= \bar{\mathbf{q}}'_{N,1}(k) + \bar{\mathbf{q}}_N(0) [1 - \bar{\mathbf{c}}_N^T \bar{\mathbf{q}}'_2(k)] \\
\bar{\alpha}_{N,2}(k) &= \bar{d}_2(k) - \bar{\mathbf{h}}_{N,1}^T(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \\
\bar{\mathbf{h}}'_{N,2}(k) &= \bar{\mathbf{h}}_{N,1}(k) + \bar{\mathbf{g}}_N(k) \bar{\alpha}_{N,2}(k) \\
\bar{\mathbf{h}}_N(k) &= \bar{\mathbf{h}}'_{N,2}(k) + \bar{\mathbf{q}}_N(k) [f - \bar{\mathbf{c}}_N^T \bar{\mathbf{h}}'_{N,2}(k)] \\
\tilde{\mathbf{h}}_N(k) &= \mathbf{U}_N^H \bar{\mathbf{h}}_N(k)
\end{aligned}$$

End for k

Определение переменных \mathbf{c}_N и f , с помощью которых можно задать линейное ограничение на значение ДН ААР в направлении источника полезного сигнала, приведены в ряде литературных источников, в частности в [4]. Переменная $y(k)$ обозначает выходной сигнал ААР, $s^2 = \text{const}$ – квадрат модуля информационных символов полезного сигнала, δ^2 – параметр начальной регуляризации обращения корреляционной матрицы. Символом $\tilde{\mathbf{h}}_N(k)$ обозначен вектор весовых коэффициентов ААР, в котором симметричные элементы являются комплексно-сопряженными.

Операции в вычислениях $y(k) = \tilde{\mathbf{h}}_N^H(k-1) \mathbf{x}_N(k)$, $\mathbf{z}_N(k) = \mathbf{x}_N(k) y^*(k)$, $\mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k)$ и $\tilde{\mathbf{h}}_N(k) = \mathbf{U}_N^H \bar{\mathbf{h}}_N(k)$ выполняются в арифметике комплексных чисел. Остальные операции алгоритма – действительные. Соответствующие действительные переменные, участвующие в этих операциях, обозначены прямой чертой сверху. Переменная f является действительной для алгоритмов обоих типов (с комплексными или действительными вычислениями).

В рассматриваемом алгоритме действительная матрица $\bar{\mathbf{R}}_N(k)$ из-за прямого-обратного усреднения на каждой итерации по времени k обновляется дважды. В этом обновлении участвуют преобразованные векторы $\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k)$ и $\bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k)$. Поэтому, подобно RLS-алгоритмам с оценкой корреляционной матрицы на скользящем окне [9], все вычислительные процедуры в рассмотренном алгоритме и в алгоритме расчета коэффициентов Калмана требуется выполнять дважды. Как следствие, результирующие алгоритмы состо-

ят из двух однотипных групп последовательно выполняемых вычислений, в которых используются или только переменные $\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k)$, $\bar{d}_1(k)$, или только переменные $\bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k)$, $\bar{d}_2(k)$.

Пример вычисления векторов $\bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k)$ и $\bar{\mathbf{g}}_N(k)$ с помощью обратного QR-разложения с операциями извлечения квадратного корня приведен ниже.

Initialization : $\bar{\mathbf{R}}_N^{-T}(0) = \sqrt{\tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(0)}$

$$\bar{u}_{N,j,1}^{(j-1)*}(k) = 0, \quad 1 \leq j \leq N, \quad \bar{b}_{N,1}^{(0)}(k) = 1$$

For $i = 1, 2, \dots, N$

$$\bar{a}_{N,i,1}(k) = \lambda^{-0.5} \bar{\mathbf{R}}_N^{-T}(k-1) \Big|_{i,1i} \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \Big|_{1i}$$

$$\bar{b}_{N,1}^{(i)}(k) = \sqrt{[\bar{b}_{N,1}^{(i-1)}(k)]^2 + \bar{a}_{N,i,1}^2(k)}$$

$$\bar{s}_{N,i,1}(k) = [\bar{b}_{N,1}^{(i)}(k)]^{-1} \bar{a}_{N,i,1}(k)$$

$$\bar{c}_{N,i,1}(k) = \bar{b}_{N,1}^{(i-1)}(k) [\bar{b}_{N,1}^{(i)}(k)]^{-1}$$

For $j = 1, 2, \dots, i$

$$\bar{\mathbf{R}}_{N,ij,1}^{-T}(k) = \bar{c}_{N,i,1}(k) \lambda^{-0.5} \bar{\mathbf{R}}_{N,ij}^{-T}(k-1) - \bar{s}_{N,i,1}(k) \bar{u}_{N,j,1}^{(i-1)}(k)$$

$$\bar{u}_{N,j,1}^{(i)}(k) = \bar{s}_{N,i,1}(k) \lambda^{-0.5} \bar{\mathbf{R}}_{N,ij}^{-T}(k-1) + \bar{c}_{N,i,1}(k) \bar{u}_{N,j,1}^{(i-1)}(k)$$

End for j

End for i

$$\bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k) = \bar{\mathbf{u}}_{N,1}^{(N)}(k) [\bar{b}_{N,1}^{(N)}(k)]^{-1}$$

$$\bar{u}_{N,j,2}^{(j-1)*}(k) = 0, \quad 1 \leq j \leq N, \quad \bar{b}_{N,2}^{(0)}(k) = 1$$

For $i = 1, 2, \dots, N$

$$\bar{a}_{N,i,2}(k) = \bar{\mathbf{R}}_{N,1}^{-T}(k) \Big|_{i,1i} \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \Big|_{1i}$$

$$\bar{b}_{N,2}^{(i)}(k) = \sqrt{[\bar{b}_{N,2}^{(i-1)}(k)]^2 + \bar{a}_{N,i,2}^2(k)}$$

$$\bar{s}_{N,i,2}(k) = [\bar{b}_{N,2}^{(i)}(k)]^{-1} \bar{a}_{N,i,2}(k)$$

$$\bar{c}_{N,i,2}(k) = \bar{b}_{N,2}^{(i-1)}(k) [\bar{b}_{N,2}^{(i)}(k)]^{-1}$$

For $j = 1, 2, \dots, i$

$$\bar{\mathbf{R}}_{N,ij,2}^{-T}(k) = \bar{c}_{N,i,2}(k) \bar{\mathbf{R}}_{N,ij,1}^{-T}(k) - \bar{s}_{N,i,2}(k) \bar{u}_{N,j,2}^{(i-1)}(k)$$

$$\bar{u}_{N,j,2}^{(i)}(k) = \bar{s}_{N,i,2}(k) \bar{\mathbf{R}}_{N,ij,1}^{-T}(k) + \bar{c}_{N,i,2}(k) \bar{u}_{N,j,2}^{(i-1)}(k)$$

End for j

End for i

$$\bar{\mathbf{g}}_N(k) = \bar{\mathbf{u}}_{N,2}^{(N)}(k) [\bar{b}_{N,2}^{(N)}(k)]^{-1}$$

Здесь λ – параметр экспоненциального взвешивания обрабатываемых сигналов [9].

Полная сложность рассмотренного RLS-алгоритма определяется вычислениями, которые выполняются как в комплексной арифметике, так и в действитель-

ной арифметике. Сложность указанных выше комплексных вычислений равна $5N$ комплексным операциям умножения и $5N$ комплексным операциям сложения. Остальные вычисления алгоритма – действительные. Их сложность в части, связанной с линейными ограничениями, равна $6NJ^2 + 10NJ + 2J^2 + 2J + 4N$ действительным операциям умножения, $6NJ^2 + 12NJ + 8J + 6N$ действительным операциям сложения и двум действительным операциям деления. Это оценка не учитывает вычисления векторов коэффициентов Калмана $\bar{g}_{N,1}(k)$ и $\bar{g}_N(k)$.

Вычисления векторов коэффициентов Калмана содержит $2N$ действительных операций извлечения квадратного корня, которые обусловлены вычислением переменных $b_N(k)$ в течение N шагов $i=1, \dots, N$ на каждой итерации алгоритма адаптивной фильтрации. Кроме того, эти вычисления содержат $5.5N^2 + 17.5N$ действительных операций умножения, $3N^2 + 9N$ действительных операций сложения и $2N$ операций деления.

При реализации аналогичного алгоритма в арифметике комплексных чисел, оценка его сложности (в терминах комплексных операций) также определяется приведенными выше уравнениями с коэффициентом, примерно равным 0.5, так как в комплексных алгоритмах используется только прямое усреднение корреляционной матрицы. Без учета операций, отсутствующих в комплексном варианте алгоритма, вычислительная сложность нового алгоритма примерно в 2 раза меньше, чем у его комплексного аналога, так как одна комплексная операция умножения со сложением содержит четыре действительные операции умножения и четыре действительные операции сложения. Это сравнение свидетельствует о примерно двукратной вычислительной эффективности полученного алгоритма по сравнению с его комплексным аналогом.

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работоспособность полученного алгоритма адаптивной фильтрации подтверждена с помощью компьютерного моделирования ААР. На рис. 1 приведен пример моделирования процесса подавления одной помехи (белого шума), источник которой располагался в направлении максимума первого бокового лепестка ДН 8-элементной линейной эквидистантой ААР. Линии 1 и 2 показывают, что благодаря линейному ограничению уровень основного лепестка ДН поддерживается постоянным в течение всего процесса адаптации как в комплексном алгоритме, так и в алгоритме, рассмотренном в настоящей работе. Достижимая глубина ДН в направлении источника помех в новом алгоритме в среднем на 2-4 дБ больше (кривая 3), чем в комплексном (кривая 4), а одинаковые значения ДН в течение переходного процесса достигаются за 1.5-2 раза меньшее время.

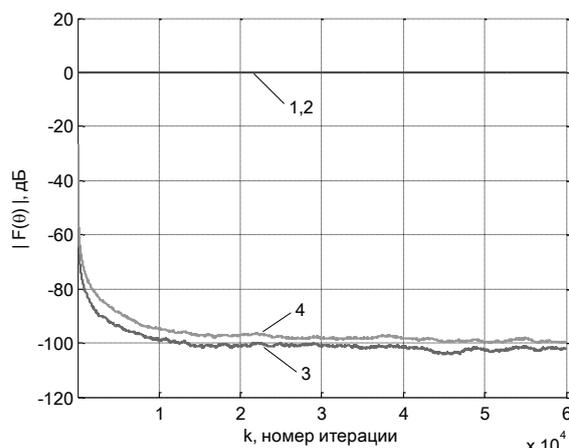


Рис. 1. Усредненные переходные процессы в терминах ДН $F(\theta)$

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Джиган В.И. Адаптивные антенные решетки для систем цифровой связи: проблемы и их решение // «III Всероссийская научно-техническая конференция «Проблемы разработки перспективных микро и нанoeлектронных систем (МЭС-2008)». Сборник трудов». (Москва, 6 – 10 октября 2008 г.). Москва, 2008. С. 472–475.
- [2] Пистолькорс А.А., Литвинов О.С. Введение в теорию адаптивных антенн. М.: Наука, 1991. 200 с.
- [3] Farhang-Boroujeny B. Adaptive filters theory and applications. John Wiley & Sons, 1999. 548 p.
- [4] Frost O.L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing // Proceedings of the IEEE. 1972. Vol. 60. № 8. P. 926–935.
- [5] Treichler J., Larimore M. New processing techniques based on the constant modulus adaptive algorithm // IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. 1985. Vol. 33. № 2. P. 420–431.
- [6] Джиган В.И. Одновременное использование нескольких критериев в адаптивных антенных решетках // Доклады 10-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2008)», (Москва, 26 – 28 марта 2008 г.). Москва, 2008. Том 1. С. 168–172.
- [7] Nitzberg R. Application of maximum likelihood estimation of persymmetric covariance matrices to adaptive processing // IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems. 1980. Vol. 16. № 1. P. 124–127.
- [8] Huarng K.-C., Yeh C.-C. Adaptive beamforming with conjugate symmetric weights // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1991. Vol. 39. № 7. P. 926–932.
- [9] Джиган В.И. Многоканальные RLS- и быстрые RLS-алгоритмы адаптивной фильтрации // Успехи современной радиоэлектроники. 2004. № 11. С. 48–77.
- [10] Джиган В.И. Вычислительно эффективный линейно-ограниченный комплексный RLS-алгоритм в арифметике действительных чисел // Доклады 14-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2012)». (Москва, 28 – 30 марта 2012 г.). Москва, 2012. Том 1. С. XX–XX.