Моделирование нестационарных режимов работы теплофизических микросенсоров

А.Г. Козлов

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, kozlov@phys.omsu.omskreg.ru

Аннотация — Рассмотрен метод аналитического моделирования, позволяющий определять частотную характеристику теплофизических микросенсоров с консольными, мостовыми и мембранными термически изолированными структурами. В микросенсорах выделены области моделирования, которые в зависимости от состава слоев и условий тепловыделения разделены на зоны. Зоны заменены эквивалентными зонами с однородными параметрами. Для каждой зоны получено нестационарное уравнение теплопроводности, которое решено с использованием прямого преобразования Фурье по времени. Плотности тепловых потоков на границах между зонами определены с использованием граничных условий сопряжения. Получены аналитические выражения для нахождения частотных характеристик микросенсоров. Предложенный метод использован для определения модуля и аргумента частотных характеристик и временной зависимости температуры горячих спаев термопар тепловых приемников излучения при импульсном входном воздействии.

Ключевые слова — теплофизический микросенсор, распределение температуры, преобразование Фурье, частотная характеристика, микроэлектронный тепловой приемник излучения.

I. Введение

Среди микроэлектронных сенсоров большую группу составляют теплофизические микросенсоры, которые характеризуются тем, что при их функционировании существенную роль играют тепловые процессы [1], [2]. Основные элементы теплофизического микросенсора (нагреватель, термочувствительный элемент) располагаются на тонкой термически изолированной структуре, полученной путем анизотропного травления кремния или путем травления жертвенного слоя. В зависимости от геометрии термически изолированной структуры и способа ее крепления различают следующие типы теплофизических микросенсоров: микросенсоры на консольных, мостовых и мембранных термически изолированных структурах и микросенсоры на термически изолированных структурах в виде плат, подвешенных с помощью консольных мостов.

При работе теплофизических микросенсоров важную роль играют нестационарные режимы. Чтобы определить поведение сенсора при нестационарных режимах работы необходимо знать его частотную характеристику. Из-за значительной инерционности тепловых процессов по сравнению с электрическими процессами частотная характеристика теплофизических микросенсоров в основном определяется его тепловой подсистемой. Поэтому частотная характеристика теплофизического микросенсора может быть получена путем рассмотрения нестационарных процессов в его тепловой подсистеме.

В связи с этим развитие методов моделирования нестационарных тепловых процессов в теплофизических микросенсорах является актуальной задачей. В частности, в данной работе будет рассмотрен метод математического моделирования нестационарных режимов работы теплофизических микросенсоров.

II. МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для определения частотной характеристики теплофизических микросенсоров используется метод, который является модификацией метода, предложенного для определения стационарного распределения температуры в теплофизических микросенсорах с различными термически изолированными структурами [3]. Этот метод имеет следующий алгоритм.

1. Термически изолированная структура теплофизического микросенсора разделяется на прямоугольные зоны в зависимости от состава слоев и условий тепловыделения (рис. 1 и 2). Каждая зона заменяется эквивалентной зоной с однородными параметрами: эквивалентной толщиной, коэффициентом теплопроводности, объемной теплоемкостью и коэффициентом температуропроводности. Значения толщины, $d_e^{(j)}$, и коэффициента теплопроводности, $\lambda_e^{(j)}$, для эквивалентной зоны *j* определяются следующим образом

$$d_{e}^{(j)} = \sum_{i=1}^{n} k_{i}^{(j)} d_{i}^{(j)} ;$$
$$\lambda_{e}^{(j)} = \left(\sum_{i=1}^{n} k_{i}^{(j)} d_{i}^{(j)} \lambda_{i}^{(j)} \right) / d_{e}^{(j)} ,$$



Рис. 1. Мембранный теплофизический микросенсор: (а) структура; (б) деление области моделирования на зоны.

где $k_i^{(j)}$ - коэффициент, равный отношению общей площади слоя *i* в зоне *j* к площади этой зоны; $d_i^{(j)}$ толщина слоя *i* в зоне *j*; $\lambda_i^{(j)}$ - удельная теплопроводность материала слоя *i* в зоне *j*; n – число слоев в зоне *j*. Эквивалентная объемная теплоемкость, $(\rho c)_e^{(j)}$, определяется следующим образом

$$(\rho c)_{e}^{(j)} = \left(\sum_{i=1}^{n} k_{i}^{(j)} d_{i}^{(j)} \rho_{i}^{(j)} c_{i}^{(j)}\right) / d_{e}^{(j)},$$

где $\rho_i^{(j)}$, $c_i^{(j)}$ - удельная плотность и удельная теплоемкость материала слоя *i* в зоне *j*, соответственно.

 Для каждой зоны определяются условия теплообмена с окружающей средой посредством теплопередачи через газовую среду и радиационного теплообмена через нижнюю и верхнюю поверхности зоны и посредством теплопроводности через края зоны с соседними зонами и основанием и начальные условия.

Общую удельную мощность теплопередачи от зоны j в окружающую среду через нижнюю и верхнюю поверхности, $N_t^{(j)}$, можно представить в следующей форме

$$N_{\rm t}^{(j)} = A_j \left(T_j - T_{\rm en} \right),$$

где

$$A_{j} = h_{\rm c} + \frac{\lambda_{\rm a}}{d_{\rm l}^{(j)}} + 4\sigma \left(\varepsilon_{\rm l}^{(j)} + \varepsilon_{\rm u}^{(j)}\right) \Gamma_{\rm en}^{3};$$

 A_j - суммарный коэффициент поверхностного теплообмена в зоне j; T_j - температура зоны j; $T_{\rm en}$ - температура окружающей среды; $h_{\rm c}$ - коэффициент конвекции для данной структуры газового микросенсора; $\lambda_{\rm a}$ - удельная теплопроводность окружающей среды; $d_1^{(j)}$ - расстояние между нижней поверхностью зоны j и дном протравленной полости; σ - постоянная Стефана-Больцмана; $\varepsilon_1^{(j)}$, $\varepsilon_{\rm u}^{(j)}$ - коэффициенты излучения нижней и верхней поверхностей зоны j, соответственно.

Условия теплообмена с соседними зонами и подложкой посредством теплопроводности через края зоны *j* могут быть заданы с помощью граничных условий на этих краях. При этом, исходя из геометрии термически изолированных структур теплофизических микросенсоров, возможны три варианта граничных условий на краях выделенных зон:

край зоны совпадает с линией крепления термически изолированной структуры к основанию; в этом случае основание является эффективным поглотителем тепла и на краю зоны следует использовать неоднородные граничные условия 1 рода;



Рис. 2. Теплофизический микросенсор: (а) мембранная структура; (б) мостовая структура; (в) деление области моделирования на зоны (обозначения границ и зон как на рис. 1).

 край зоны граничит с окружающим воздухом; в этом случае, учитывая малую толщину зоны, можно использовать однородные граничные условия второго рода (пример граничных условий приведен на рис. 1);

 край зоны граничит с краем соседней зоны; в этом случае должны использоваться граничные условия сопряжения, которые устанавливают равенство температур и тепловых потоков на границе между зонами.

Для каждой зоны условия теплообмена с соседними зонами и основанием определяются граничными условиями. Этот вопрос подробно рассмотрен в [3], где в зависимости от комбинации граничных условий выделены различные типы зон. Начальное условия для каждой зоны определяет распределение температуры в ней в начальный момент времени. В большинстве практических случаев начальное условие для зоны может быть представлено следующим образом

$$T_j\Big|_{t=0} = T_{\rm en} \,. \tag{1}$$

3. Для каждой зоны определяется нестационарное уравнение теплопроводности и затем это уравнение, граничные и начальное условия для зоны модифицируются с помощью прямого преобразования Фурье, чтобы исключить переменную по времени и перейти в частотную область. Трансформируемое уравнение решается в частотной области методом собственных функций. Плотности тепловых потоков между зонами, включаемые в решение, представляются как суммы ортогональных функций с неизвестными весовыми коэффициентами.

Общая форма нестационарного уравнения теплопроводности для зон может быть представлена следующим образом

$$d_{\rm e}^{(j)} (c\rho)_{\rm e}^{(j)} \frac{\partial T_j}{\partial t} = d_{\rm e}^{(j)} \lambda_{\rm e}^{(j)} \frac{\partial^2 T_j}{\partial x_j^2} + d_{\rm e}^{(j)} \lambda_{\rm e}^{(j)} \frac{\partial^2 T_j}{\partial y_j^2} , \qquad (2)$$
$$-A_j (T_j - T_{\rm en}) + q_j$$

где q_j - мощность тепловыделения на единицу площади в зоне *j*.

Уравнение (2) может быть записано в следующей форме

$$\frac{\partial T'_j}{\partial t} = a_{\rm e}^{(j)} \frac{\partial^2 T'_j}{\partial x_j^2} + a_{\rm e}^{(j)} \frac{\partial^2 T'_j}{\partial y_j^2} - p_j^2 T'_j - \varphi_j, \qquad (3)$$

где

$$a_{e}^{(j)} = \lambda_{e}^{(j)} / (c\rho)_{e}^{(j)} ,$$

$$p_{j}^{2} = \left(A_{j} / d_{e}^{(j)} (c\rho)_{e}^{(j)} \right) ,$$

$$\varphi_{j} = -q_{j} / d_{e}^{(j)} (c\rho)_{e}^{(j)} .$$

 $T_i' = T_i - T_{\rm en} \; , \qquad$

Так как зоны имеют разные граничные условия, решения уравнения (3) для разных типов зон будут отличаться. Рассмотрим такое решение на примере зоны, которая не имеет границ с поддерживающим основанием. На всех границах данной зоны выполняются граничные условия второго рода. Для границ с другими зонами граничные условия второго рода должны учитывать разницу в толщинах граничащих зон. Поэтому в правой части граничных условий второго рода для таких границ необходимо использовать произведение коэффициента κ и плотности теплового потока q между зонами. Коэффициент κ равен отношению толщин зон (например, $\kappa^{(j,s)} = d_{\rm e}^{(j)}/d_{\rm e}^{(s)}$).

Используя прямое преобразование Фурье, нестационарное уравнение теплопроводности (3) с начальным условием (1) трансформируется к следующей форме

$$\frac{\partial^2 \widetilde{T}'_j}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 \widetilde{T}'_j}{\partial y_j^2} - \left(\frac{p_j^2 + j\omega}{a_{\rm e}^{(j)}}\right) T'_j = \frac{\widetilde{\varphi}_j}{a_{\rm e}^{(j)}}, \qquad (4)$$

где

$$\widetilde{\varphi}_j = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_j \exp(-j\omega t) dt \,.$$

 $\widetilde{T}'_j = \int T'_j \exp(-j\omega t) dt ;$

По аналогии со стационарным случаем [2] из решения уравнения (4) с граничными условиями второго рода получаем выражение для распределения температуры в зоне *j* в частотной области

$$\begin{split} \widetilde{T}_{j}' &= \widetilde{\varphi}_{j} \left(p_{j}^{2} + j\omega \right)^{-1} + a_{e}^{(j)} \widetilde{D}_{0,0}^{(j)} \left[l_{j} b_{j} \mathcal{A}_{e}^{(j)} \left(p_{j}^{2} + j\omega \right) \right]^{-1} + \\ &\left(2/l_{j} b_{j} \mathcal{A}_{e}^{(j)} \right) \sum_{k=1}^{\infty} \widetilde{D}_{k,0}^{(j)} \left\{ \left(k\pi/l_{j} \right)^{2} + \left(p_{j}^{2} + j\omega \right) / a_{e}^{(j)} \right\}^{-1} \\ &\cos \left(k\pi x_{j} / l_{j} \right) + \left(2/l_{j} b_{j} \mathcal{A}_{e}^{(j)} \right) \sum_{m=1}^{\infty} \widetilde{D}_{0,m}^{(j)} \left\{ \left(m\pi/b_{j} \right)^{2} + \\ &\left[\left(p_{j}^{2} + j\omega \right) / a_{e}^{(j)} \right] \right]^{-1} \cos \left(m\pi y_{j} / b_{j} \right) + \\ &\left(4/l_{j} b_{j} \mathcal{A}_{e}^{(j)} \right) \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \widetilde{D}_{k,m}^{(j)} \left\{ \left(k\pi/l_{j} \right)^{2} + \left(m\pi/b_{j} \right)^{2} + \\ &\left[\left(p_{j}^{2} + j\omega \right) / a_{e}^{(j)} \right] \right]^{-1} \cos \left(k\pi x_{j} / l_{j} \right) \cos \left(m\pi y_{j} / b_{j} \right), \end{split}$$

где

$$\begin{split} \widetilde{D}_{k,m}^{(j)} &= -(-1)^k \,\kappa^{(j,s)} \widetilde{\delta}_m^{(j,s)} - (-1)^m \,\kappa^{(j,t)} \widetilde{\delta}_k^{(j,t)} + \\ \kappa^{(j,u)} \widetilde{\delta}_m^{(j,u)} &+ \kappa^{(j,v)} \widetilde{\delta}_k^{(j,v)}. \end{split}$$

В выражении (5) неизвестными величинами являются весовые коэффициенты $\tilde{\delta}_m^{(j,s)}$, $\tilde{\delta}_k^{(j,t)}$, $\tilde{\delta}_m^{(j,u)}$ и $\tilde{\delta}_k^{(j,v)}$. Распределение температуры в других зонах может быть получено аналогичным путем.

 Неизвестные весовые коэффициенты определяются, используя граничные условия сопряжения в частотной области.

Определение неизвестных весовых коэффициентов осуществляется методом, подобным методу для ста-

ционарного случая [3]. Отличие для нестационарного случая заключается в зависимости неизвестных весовых коэффициентов от частоты.

В случае мембранной термически изолированной структуры область моделирования равна ¹/₄ площади мембраны (рис. 1). Эта область может быть разделена на 4 зоны. Чтобы найти неизвестные весовые коэффициенты необходимо рассмотреть равенства температуры на всех четырех границах между зонами. Из этого рассмотрения можно получить общую систему линейных уравнений, которую удобно записать в матричной форме.

$$\widetilde{\boldsymbol{M}}\widetilde{\boldsymbol{\Delta}} = \widetilde{\boldsymbol{\Phi}}, \qquad (6)$$

где \tilde{M} - матрица коэффициентов; $\tilde{\Delta}$ - вектор неизвестных весовых коэффициентов; $\tilde{\Phi}$ - вектор правых частей уравнений. Матрица \tilde{M} и векторы $\tilde{\Delta}$ и $\tilde{\Phi}$ могут быть записаны в блочном матричном и векторном представлении следующим образом

$$\tilde{\boldsymbol{M}} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{A}}_{m}^{(1,2)} & \tilde{\boldsymbol{A}}_{k}^{(1,3)} & \tilde{\boldsymbol{A}}_{k}^{(2,4)} & \boldsymbol{0} \\ \tilde{\boldsymbol{B}}_{m}^{(1,2)} & \tilde{\boldsymbol{B}}_{k}^{(1,3)} & \boldsymbol{0} & \tilde{\boldsymbol{B}}_{m}^{(3,4)} \\ \tilde{\boldsymbol{C}}_{m}^{(1,2)} & \boldsymbol{0} & \tilde{\boldsymbol{C}}_{k}^{(2,4)} & \tilde{\boldsymbol{C}}_{m}^{(3,4)} \\ \boldsymbol{0} & \tilde{\boldsymbol{D}}_{k}^{(1,3)} & \tilde{\boldsymbol{D}}_{k}^{(2,4)} & \tilde{\boldsymbol{D}}_{m}^{(3,4)} \end{bmatrix};$$
(7)

$$\widetilde{\boldsymbol{\Delta}} = \begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{\Delta}}_{m}^{(1,2)} \\ \widetilde{\boldsymbol{\Delta}}_{k}^{(1,3)} \\ \widetilde{\boldsymbol{\Delta}}_{m}^{(2,4)} \\ \widetilde{\boldsymbol{\Delta}}_{m}^{(3,4)} \end{bmatrix}; \qquad \qquad \widetilde{\boldsymbol{\boldsymbol{\phi}}} = \begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{\boldsymbol{\phi}}}_{m}^{(1,2)} \\ \widetilde{\boldsymbol{\boldsymbol{\phi}}}_{k}^{(1,3)} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \tag{8}$$

В обозначении подматриц и подвекторов верхний индекс обозначает, что подматрица или подвектор относятся к границе между соответствующими зонами [3]. Нижний индекс обозначает зависимость компонент подматрицы или подвектора от индексов "k" или "m". Чтобы определить значения весовых коэффициентов в частотной области решение системы уравнений (б) должно быть проведено для каждого значения частоты.

5. На этом шаге осуществляется обратное преобразование Фурье. В большинстве практических случаев это преобразование требуется только для распределения температуры в зоне с термочувствительным элементом. Чтобы определить частотную характеристику, такое преобразование не требуется. Например, частотная характеристика теплового приемника излучения определяется следующим образом

$$S_{\omega} = \frac{U_{t}}{\widetilde{P}_{i}}$$

где $\tilde{U}_{\rm t}$, $\tilde{P}_{\rm i}$ - выходной сигнал батареи термопар и входная мощность падающего излучения приемника, соответственно.

Чтобы определить выходной сигнал батареи термопар во временной области, U_t , необходимо найти значение разницы температур между горячими спаями *r* и температурой окружающей среды, T'_{ht_r} . Это значение определяется с помощью обратного преобразования Фурье

$$T'_{\mathrm{ht}_r} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{T}'_{\mathrm{ht}_r} \exp(j\omega t) d\omega$$

Тогда выходной сигнал батареи термопар равен

$$U_{\rm t} = k_{\rm dm} \left(\alpha_1 - \alpha_2 \right) \sum_{r=1}^N T_{\rm ht_r}'$$

где α_1 и α_2 коэффициенты термоэдс материалов ветвей термопар; N число термопар; $k_{\rm dm}$ - отношение между общей площадью термически изолированной структуры и площадью области моделирования.

III. ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

Представленная модель была использована для определения комплексной частотной зависимости микроэлектронных тепловых приемников излучения на консольной, мостовой и мембранной термически изолированных структурах. Для корректного сравнения результатов параметры элементов (термически изолированная структура, поглощающий слой, батарея пленочных термопар) различных типов тепловых приемников излучения были выбраны одинаковыми. Были выбраны следующие значения параметров: 1) размеры зоны, занятой поглощающим слоем: длина - 200 мкм, ширина - 200 мкм; толщина поглощающего слоя - 0,5 мкм; материал поглощающего слоя – платиновая чернь со следующими свойствами: плотность – 21450,0 кг/м³; удельная теплоемкость - 140,0 Дж/(кг·К); коэффициент теплопроводности – 72,0 Вт/(м К); коэффициент черноты - 0,9; 2) размеры каждой зоны, занятой термоэлектрическим преобразователем: длина - 200 мкм, ширина - 200 мкм; толщина каждого пленочного проводника термоэлектрического преобразователя - 0,4 мкм; материал отрицательного и положительного проводников термоэлектрического преобразователя - поликремний (n- и p-типов, соответственно) со следующими свойствами: плотность – 2330,0 кг/м³; удельная теплоемкость - 750,0 Дж/(кг К); коэффициент теплопроводности – 20,0 Вт/(м К); коэффициент черноты – 0,5; коэффициент термоэдс - -150 мкВ/К (пполикремний) и +150 мкВ/К (р-поликремний); 3) размеры термически изолированной структуры в консольном приемнике излучения: длина - 400 мкм, ширина - 200 мкм; в мостовом приемнике излучения: длина - 600 мкм, ширина - 200 мкм; в мембранном приемнике излучения: длина - 600 мкм, ширина - 600 мкм; толщина термически изолированной структуры -1,0 мкм; материал термически изолированной структуры – диоксид кремния со следующими свойствами: плотность – 2200,0 кг/м³; удельная теплоемкость 740,0 Дж/(кг·К); коэффициент теплопроводности – 1,2 Вт/(м·К); коэффициент черноты – 0,5; 4) значения остальных параметров выбраны следующими: коэффициент теплопроводности воздуха – 0,026 Вт/(м·К); коэффициент конвекции – 19,8 Вт/(м²·К); температура окружающей среды – 300 К.

Полученные в результате моделирования зависимости приведенного модуля комплексной частотной характеристики от частоты для различных приемников излучения приведены на рис. За. Сравнительный анализ этих характеристик показывает, что мембранный тепловой приемник излучения при идентичной конструкции элементов имеет более высокую граничную частоту, чем мостовой и консольный приемники излучения. Наименьшая граничная частота получена для консольного теплового приемника излучения. Зависимости аргумента комплексной частотной характеристики от частоты различных приемников излучения представлены на рис. 3б. Особенностью частотных зависимостей аргумента для всех типов приемников излучения является то, что на высоких частотах аргумент становится меньше, чем -90°. Это обусловлено тем, что тепловая подсистема приемников излучения имеет несколько каскадов для теплопередачи. Например, в консольном тепловом приемнике излучения теплопередача от поглощающего слоя в окружающую среду осуществляется последовательно через зоны 1 и 2. Однако приближенное описание динамических свойств тепловых приемников излучения частотной характеристикой для однокаскадных систем первого порядка позволяет определить их постоянную времени, которая находится из частотных зависимостей аргументов. Постоянная времени равна:

$$\tau = \frac{1}{2\pi f_{\rm c}},$$

где f_c - граничная частота теплового приемника излучения. Граничной частотой является частота, на которой аргумент равен 45°. На основе данных, представленных на рис. 3, получены следующие значения граничной частоты и постоянной времени тепловых приемников излучения: 1) консольный приемник излучения: $f_c = 13,9$ Гц, $\tau = 11,5$ мс; 2) мостовой приемник излучения: $f_c = 19,0$ Гц; $\tau = 8,4$ мс; 3) мембранный приемник излучения: $f_c = 31,2$ Гц; $\tau = 5,1$ мс.

На рис. 4 представлены временные зависимости температуры горячих спаев термопар для двух видов импульсного воздействия: а) временной интервал между импульсами больше времени достижения установившегося значения температуры перегрева; б) временной интервал между импульсами меньше времени достижения установившегося значения температуры перегрева.

IV. Заключение

Предложен метод моделирования нестационарного распределения температуры в теплофизических микросенсорах с консольной, мостовой и мембранной тер-





мически изолированными структурами. На основании данных моделей проведено определение частотной характеристики тепловых приемников излучения на консольной, мостовой и мембранной термически изолированных структурах. Показано, что тепловые приемники излучения на мембранной термически изолированной структуре имеют наибольшую граничную частоту и, соответственно, наименьшую тепловую постоянную времени. Установлено, что аргумент частот-



Рис. 4. Временные зависимости входного воздействия q_r (пунктирная линия) и температуры перегрева горячих спаев термопар ΔT_h (сплошная линия) теплового приемника излучения с консольной термически изолированной структурой при импульсном входном воздействии: а) – $t_i = 0,025$ с, $t_p = 0,1$ с; б) – $t_i = 0,025$ с, $t_p = 0,05$ с.

ной характеристики при больших частотах становится меньше -90°. Это указывает на то, что при высоких частотах структура теплового приемника излучения должна рассматриваться как структура с распределенными параметрами. Определены временные зависимости температуры горячих спаев термопар тепловых приемников излучения при импульсных воздействиях.

ЛИТЕРАТУРА

- Baltes H., Paul O., Brand O. Micromachined thermally based CMOS microsensors // Proceedings of the IEEE. 1998. V. 86. P. 1660-1678.
- [2] Graf A., Arndt M., Sauer M., Gerlach G. Review of micromachined thermopiles for infrared detection // Measurement Science and Technology. 2007. V. 18. P. R59-R75.
- [3] Kozlov A.G. Analytical modelling of steady-state temperature distribution in thermal microsensors using Fourier method. Part 1. Theory // Sensors and Actuators A. Physical. 2002. V. 101. P. 283-298.