УДК 621.38+621.373.1

Вычислительный метод расчета нелинейных искажений при мультитональных тестовых сигналах

М.М. Гурарий, М.М. Жаров, С.Л. Ульянов, Л.С. Ходош

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, ippm@ippm.ru

***Аннотация* — В статье предлагается вычислительный метод расчета нелинейных искажений при сложных тестовых сигналах. В основе метода лежит применение гармонического баланса с переменными коэффициентами Фурье и численное вычисление интегралов Фурье с использованием интегрирующих полиномов.**

***Ключевые слова* — аналоговые схемы, системы цифровой связи, гармонический баланс, нелинейные искажения, схемотехническое моделирование.**

I. Введение

При проектировании блоков систем связи одним из основных требований является допустимый уровень нелинейных искажений [1], [2]. Нелинейные искажения в системах связи обычно делят на два типа: искажения в полосе частот канала, которые приводят к ухудшению соотношения сигнал/шум, и искажения вне полосы канала, которые ухудшают характеристики соседнего и других каналов. Для передатчика критическим требованием является величина сигнала, который он может передавать вне отведенной полосы частот. Поэтому все основные стандарты связи имеют ограничения на эту величину. Особые требования по уровню нелинейных искажений предъявляются к блоку усилителя мощности, так как этот блок во многом определяет характеристики передатчика в целом, и для повышения КПД передатчика в блоке используются существенно нелинейные режимы работы элементов.

Стандартные метрики нелинейных искажений, полученные при воздействии на схему одного или двух тестовых гармонических сигналов, и известные методы их измерения обеспечивают удобные средства оценки качества аналоговых систем связи. Однако эти характеристики оказываются недостаточными при анализе современных цифровых систем связи, где широко применяется цифровая модуляция сигналов.

Сигналы в цифровых системах связи являются узкополосными и шумоподобными, т.е. они занимают конечную полосу частот вблизи несущей частоты и имеют сплошные спектры. Кроме того, они характеризуются относительно большой шириной полосы частот и значительными изменениями амплитуды [3]. Вследствие этого двухтональные тестовые сигналы становятся плохим приближением реального сигнала, а полученные с их помощью метрики дают недостаточную оценку нелинейных искажений. В качестве альтернативы рассматриваются метрики, основанные на расчете спектральной плотности мощности сигналов и отражающие перераспределение спектра входного сигнала [4]. Коэффициент мощности соседнего канала ACPR определяется как отношение мощности сигнала в основном и в соседнем канале и применяется для оценки искажений в усилителях и смесителях. Для количественной оценки нелинейных искажений в широкополосных схемах и системах используется коэффициент мощности шума NPR, который дает меру нелинейных искажений в полосе частот основного канала [4]. Для получения этих характеристик в качестве тестовых сигналов применяются сложные полигармонические воздействия, содержащие большое количество тонов [3], [5].

Схемотехническое моделирование при сложных полигармонических тестовых сигналах и расчет этих характеристик представляют значительные трудности. Непосредственное применение метода квази-периодического гармонического баланса (ГБ) в рамках программ схемотехнического моделирования практически невозможно, так как приводит к неприемлемо большой размерности задачи [6], [7]. Методы расчета [8], [9], которые основаны на построении поведенческой модели системы, соответствуют моделированию на системном уровне, являются наиболее эффективными, но дают достаточно хорошие результаты только при условии, что ширина полосы частот в схеме значительно превышает полосу частот сигнала [10]. Метод Фурье-огибающей [11], [12] применяется для моделирования схем при воздействии модулированного периодического высокочастотного сигнала, когда модулирующий сигнал не является гармоническим и периодическим. Данный метод целесообразно применять для расчета схем при наличии сложной цифровой модуляции, а также для расчета переходных процессов в радиотехнических схемах [10].

Метод гармонического баланса с переменными коэффициентами Фурье [10] предназначен для определения установившегося режима в схеме при ее возбуждении высокочастотным периодическим сигналом, модулированным периодическим сигналом произвольной формы. Для построения вычислительного метода анализа нелинейных искажений при сложных полигармонических тестовых сигналах на основе этого метода необходимо разработать вычислительную схему метода, соответствующую форму представления тестового сигнала и алгоритмы расчета характеристик.

II. Метод гармонического баланса с переменными коэффициентами Фурье

A. *Система уравнений метода*

Рассмотрим основные положения метода гармонического баланса с переменными коэффициентами Фурье в предположении двух периодических воздействий с несоизмеримыми частотами ω_1, ω_2, причем $\omega_1 \gg \omega_2$. Здесь $\omega_1 = 2\pi/T_1$, $\omega_2 = 2\pi/T_2$ и T_1, T_2 - периоды. При расчете модулированных сигналов ω_1 соответствует частоте несущего сигнала, а ω_2 - частоте модуляции.

Модель схемы во временной области может быть задана в зарядовой форме следующей системой дифференциальных уравнений [13]:

$$r(v, t) = i(v(t)) + \dot{q}(v(t)) + u(t) = 0. \qquad (1)$$

Здесь в соответствии с узловым методом *v(t), i(v(t)), q(v(t))* - вектор-функции напряжений в узлах схемы, узловых токов и зарядов, соответственно, *u(t)* - вектор входных источников. Размерность всех векторов *N*. Если схема содержит источники напряжения или индуктивности, то модель схемы имеет тот же вид системы (1), однако вектор-функции *v(t), i(v(t)), q(v(t))* содержат дополнительные компоненты в соответствии с расширенным узловым базисом.

Предполагается, что при квазипериодическом входном воздействии установившийся режим в схеме является квазипериодическим. Тогда для сигналов в схеме справедливо представление в виде ряда Фурье

$$x(t) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} X(k_1, k_2) e^{j(k_1\omega_1 + k_2\omega_2)t}. \qquad (2)$$

Изменяя порядок операций, можно записать

$$x(t) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k_2=-\infty}^{\infty} X(k_1, k_2) e^{jk_2\omega_2 t} \right) e^{jk_1\omega_1 t} = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \tilde{X}(k_1, t) e^{jk_1\omega_1 t}. \qquad (3)$$

Приведенная запись совпадает с одномерным рядом Фурье за исключением того факта, что сами коэффициенты ряда уже не являются константами, а есть периодические с периодом T_2 функции времени

$$\tilde{X}(k_1, t) = \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} X(k_1, k_2) e^{jk_2\omega_2 t}. \qquad (4)$$

В рамках метода требуется, чтобы функции медленно менялись во времени. При этом $\tilde{X}(k_1, t)$ дает комплексную модуляцию k_1 гармоники. Условие медленного изменения функций $\tilde{X}(k_1, t)$ необходимо, чтобы полоса частот каждой функции не превосходила $\omega_1/2$. В противном случае полосы соседних гармоник будут перекрываться и представление (4) не будет единственным.

Предполагая представление (3) для вектора узловых переменных, токов и зарядов и подставляя их в уравнение (1), получим

$$\sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \tilde{R}(k_1, \tilde{V}(t), t) e^{jk_1\omega_1 t} = 0, \qquad (5)$$

где

$$\begin{gathered} \tilde{R}(k_1, \tilde{V}(t), t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{Q}(k_1, \tilde{V}(t)) + \\ jk_1\omega_1\tilde{Q}(k_1, \tilde{V}(t)) + \tilde{I}(k_1, \tilde{V}(t)) + \tilde{U}(k_1, t) \end{gathered}. \qquad (6)$$

Заменяя бесконечный ряд конечным, можно положить, что равенство нулю достигается для каждой гармоники индивидуально. Тогда уравнение в векторной форме имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{Q}(\tilde{V}(t)) + j\Omega\tilde{Q}(\tilde{V}(t)) + \tilde{I}(\tilde{V}(t)) + \tilde{U}(t) = 0, \qquad (7)$$

где Ω - блочно-диагональная матрица с элементами $k_1\omega_1$ на диагонали каждого блока.

Выражение (7) представляет собой ОДУ относительно *(2K$_1$+1)N* переменных, где K_1 - число гармоник частоты ω_1. Уравнение дискретизируется с помощью какого-либо метода интегрирования, затем полученное алгебраическое уравнение решается с помощью метода Ньютона. Например, применение обратного метода Эйлера приводит к следующей системе алгебраических уравнений:

$$\begin{gathered} \frac{\tilde{Q}(\tilde{V}(t_s)) - \tilde{Q}(\tilde{V}(t_{s-1}))}{h_s} + \\ j\Omega\tilde{Q}(\tilde{V}(t_s)) + \tilde{I}(\tilde{V}(t_s)) + \tilde{U}(t_s) = 0 \end{gathered}. \qquad (8)$$

Здесь $\{t_s\}$ - множество точек из интервала $[0,T_2]$, $h_s=t_s-t_{s-1}$.

При этом $\tilde{Q}(\tilde{V}(t_s))$ и $\tilde{I}(\tilde{V}(t_s))$ вычисляются в момент t_s следующим образом. Вначале $\tilde{V}(t_s)$ преобразуется во временную область с помощью обратного преобразования Фурье

$$v_s = \Gamma^{-1}\tilde{V}(t_s), \qquad (9)$$

где

$$v_s = [v_s(\tau_1), v_s(\tau_2), \ldots, v_s(\tau_{2K_1+1})]^T \qquad (10)$$

- точки отбора τ_i, $i=1,2,\ldots,2K_1+1$ из интервала $[0,T_1]$.

Затем заряды и токи вычисляются во временной области

$$i_s = [i(v_s(\tau_1)), i(v_s(\tau_2)), \ldots, i(v_s(\tau_{2K_1+1}))]^T, \quad (11)$$

$$q_s = [q(v_s(\tau_1)), q(v_s(\tau_2)), \ldots, q(v_s(\tau_{2K_1+1}))]^T. \quad (12)$$

Вычисленные величины преобразуются в частотную область с помощью прямого преобразования Фурье

$$\tilde{I}(\tilde{V}(t_s)) = \Gamma i_s, \quad (13)$$

$$\tilde{Q}(\tilde{V}(t_s)) = \Gamma q_s. \quad (14)$$

Таким образом, для каждой точки интегрирования t_s уравнение (8) может быть представлено в виде

$$\Gamma f_s(\Gamma^{-1}\tilde{V}(t_s)) + j\Omega\Gamma q(\Gamma^{-1}\tilde{V}(t_s)) + \tilde{B}(t_s) = 0, \quad (15)$$

где

$$f_s(\Gamma^{-1}\tilde{V}(t_s)) = i_s(\Gamma^{-1}\tilde{V}(t_s)) + \frac{1}{h_s} q_s(\Gamma^{-1}\tilde{V}(t_s)), \quad (16)$$

$$\tilde{B}(t_s) = \tilde{U}(t_s) - \frac{1}{h_s}\tilde{Q}(\tilde{V}(t_{s-1})). \quad (17)$$

Система алгебраических уравнений (15) имеет тот же вид, что и система уравнений ГБ. Поэтому вычислительная схема метода должна предусматривать на каждой точке интегрирования выполнение алгоритма ГБ, модифицированного с учетом выражений (16), (17).

B. *Численное решение системы ОДУ метода*

Для численного решения уравнения (7) необходимо применить метод интегрирования из числа методов, традиционно применяемых в схемотехническом моделировании. Предположим, что решение известно в точках t_i, $i=0,1, \ldots, n$, и необходимо получить решение в точке t_{n+1}.

Применяя линейную многошаговую формулу (BDF), имеем [14]

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{Q}_k(\tilde{V}(t_{n+1})) = -\frac{1}{h}\sum_{j=0}^{M}\alpha_j\tilde{Q}_k(\tilde{V}_{n+1-j}), \quad (18)$$

где $h = t_{n+1} - t_n$, $\tilde{V}_{n+1-j} = \tilde{V}(t_{n+1-j})$ и M - порядок метода.

Используя (18), уравнение (7) примет вид

$$\tilde{R}_k(\tilde{V}_{n+1}) = jk\omega_1\tilde{Q}_k(\tilde{V}_{n+1}) + \tilde{I}_k(\tilde{V}_{n+1}) -$$

$$\frac{1}{h}\alpha_0\tilde{Q}_k(\tilde{V}_{n+1}) + \left(\tilde{U}_k(t_{n+1}) - \frac{1}{h}\sum_{j=1}^{M}\alpha_j\tilde{Q}_k(\tilde{V}_{n+1-j}) = 0\right) \quad (19)$$

Это система нелинейных алгебраических уравнений относительно $\tilde{V}_{n+1}$. Система имеет ту же самую структуру как и в обычном гармоническом балансе, за исключением дополнительного члена нелинейных токов. Следовательно, стандартный гармонический баланс может быть использован при условии соответствующей модификации.

Численное решение (19) составляет шаг коррекции. Шаг прогноза дает начальное значение для решения и выполняется в соответствии с формулой [14]

$$\tilde{V}_{n+1}^{(0)} = \sum_{j=1}^{M+1}\gamma_j\tilde{V}_{n+1-j}. \quad (20)$$

Разность между скорректированной и прогнозируемой величинами используется для оценки локальной погрешности и для управления процессом интегрирования. На основе оценки локальной погрешности вычисляется следующая временная точка (или шаг) и порядок метода интегрирования.

Погрешность вычисляется по формуле

$$E = \max_i\left(\frac{|y_i - y_i^{(0)}|}{tol_i}\right), \quad (21)$$

где $tol_i = \varepsilon_r \cdot \max(|y_i|, |y_i^{(0)}|) + \varepsilon_a$, y_i - гармоническая норма вектора $\tilde{V}_{n+1}$ в соответствующем узле, i - номер узла, ε_r, ε_a - допуски.

Новый шаг вычисляется по формуле

$$h_{new} = \frac{h}{\sqrt[M+1]{E}}. \quad (22)$$

Порядок метода выбирается из условия максимальной длины шага.

III. Применение метода для анализа нелинейных искажений

A. *Представление тестового воздействия*

При обсуждении выбора тестового сигнала отмечается, что наилучшим из возможных тестовых сигналов был бы белый гауссовский шум [3]. Однако такой сигнал является непериодическим, имеет сплошной спектр, что приводит к трудностям при его воспроизведении и измерении. Вследствие этого в качестве тестовых сигналов применяются сложные полигармонические воздействия, содержащие большое количество тонов. Мультитональное воздействие имеет вид [3], [5]

$$s(t) = \sum_{i=1}^{M} A_i\cos(\omega_i t + \varphi_i), \quad (23)$$

где A_i, ω_i, φ_i - амплитуда, частота и фаза i-го тона, M - количество тонов, $\omega_i = \omega_0 + (i-1)\Delta\omega$ и $\Delta\omega$ - частотное разрешение.

Тестовые сигналы такого вида получили широкое распространение для характеризации нелинейных искажений в схемах для цифровых систем связи, тестирования радиосистем, получения поведенческих моделей блоков радиосистем [3], [4], [5]. Это обусловлено тем, что сигналы такого вида являются периодическими, что позволяет легко их воспроизводить и измерять. Кроме того, такое представление позволяет получать сигналы с заданными статистическими характеристиками, соответствующими статистическим характеристикам модулированных сигналов в схеме [3].

Рассматривая выражение (23) как узкополосный квазипериодический сигнал, всегда можно записать его представление в виде

$$s(t) = Re\{\hat{S}(t)e^{j\omega_0 t}\}, \tag{24}$$

где $\hat{S}(t)$ - комплексная огибающая сигнала.

Таким образом, форма тестового сигнала (24) позволяет применить метод гармонического баланса с переменными коэффициентами Фурье.

B. *Расчет характеристик нелинейных искажений с помощью интегралов Фурье*

Для расчета метрики ACPR необходимо располагать спектрами сигналов для вычисления мощности в канале и соседнем канале. Эти спектры можно получить путем применения дискретного преобразования Фурье к комплексным значениям сигналов $\tilde{V}(t_s)$, полученных в результате гармонического баланса с переменными коэффициентами Фурье, в рамках постпроцессорной обработки результатов анализа. Однако для получения коэффициентов Фурье можно применить подход, основанный на вычислении интегралов Фурье [15]. Достоинством данного подхода по сравнению с применением дискретного преобразования Фурье является то, что он не требует равномерного распределения точек отсчета и не подвержен влиянию погрешностей интерполяции и алиасинга.

Обозначим полученные в результате анализа векторы $X(t)$. Особенностью применения подхода в случае гармонического баланса с переменными коэффициентами Фурье является то, что сигналы представлены комплексными векторами

$$X(t) = X^r(t) + jX^i(t). \tag{25}$$

В этом случае коэффициенты Фурье можно рассчитывать для действительной и мнимой частей отдельно. Коэффициенты для $X^r(t)$ вычисляются по формуле

$$X_k^r = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} X^r(t)\exp(-jk\omega t)dt = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} X^r(t)[\cos(k\omega t) - j\sin(k\omega t)]dt. \tag{26}$$

Здесь $\omega = 2\pi/T$ и T - период.

Коэффициенты для $X^i(t)$ вычисляются аналогично. Введем обозначения

$$X_k^{r,r} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} X^r(t)\cos(k\omega t)dt, \tag{27}$$

$$X_k^{r,i} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} X^r(t)\sin(k\omega t)dt, \tag{28}$$

$$X_k^{i,r} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} X^i(t)\cos(k\omega t)dt, \tag{29}$$

$$X_k^{i,i} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} X^i(t)\sin(k\omega t)dt. \tag{30}$$

Тогда можно записать

$$X_k^r = X_k^{r,r} - jX_k^{r,i},\ X_k^i = X_k^{i,r} - jX_k^{i,i}. \tag{31}$$

Коэффициенты Фурье для исходных векторов имеют вид

$$X_k = (X_k^{r,r} + X_k^{i,i}) + j(-X_k^{r,i} + X_k^{i,r}). \tag{32}$$

Рассмотрим вычисление коэффициентов X_k^r, X_k^i. Ниже представлено вычисление X_k^r. Коэффициент X_k^i вычисляется аналогично.

Для получения X_k^r необходимо вычислить интегралы (27), (28). Пусть уравнения были решены в *N+1* точках $t_0, t_1, t_2, \ldots, t_N$. Тогда интегралы (27), (28) можно представить в виде суммы интегралов по каждому временному подинтервалу [15]

$$X_k^{r,r} = \frac{1}{T}\sum_{n=1}^{N}\int_{t_{n-1}}^{t_n} X^r(t)\cos(k\omega t)dt, \tag{33}$$

$$X_k^{r,i} = \frac{1}{T}\sum_{n=1}^{N}\int_{t_{n-1}}^{t_n} X^r(t)\sin(k\omega t)dt. \tag{34}$$

Предположим, что внутри каждого подинтервала функции $X^r(t)$ аппроксимируются интегрирующими полиномами вида [14]

$$\tilde{X}^r(\tau) = \sum_{m=0}^{M} d_m\left(\frac{t_n - t}{h}\right)^m = \sum_{m=0}^{M} d_m\tau^m. \tag{35}$$

Здесь M - порядок полинома, $h = t_n - t_{n-1}$, $\tau = (t_n - t)/h$, $t = t_n - \tau h$.

Заметим, что $\tau = 0$ при $t = t_n$ и $\tau = 1$ при $t = t_{n-1}$. Коэффициенты полиномов перевычисляются для каждого подинтервала.

Подстановка (35) в (33), (34) дает

$$X_k^{r,r} = \frac{1}{T}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{M} d_m \int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\frac{t_n - t}{h}\right)^m \cos(k\omega t)dt\,, \tag{36}$$

$$X_k^{r,i} = \frac{1}{T}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{M} d_m \int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\frac{t_n - t}{h}\right)^m \sin(k\omega t)dt\,. \tag{37}$$

Интегралы в (36), (37) вычисляются аналитически с помощью интегрирования по частям и индукции

$$\begin{aligned} I_m^k &= \int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\frac{t_n - t}{h}\right)^m \cos(k\omega t)dt = \\ &(-h)\cos(k\omega t_n)\int_1^0 \tau^m \cos(k\omega\tau h)d\tau + , \\ &(-h)\sin(k\omega t_n)\int_1^0 \tau^m \sin(k\omega\tau h)d\tau \end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned} J_m^k &= \int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\frac{t_n - t}{h}\right)^m \sin(k\omega t)dt = \\ &(-h)\sin(k\omega t_n)\int_1^0 \tau^m \cos(k\omega\tau h)d\tau + . \\ &h\cos(k\omega t_n)\int_1^0 \tau^m \sin(k\omega\tau h)d\tau \end{aligned} \tag{39}$$

Используя следующие известные формулы ($a \neq 0$)

$$\int \tau^m \cos(a\tau)d\tau = \sum_{i=0}^{m} \frac{m!\tau^i}{i!(a)^{m-i+1}} \sin\left(a\tau + \frac{\pi}{2}(m-i)\right) \tag{40}$$

$$\int \tau^m \sin(a\tau)d\tau = -\sum_{i=0}^{m} \frac{m!\tau^i}{i!(a)^{m-i+1}} \cos\left(a\tau + \frac{\pi}{2}(m-i)\right) \tag{41}$$

после преобразований получаем для $k \neq 0$

$$\begin{aligned} I_m^k &= \frac{m!}{(k\omega)^{m+1}h^m}\sin\left(k\omega t_n - \frac{\pi}{2}m\right) - \\ &\sum_{i=0}^{m} \frac{m!}{i!(k\omega)^{m-i+1}h^{m-i}}\sin\left(k\omega t_{n-1} - \frac{\pi}{2}(m-i)\right) \end{aligned}\,, \tag{42}$$

$$\begin{aligned} J_m^k &= -\frac{m!}{(k\omega)^{m+1}h^m}\cos\left(k\omega t_n - \frac{\pi}{2}m\right) + \\ &\sum_{i=0}^{m} \frac{m!}{i!(k\omega)^{m-i+1}h^{m-i}}\cos\left(k\omega t_{n-1} - \frac{\pi}{2}(m-i)\right) \end{aligned}\,. \tag{43}$$

Для случая $k = 0$ имеем

$$I_m^k = (-h)\left[\frac{\tau^{m+1}}{m+1}\right]\Bigg|_1^0 = \frac{h}{m+1}\,, \tag{44}$$

$$J_m^k = 0\,. \tag{45}$$

Таким образом, выражения для вычисления коэффициентов Фурье имеют вид

$$X_k^{r,r} = \frac{1}{T}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{M} d_m I_m^k\,, \tag{46}$$

$$X_k^{r,i} = \frac{1}{T}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{M} d_m J_m^k\,. \tag{47}$$

C. *Определение коэффициентов интегрирующих полиномов*

(*M+1*) коэффициентов интегрирующих полиномов порядка M определяются из условия, что полином принимает значения $X_n, X_{n-1}, X_{n-2}, \ldots, X_{n-M}$ во временных точках $t_n, t_{n-1}, t_{n-2}, \ldots, t_{n-M}$:

$t_n(\tau_0 = 0) : 1 \cdot d_0 + 0 \cdot d_1 + 0 \cdot d_2 + \ldots + 0 \cdot d_M = X_n$,

$t_{n-1}(\tau_1 = 1)$:

$1 \cdot d_0 + 1 \cdot d_1 + 1 \cdot d_2 + \ldots + 1 \cdot d_M = X_{n-1}$,

$t_{n-2}\left(\tau_2 = \dfrac{h + h_{n-1}}{h}\right)$:

$1 \cdot d_0 + \tau_2 \cdot d_1 + \tau_2^2 \cdot d_2 + \ldots + \tau_2^M \cdot d_M = X_{n-2}$

$\ldots$

$t_{n-M}\left(\tau_M = \dfrac{h + h_{n-1} + \ldots + h_{n-M-1}}{h}\right)$:

$1 \cdot d_0 + \tau_M \cdot d_1 + \tau_M^2 \cdot d_2 + \ldots + \tau_M^M \cdot d_M = X_{n-M}$.

Условие может быть записано в матричной форме

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & \tau_2 & \tau_2^2 & \ldots & \tau_2^M \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & \tau_M & \tau_M^2 & \ldots & \tau_M^M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \ldots \\ d_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_n \\ X_{n-1} \\ X_{n-2} \\ \ldots \\ X_{n-M} \end{bmatrix}. \tag{48}$$

Линейная система (48) относительно коэффициентов $[d_0, d_1, d_2, \ldots, d_M]^T$ может быть решена с помощью LU-декомпозиции матрицы, прямой и обратной подстановки. Так как коэффициенты матрицы зависят только от шага по времени и одинаковы для всех узловых переменных, декомпозиция матрицы выполняется только один раз на каждом временном интервале. Заметим, что, по крайней мере, для методов интегрирования первого и второго порядка можно избежать решения линейной системы и получить явные выражения для коэффициентов.

IV. Пример расчета характеристик нелинейных искажений

В качестве примера рассматривается расчет коэффициента ACPR для схемы усилителя мощности на биполярных транзисторах для работы с сигналами стандарта GSM с частотой несущей 960 МГц. В соответствии со стандартом скорость канала R=270,833 Кбит/с, разнос каналов 200 кГц. Для определения коэффициента ACPR рассчитывается мощность выходного сигнала в полосе частот 270,833 кГц основного канала и мощность сигнала в полосе частот 30 кГц соседнего канала при двух значениях частоты смещения 100 кГц и 200 кГц. Тестовый сигнал задавался 1024 спектральными точками с частотным разрешением 1057,94 Гц.

При входной мощности -10 дБм значение коэффициента ACPR равно -35,87 дБ. При этом временные затраты анализа на ПЭВМ Pentium Q6600, 2,4 ГГц составили 320 сек, число временных точек 5011, общее число ньютоновских итераций 9438.

V. Заключение

Предложен вычислительный метод анализа нелинейных искажений при сложных тестовых сигналах, который позволяет эффективно рассчитывать важные характеристики блоков цифровых систем связи ACPR, NPR на схемотехническом уровне моделирования. Получены выражения для численного вычисления интегралов Фурье с использованием интегрирующих полиномов, применяемых в методе гармонического баланса с переменными коэффициентами Фурье. Применение численного вычисления интегралов Фурье по сравнению с дискретным преобразованием Фурье позволяет повысить точность расчетов за счет исключения погрешностей интерполяции и алиасинга и снизить вычислительные затраты благодаря исключению необходимости равномерного распределения точек отсчета.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №10-07-00043а.

Литература

[1] Razavi B. RF Microelectronics. - Upper Saddle River: Prentice Hall PTR, 1998. - 352 p.

[2] Li R.C. RF circuit design. - New Jersey: John Wiley & Sons Inc., 2008. - 828 p.

[3] Carvalho N.B., Remley K.A., Schreurs D., Gard K.G. Multisine signals for wireless system test and design // IEEE Microwave Magazine. - 2008. - PP. 122-138.

[4] Pedro J. C., Carvalho N. B. Intermodulation distortion in microwave and wireless circuits. - Boston: Artech House, 2003. - 432 p.

[5] Remley K.A. Multisine excitation for ACPR measurements // IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig. - June 2003. - PP. 2141-2144.

[6] Pedro J.C., Carvalho N.B. On the Use of Multitone Techniques for Assessing RF Components' Intermodulation Distortion // IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. - 1999. - V. 47. - № 12. - PP. 2393-2402.

[7] Гурарий М.М., Ульянов С.Л. Метод моделирования нелинейных искажений радиотехнических схем с цифровой модуляцией в системах автоматизации схемотехнического проектирования // Сб. трудов второй Всероссийской научно-технической конференции "Проблемы разработки перспективных микроэлектронных систем - 2006". - М.: ИППМ РАН, 2006. - С. 61-65.

[8] Gard K., Gutierrez H., and Steer M.B. Characterization of spectral regrowth in microwave amplifiers based on the nonlinear transformation of a complex Gaussian process // IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. - 1999. - V. 47. - № 7. - PP. 1059-1069.

[9] Гурарий М.М., Жаров М.М., Русаков С.Г., Ульянов С.Л. Метод расчета коэффициента мощности соседнего канала при схемотехническом моделировании радиосхем с импульсной модуляцией // Сборник научных трудов научно-технической конференции : "Электроника, микро- и наноэлектроника". - М.: МИФИ, 2010. - С. 239-244.

[10] Kundert K.S. Introduction to RF Simulation and Its Application // J. of Solid-State Circuits. - 1999. - V. 34. - № 9. - PP. 1298-1319.

[11] Sharrit D. New method of analysis of communication systems // Proc. MTTS’96 WMFA: Nonlinear CAD Workshop. - 1996.

[12] Feldmann P., Roychowdhury J. Computation of circuit waveform envelopes using an efficient, matrix-decomposed harmonic balance algorithm // Proc. of Int. Conf. on Computer Aided Design. San Jose. - 1996. - PP. 295-300.

[13] Актуальные проблемы моделирования в системах автоматизации схемотехнического проектирования / под ред. А.Л. Стемпковского. – М.: Наука, 2003. - 430 с.

[14] Влах И., Сингхал К. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем. - М.: Радио и связь, 1988. - 560 с.

[15] Kundert K. Accurate Fourier Analysis for Circuit Simulators // Proc. of IEEE CICC. San Diego. - 1994. - PP. 25-28.