

Алгоритмы редукции многопортовых линейных цепей с индуктивностями на базе селективных методов исключения

М.М. Гурарий, М.М. Жаров, С.Г. Русаков

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, iprm@iprm.ru

Аннотация — Предлагается метод понижения порядка моделей линейных схем, основанный на последовательном исключении малых индуктивностей. Метод обеспечивает первый порядок точности передаточных функций редуцированной схемы. Получен критерий пассивности редуцированной схемы, который может быть легко верифицирован. Предложенный подход может быть рассмотрен как расширение известных селективных алгоритмов исключения емкостных узлов в цепи с индуктивностями.

Ключевые слова — методы редуцирования цепей, линейные схемы, исключение индуктивностей.

I. ВВЕДЕНИЕ

Важной задачей практического моделирования СБИС является редукция многопортовых линейных цепей, необходимая, например, при моделировании процессов в межсоединениях или подложке. Выбор методов редукции высокоразмерных моделей для цепей со многими входами и выходами является актуальной проблемой этого исследовательского направления [1]. Следует отметить, что применение наиболее распространённых алгоритмов редукции на базе метода Крыловских подпространств, например, PRIMA [2], сталкивается в этом случае с существенными ограничениями. Эти методы разработаны и детально исследованы для редукции моделей с одним входом и одним выходом. При их применении к многопортовым цепям число новых векторов на каждом итерационном шаге определяется количеством входов и выходов. Поэтому размерность Крыловских подпространств очень быстро растёт, что делает бесперспективным их применение к многопортовым задачам.

По указанной причине внимание исследователей обращено к развитию альтернативных подходов, в первую очередь, на базе селективных методов узлового исключения [3-6]. Так, например, популярный алгоритм [5] выполняет редуцирование последовательным исключением узлов схемы, обеспечивая быстрое редуцирование ёмкостно-резистивных межсоединений. Требуемая точность достигается благодаря оценке степени малости постоянных времени и её использованию в качестве критерия исключения узловых переменных.

Для высокоразмерных моделей алгоритм [5] часто не обеспечивает ту степень редуцирования, которая

достигается в проекционных методах [2] или методах балансной реализации [7], но в подобных случаях применение селективных методов полезно на шаге предварительной обработки [8] для получения существенного результирующего ускорения при последующем применении более совершенных методов.

Селективные методы редукции исходно ориентированы на исключение узловых переменных. Их первоначальная разработка не предполагала применение к узлам с подключенными индуктивностями. Этому соответствовало предположение, что индуктивностями в межсоединениях можно пренебречь и такое ограничение рассматривалось как несущественное для задачи редуцирования межсоединений. Но рост рабочих частот и/или мощностей современных СБИС увеличивает вклад индуктивностей в импеданс межсоединений, что приводит к заметной ошибке при их пренебрежении. Поэтому важной задачей является распространение селективных методов узлового исключения на схемы с малыми индуктивностями в рамках наиболее распространённого метода формирования модели Модифицированного Узлового Анализа (MNA).

В настоящее время известны ряд предложений [9-12] по учету индуктивностей в алгоритмах исключения узлов. Специальный случай узла с двумя RL ветвями и многими емкостями рассматривается в [9], [10]. В [11] метод исключения узлов используется для получения выражений высокого порядка для узловых комплексных проводимостей, а затем применяется оптимизационный метод синтеза RLC схем. Такой подход представляется излишне сложным и затратным. Метод в статье [12] представляет правила слияния двух ветвей любых типов, присоединенных к исключаемому узлу. Но эти правила не гарантируют первый порядок точности лапласовских проводимостей, что приводит к недостаточной точности в случае малых индуктивностей. В частности, правило слияния LR-ветви (с малым L) и C-ветви эквивалентно отбрасыванию индуктивности.

Цель данной статьи состоит в разработке алгоритмов редукции на основе метода исключения для схем с малыми индуктивностями, обеспечивающих первый порядок точности.

Можно показать, что для узла с подсоединенной индуктивностью гауссовское исключение узлового

напряжения и последующее пренебрежение членами высокого порядка приводит к эквивалентной схеме с асимметричной матрицей емкостей. Такая схема не обеспечивает пассивность, и поэтому не может использоваться при моделировании ИС. Поэтому предлагаемый метод основан на одновременном исключении двух схемных переменных - узлового напряжения и тока индуктивности.

Такой метод можно назвать "исключением индуктивности" потому, что он приводит к редуцированной схеме, из которой удалены индуктивности и добавлены емкости, чем обеспечивается первый порядок точности (Раздел III). Пассивность полученной схемы проверяется критерием положительной определенности матрицы емкостей. Если исключаемая индуктивность связана с другой индуктивностью схемы (Раздел IV), то редуцированная схема содержит связи между индуктивностями и емкостями (LC-связи). Показано, что такие связи соответствуют дополнительным ненулевым элементам матрицы емкостей MNA. Поэтому моделирование редуцированной схемы с LC-связями требует внесения небольших изменений в программу моделирования. Получены также правила исключения индуктивности при наличии LC-связей (Раздел V). Показано что последовательное исключение всех индуктивностей в исходной схеме приводит к RC-схеме без LC-связей. Численные эксперименты (Раздел VII) показывают, что предложенный метод обеспечивает намного меньшие ошибки редуцирования, чем простое отбрасывание малых индуктивностей.

II. ПРЕДПОСЫЛКИ

Исключение RC-узла [13] (рис. 1) основано на выражении для преобразования соединения типа звезда в лапласовой области (ветви индексируются теми же индексами, что и их внешние узлы):

$$\tilde{y}_{ij} = \frac{y_i y_j}{Y_n} = \frac{(g_i + s c_i)(g_j + s c_j)}{G_n + s C_n}, \quad (1)$$

где $y_i = g_i + s c_i$, $Y_n = \sum_{j \in S_n} y_j = G_n + s C_n$ являются проводимостями ветви и узла соответственно, S_n - множество индексов внешних узлов RC-ветвей, подсоединенных к узлу n .

Если отбросить члены высшего порядка относительно лапласовской переменной s в разложении Тейлора (1), то получим выражения для проводимостей и емкостей, которые должны быть добавлены к схеме после исключения узла:

$$\tilde{g}_{ij} = \frac{g_i g_j}{G_n}, \quad \tilde{c}_{ij} = \frac{g_i c_j + g_j c_i}{G_n} - \frac{g_i g_j}{G_n^2} C_n. \quad (2)$$

Метод [5] использует (2) без последнего члена в выражении для емкости, и в этом случае все емкости редуцированной схемы положительные, что обеспечивает пассивность схемы.

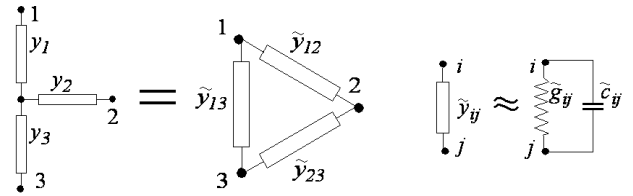


Рис. 1. Преобразование схемы при исключении RC-узла

Однако, как было доказано в [14], несмотря на появление отрицательных емкостей использование полного выражения (2) не приводит к потере пассивности схемы. Следовательно, точное выражение (2) может быть использовано при исключении узла, что обеспечивает снижение ошибки.

Однако численные эксперименты показывают, что для схем, содержащих узлы, изолированные от земли по постоянному току (например, RC-цепи), точность редуцированной схемы не улучшается при добавлении дополнительного отрицательного члена. Это следует из следующей теоремы: *если каждый узел схемы не имеет пути к земле по постоянному току, то редуцирование методом [5] также обеспечивает первый порядок точности.* Частный случай этой теоремы был доказан в [6].

III. АЛГОРИТМ ИСКЛЮЧЕНИЯ ИНДУКТИВНОСТИ

Здесь рассматривается случай одной индуктивности, подключенной к RC-узлу (Рис. 2). Для получения редуцированной схемы исключаются две схемные переменные: узловое напряжение и ток индуктивности.

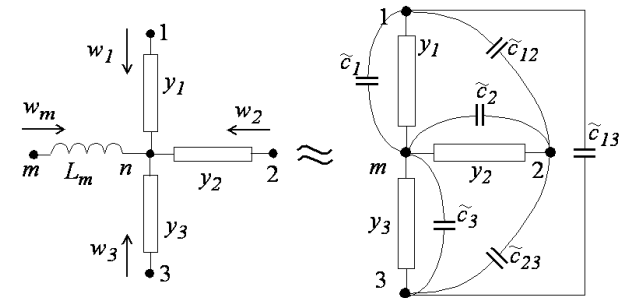


Рис. 2. Преобразование схемы при исключении RC-узла с индуктивностью

Пусть w_i - ток i -й ветви, подсоединенной к узлу n . Учитывая, что:

$$w_i = y_i (v_i - v_n) \quad i \in S_n \quad (3)$$

получим из уравнения Кирхгофа для узла n ток индуктивности в виде:

$$w_m = -\sum_{j \in S_n} w_j = -\sum_{j \in S_n} y_j (v_j - v_n). \quad (4)$$

Напряжение на индуктивности определяется как

$$v_n - v_m = s L_m w_m. \quad (5)$$

Подставив (4) в (5) получим

$$v_n (1 + s L_m Y_n) = v_m - s L_m \sum_{j \in S_n} y_j v_j. \quad (6)$$

Узловое напряжение, полученное из (6) отбрасыванием членов высших порядков, имеет вид:

$$v_n = v_m(1 + sL_m G_n) - sL_m \sum_{j \in S_n} g_j v_j. \quad (7)$$

После подстановки (7) в (3) и пренебрежения членами высших порядков с приведением подобных членов в соответствии с узловыми напряжениями получаем

$$w_i = y_i(v_i - v_m) + s\tilde{c}_i(v_i - v_m) - s \sum_{j \in S_n^i} \tilde{c}_{ij}(v_i - v_j), \quad (8)$$

где S_n^i - это множество S_n без индекса i и

$$\tilde{c}_i = -sL_m g_i G_n, \quad \tilde{c}_{ij} = sL_m g_i g_j. \quad (9)$$

Выражение для тока, втекающего в i -й узел (8), соответствует следующей схеме (рис. 2):

- исключается узел n и удаляется (закорачивается) индуктивность;
- старые RC-ветви сохраняются в соответствии с первым членом в (8);
- к каждой RC-ветви подсоединяются новые емкости \tilde{c}_i (9), ток через которые соответствует второму члену в выражении (8);
- новые емкости \tilde{c}_{ij} (9) включаются между внешними узлами RC-ветвей, определяя тем самым токи, соответствующие третьему члену (8).

В отличие от случая исключения RC-узла пассивность схемы после исключения индуктивности не гарантирована. Поэтому прежде, чем принять исключение, необходимо проверить пассивность полученной схемы по какому-либо критерию. Известно, что схема пассивна, если ее матрицы проводимостей и емкостей неотрицательно определенные, а матрица емкости еще и симметрична. В нашем случае матрица проводимостей не меняется, а матрица емкостей симметрична по построению. Таким образом, необходимо контролировать только условие неотрицательной определенности матрицы емкостей. Применим следующий критерий неотрицательной определенности симметричной матрицы: $C_{ii} \geq 0, |c_{ij}| \leq \sqrt{C_{ii} C_{jj}}$. Это эквивалентно следующим условиям на величины узловых емкостей и емкостей ветвей:

$$C_i^{NEW} \geq 0, |c_{ij}^{NEW}| \leq \sqrt{C_i^{NEW} C_j^{NEW}}, \quad (10)$$

где $c_{ij}^{NEW} = c_{ij} + \tilde{c}_{ij}$.

Если для редуцированной схемы условие (10) не выполняется, то исключение должно быть отвергнуто.

Простой пример исключения индуктивности представлен на Рис. 3. Условия (10) для редуцированной схемы сводятся к $c \geq 2L/r^2$. Это неравенство соответствует условию неколебательного характера переходного процесса в исходной RLC секции.

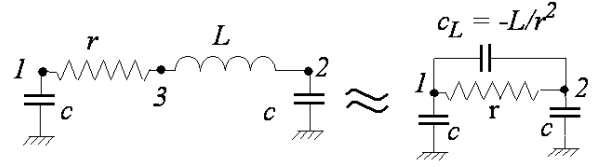


Рис. 3. Редуцирование RLC секции

IV. АЛГОРИТМ ИСКЛЮЧЕНИЯ СВЯЗАННОЙ ИНДУКТИВНОСТИ

Рассматривается случай, когда индуктивность L_m связана с некоторой другой индуктивностью L_k . Эта связь определена величиной взаимной индуктивности L_{mk} (рис. 4). В этом случае справедливы выражения (3, 4), а (5) следует заменить на:

$$v_n - v_m = sL_m w_m + sL_{mk} w_k, \quad (11)$$

и должно быть добавлено уравнение для напряжения на индуктивности L_k :

$$u_k = sL_k w_k + sL_{mk} w_m. \quad (12)$$

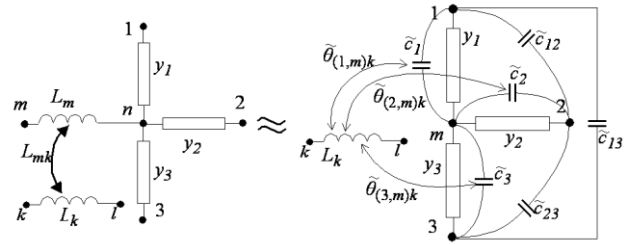


Рис. 4. Преобразование схемы при исключении связанной индуктивности

Далее подстановка (4) в (11) приводит с точностью $O(s^2)$ к выражению:

$$v_n = v_m(1 + sL_m G_n) - sL_m \sum_{j \in S_n} g_j v_j + sL_{mk} w_k. \quad (13)$$

После подстановки (13) в (3) получаем выражение первого порядка для узлового тока, содержащее дополнительный член по сравнению с (8):

$$w_i = \hat{w}_i + s\tilde{\theta}_{(i,m)k} w_k, \quad (14)$$

где \hat{w}_i - правая часть (8), а

$$\tilde{\theta}_{(i,m)k} = -\tilde{\theta}_{(m,i)k} = L_{mk} g_i. \quad (15)$$

Подстановка (4) в (12) приводит к выражению для напряжения на индуктивности, содержащему аналогичные члены:

$$u_k = sL_k w_k + s \sum_{j \in S_n} \tilde{\theta}_{(j,m)k} (v_j - v_m). \quad (16)$$

Параметр $\tilde{\theta}_{(i,m)k}$ в (14, 16) соответствует LC-связи между резистивно-емкостными (RC) и индуктивными (L) ветвями (Рис. 4), которую можно определить следующими выражениями для емкостного тока (i_c) и напряжения на индуктивности (u_L):

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} + \theta_{LC} \frac{di_L}{dt}, \quad u_L = L \frac{di_L}{dt} + \theta_{LC} \frac{du_c}{dt}. \quad (17)$$

В (16) обозначение $\theta_{(i,m)k}$ индексируется ссылкой на k -ю индуктивность и емкость между узлами m, i . Хотя не существует физических устройств с таким взаимодействием, формально такое взаимодействие может быть определено в MNA базисе следующим образом.

MNA-матрицы проводимости и емкости общей RLCK схемы представляются как:

$$G^{MNA} = \begin{bmatrix} G & I \\ -I^T & 0 \end{bmatrix}, C^{MNA} = \begin{bmatrix} C & \Theta \\ \Theta^T & 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Здесь подматрица I - матрица инцидентий для индуктивностей схемы. Подматрица Θ - это нулевая матрица для физически реализуемых RLCK схем. При гауссовском исключении элементы подматрицы Θ приобретают ненулевые значения. Такие ненулевые значения могут быть определены LC-связями:

$$\Theta_{ik} = \sum_{j \in S_i} \theta_{(i,j)k}, \theta_{(i,j)k} = -\theta_{(j,i)k}. \quad (19)$$

Из Рис. 4 и (14), (15) видно, что каждая связь исключенной индуктивности заменяется LC-связями с каждой RC-ветвью удаленного узла. Вследствие симметричности C^{MNA} условие пассивности может быть представлено в виде

$$C_i^{NEW} \geq 0, |\Theta_{ik}| \leq \sqrt{L_k C_i}, |\Theta_{jk}| \leq \sqrt{L_k C_j}. \quad (20)$$

Стандартные программы схемотехнического моделирования не могут анализировать схемы с LC-связями. Но такая возможность может быть легко внедрена в симулятор, используя выражения (17) и MNA матрицу емкостей (18).

V. АЛГОРИТМ ИСКЛЮЧЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ LC-СВЯЗЕЙ

Возможное появление LC-связей в процессе редуцирования схемы требует анализа ситуации, когда исключаемая индуктивность имеет LC-связь с какой-либо RC-ветвью (Рис. 5).

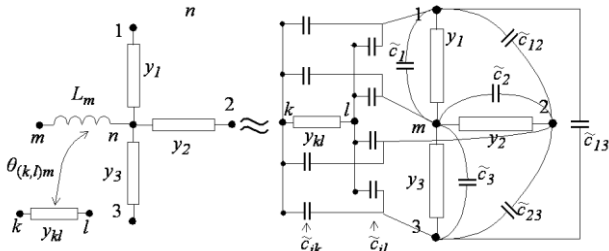


Рис. 5. Преобразование схемы при исключении индуктивности с LC-связями

В этом случае (5) следует заменить на

$$v_n - v_m = sL_m w_m + s\theta_{(k,l)m}(v_k - v_l). \quad (21)$$

После преобразований, подобных (6-8), мы получим

$$w_i = \hat{w}_i + sg_i \theta_{(k,l)m}(v_k - v_l) = \hat{w}_i + sg_i \theta_{(k,l)m}(v_k - v_l) + s(-g_i \theta_{(k,l)m})(v_l - v_i). \quad (22)$$

Ток, втекающий в узел m , определяется как:

$$w_m = -\sum_{j \in S_n} w_j = -\sum_{j \in S_n} \hat{w}_j + s(-G_n \theta_{(k,l)m})(v_k - v_m) + sG_n \theta_{(k,l)m}(v_l - v_m). \quad (23)$$

Последние члены в (22), (23) представляют токи через емкости

$$\tilde{c}_{ki} = -\tilde{c}_{ik} = g_i \theta_{(k,l)m}, \tilde{c}_{lm} = -\tilde{c}_{ml} = G_n \theta_{(k,l)m}. \quad (24)$$

Таким образом, после исключения индуктивности с LC-связью редуцированная схема содержит дополнительные емкости (24), показанные на рис. 5. В частном случае индуктивности, связанной со смежной RC-ветвью, редуцированная схема содержит одну дополнительную емкость $\tilde{c}'_i = g_i \theta_{(n,l)m}$, подсоединенную к ранее связанной ветви (помимо емкостей, определенных в (9)). Этот случай показан на Рис. 6.

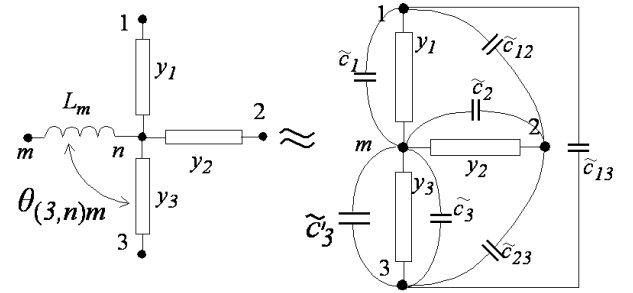


Рис. 6. Преобразование схемы при исключении индуктивности с LC-связью с соседней ветвью

Отметим, что после исключения всех связанных между собой индуктивностей редуцированная схема содержит только RC-ветви, т.е. RLCK схема преобразуется в RC-схему. Пример редуцирования двух связанных LR-ветвей путем исключения обеих индуктивностей представлен на Рис. 7.

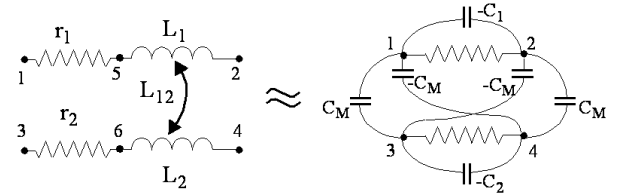


Рис. 7. Редуцирование схемы из двух связанных LR-ветвей приводит к RC-схеме с емкостями $c_1 = L_1 / r_1^2$,

$$c_2 = L_2 / r_2^2, c_M = L_{12} / r_1 r_2$$

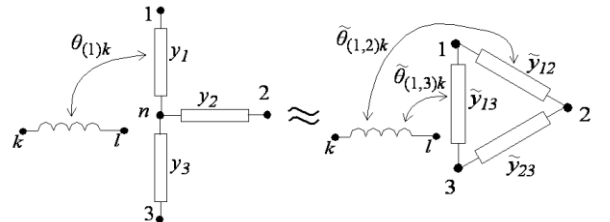


Рис. 8. Преобразование схемы исключением RC-узла при наличии LC-связей

LC-связи должны учитываться также при исключении RC-узла (1, 2). Если m -я RC-ветвь

исключаемого узла n имеет LC-связь с k -й индуктивностью (Рис. 8), то ток ветви равен:

$$w_m = y_m (v_m - v_n) + s \theta_{(m,n)k} w_k. \quad (25)$$

Токи других RC-ветвей определены через (3), и баланс токов для узла n имеет вид

$$s \theta_{(m,n)k} w_k + \sum_{j \in S_n^c} y_j (v_j - v_n) = 0. \quad (26)$$

После получения v_n из (26), подстановки его в (2, 25), и пренебрежения членами высших порядков мы получаем

$$w_i = \sum_{j \in S_n^c} (\tilde{g}_{ij} + s \tilde{c}_{ij}) (v_i - v_j) - s \theta_{(m,n)k} \frac{g_i}{G_n} w_k, \quad j \in S_n^m. \quad (27)$$

$$w_m = \sum_{j \in S_n^c} (\tilde{g}_{mj} + s \tilde{c}_{mj}) (v_m - v_j) + s \theta_{(m,n)k} \frac{G_n - g_m}{G_n} w_k. \quad (28)$$

Здесь $\tilde{g}_{ij}, \tilde{c}_{ij}$ определены в (2), а последние члены в (27, 28) соответствуют LC-связям в редуцированной схеме (Рис. 8) $\tilde{\theta}_{(m,i)k} = \theta_{(m,n)k} \frac{g_i}{G_n}$. Таким образом, после

исключения узла параметр связи ветви распределяется среди новых ветвей, смежных с узлом m , пропорционально их проводимостям.

VI. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ

Исключение выполняется, если оно обеспечивает достаточно малую ошибку передаточных характеристик редуцированной схемы. Ошибка метода первого порядка определяется отброшенными членами высших порядков. Для случая исключения RC-узла (2) можно оценить член m -го порядка [6] как $\delta_m^n = O(|s \tau_n|^m)$, где $\tau_n = \tau_n^{RC} = C_n / G_n$ - RC постоянная времени n -го узла. Поэтому исключаемые узлы в [2] выбираются по условию $\tau_n < \tau_{\min}$, где τ_{\min} оценивается по максимальной операционной частоте устройства - $\tau_{\min} = a / f_{\max}$. Коэффициент a определяется компромиссом между точностью и коэффициентом редукции схемы.

Для исключения индуктивностей в процессе редукции необходимо определить узловые постоянные времени для узлов с индуктивностью. Члены m -го порядка, которыми пренебрегают при исключении индуктивности (7, 8), оцениваются как $\delta_m^n = O(|s \tau_n^{RC}|^k |s \tau_n^{RL}|^l)$, $(r+l=m)$, где τ_n^{RC} определено выше, а $\tau_n^{RL} = LG_n$. Поэтому узловая постоянная времени в этом случае может быть оценена как значение наихудшего случая $\tau_n = \max(\tau_n^{RC}, \tau_n^{LR})$. На каждом шаге исключаемый узел определяется минимальной постоянной времени среди всех узлов схемы с не более чем одной подключенной индуктивностью.

В представленном выше анализе не рассматривались узлы со многими подключенными индуктивностями. Но такой случай не требует специального анализа, потому что представленные

алгоритмы достаточны для обеспечения исключения всех малых индуктивностей. Это можно объяснить следующим образом. Мы не рассматриваем схемы, содержащие контуры индуктивности (в таких схемах однозначно не определяется режим по постоянному току). Поэтому каждый связный граф индуктивностей - это дерево, у которого всегда есть листья, т.е. узлы с только одной подключенной индуктивностью (Рис. 9). Поэтому, если все индуктивности дерева достаточно малы, то рассмотренный выше алгоритм исключения единственной индуктивности последовательно исключит все.

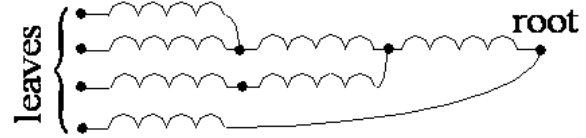


Рис. 9. Дерево индуктивностей может быть полностью удалено последовательным исключением RC-узлов

VII. ПРИМЕРЫ

Ниже приведены два примера применения предлагаемых алгоритмов исключения индуктивностей. Первый пример представляет собой RLC цепь, содержащую 10 идентичных секций, представленных на Рис. 4 с параметрами: $r = 1\Omega$, $L = 0.4\text{pH}$, $C = 1\text{pF}$. Отметим, что величина индуктивности немного меньше, чем максимально-допустимая величина, обеспечивающая условие пассивности ($L_{\max} = 0.4\text{pH}$).

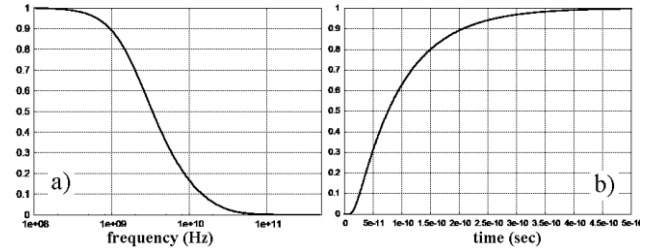


Рис. 10. Частотный и временной отклики RLC линии

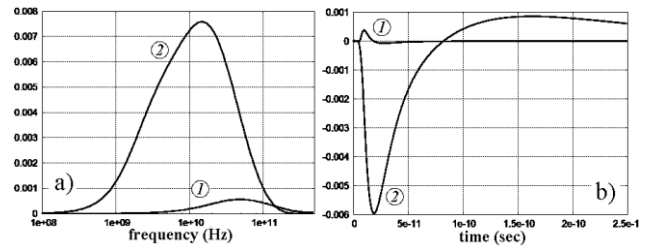


Рис. 11. Ошибки откликов редуцированной RLC-цепи при исключении (1) и пренебрежении (2) индуктивностей

После схемного моделирования получен частотный и временной отклики исходной RLC линии (Рис. 10) и дано сравнение их с откликами двух редуцированных схем:

- RC-цепь полученная исключением всех индуктивностей предложенным методом;
- RC-цепь полученная пренебрежением всеми индуктивностями.

Из рис. 11 видно, что ошибка алгоритма исключения и в частотной и во временной областях примерно на порядок меньше, чем ошибка простого отбрасывания индуктивностей.

Моделирование во временной области при получении графиков на рис. 11 выполнялось для единичного переключения с фронтом $t_{rise} = 3\text{psec}$.

Второй пример - это связанные RL-ветви с емкостями нагрузки (рис. 12).

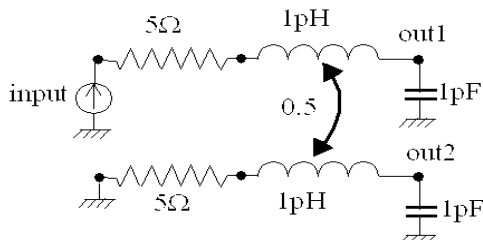


Рис. 12 Связанные RL-ветви

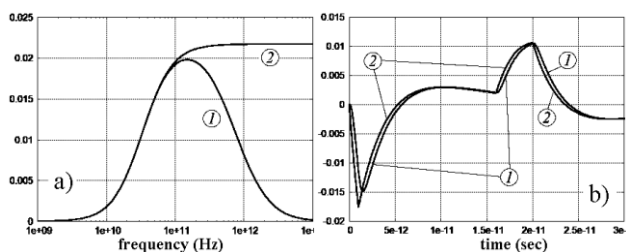


Рис. 13. Перекрестные помехи (cross-talk) в связанных RL-ветвях, полученные моделированием полной (1) и редуцированной (2) схем в частотной (а) и временной областях (б)

Редуцированная схема получена в соответствии с Рис. 8. Частотные отклики полной и редуцированной схем в узле out2 показаны на Рис. 13а. Вид графиков перекрестных помех (crosstalk) для этих схем во временной области при входном импульсе с параметрами $t_{pulse} = 20\text{psec}$, $t_{rise} = 1\text{psec}$, $t_{fall} = 4\text{psec}$ представлен на Рис. 13б. Отметим, что, несмотря на существенную ошибку в частотной области при $f > 100\text{MHz}$, ошибка во временной области достаточно мала.

VIII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье представлен новый класс алгоритмов редуцирования линейных схем методом исключения. Предложенные алгоритмы обеспечивают редуцицию RLCK схем, сохраняя первый порядок точности передаточных характеристик схемы. Получено условие пассивности редуцированной схемы, которое легко контролируется на каждом шаге процесса исключения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 12-07-00323-а.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Wil H.A. Schilders The Need for Novel Model Order Reduction Techniques in the Electronics Industry // In "Model Reduction for Circuit Simulation", Series: Lecture Notes in Electrical Engineering (LNEE). Springer, 2011. Vol. 74. pp. 3-23.
- [2] Odabasioglu A., Celik M., Pileggi L.T. PRIMA: passive reduced-order interconnect macromodeling algorithm // IEEE/ACM ICCAD. 1997. pp. 58-65.
- [3] Гурарий М.М., Русаков С.Г. Синтез макромоделей фрагментов БИС методом возмущений // Микроэлектроника. 1977. № 5. С. 406-409.
- [4] Гурарий М.М., Жаров М.М., Русаков С.Г., Ульянов С.Л. Методы возмущений и селективные методы в задачах редуциции высокоразмерных моделей // Сб. трудов III Всероссийской научно-технической конференции «Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем». М: ИППМ РАН, 2008. С. 86-91.
- [5] Sheehan B.N. TICER: Realizable reduction of extracted RC circuits // Proc. Int. Conf. Computer-Aided Design. San Jose, 1999. pp. 200-203.
- [6] Sheehan B.N. Realizable reduction of RC networks // IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2007. V. 26. № 8. pp. 1393-1407.
- [7] Moore B.C. Principal component analysis in linear systems: Controllability, observability and model reduction. IEEE Trans. Autom. Control, vol. AC-26, no. 1, pp. 17-32, (1981).
- [8] Жаров М.М., Русаков С.Г. Двухуровневая редуциция моделей паразитных цепей высокого порядка // Сб. трудов II Всероссийской научно-технической конференции "Проблемы разработки перспективных микроэлектронных систем - 2006". М.: ИППМ РАН, 2006. С. 87-90.
- [9] Sheehan B.N. Branch merge reduction of RLKM networks // Proc. Int. Conf. Computer-Aided Design. San Jose, 2003. pp. 658-664.
- [10] Rong J., Chen C.C.-P. Realizable reduction for electromagnetically coupled RLKM interconnects // Proc. Design, Automation and Test in Europe Conf. 2004. V. 12. pp. 1400-1401.
- [11] Qin, Z., Cheng C.-K. Realizable parasitic reduction using generalized Y-d transformation // Proc. IEEE/ACM Design Automation Conference. Anaheim, 2003. pp. 220-225.
- [12] Amin C.S., Chowdhury M.H., Ismail Y.I. Realizable Reduction of Interconnect Circuits Including Self and Mutual Inductances // IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2005. V. 24. № 2. pp. 271-277.
- [13] Гурарий М.М., Жаров М.М., Лялинский А.А., Русаков С.Г. Применение селективных методов для параметрической редуциции высокоразмерных моделей // Сб. трудов IV Всероссийской научно-технической конференции "Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем - 2010". М.: ИППМ РАН, 2010. С. 126-131.
- [14] Zuochang Ye, Vasilyev Dmitry, Zhenhai Zhu, Phillips Joel R. Sparse Implicit Projection (SIP) for reduction of general many-terminal networks // Proc. Int. Conf. Computer-Aided Design. San Jose, 2008. pp. 736-743.