

# Метод математического тестирования программ анализа переходных процессов в САПР электронных схем

В.Б. Маничев, Д.М. Жук, Ф.А. Витюков

МГТУ имени Н.Э.Баумана, [manichev@bmstu.ru](mailto:manichev@bmstu.ru)

**Аннотация** — В статье рассматривается метод тестирования программ анализа переходных процессов в EDA пакетах, использующих SPICE симулятор (на примере пакетов NI-Multisim, Cadence-OrCAD-PSPICE, SYMICA), на математических тестах с известным математически точным решением. Рассмотрены только «трудные» тестовые задачи. Приведено сравнение с решателями систем ОДУ из математических пакетов. Показан основной недостаток SPICE симулятора – выдача по умолчанию неверного (иногда правдоподобного, но не достаточно точного по сравнению с заданной точностью) решения без предупреждения пользователя.

**Ключевые слова** — автоматизированное проектирование электронных схем, математическое моделирование, обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ), SPICE симулятор.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Достоверность и точность численного моделирования электронных схем очень важны для автоматизированного проектирования электронных схем (EDA – Electronic Design Automation). Большинство инженеров не являются специалистами в вычислительной математике и не могут оценить математическую точность полученного численного моделирования, поэтому качественно верное и точное решение должно быть обеспечено в соответствующих EDA пакетах по умолчанию. Для решения этой проблемы необходимо для конкретных классов проектируемых схем иметь наборы тестовых задач с известным заведомо достоверным и точным решением. Тестирование необходимо проводить в двух направлениях: экспериментальное тестирование пакета на конкретных известных практических задачах с известным экспериментальным решением и математическое тестирование программы решателя систем ОДУ на известных математических задачах с известным асимптотическим или аналитическим решением. Тестирование должно показывать надежность и эффективность соответствующего пакета программ для данного класса электронных схем и, соответственно, обеспечить настройку параметров решателей систем ОДУ для получения достоверных и точных результатов численного моделирования. В настоящее время первое направление развито достаточно широко [1], [2], а второе не применяется, т.к. в EDA пакетах нет средств для ввода систем ОДУ, несмотря на то, что математическое тестирование

необходимо для дальнейшего совершенствования решателей систем ОДУ в существующих EDA пакетах и разработки новых решателей.

В данной статье рассматривается метод тестирования решателей систем ОДУ, реализованных в EDA пакетах, на математических тестовых задачах с известным асимптотическим или аналитическим решением. Рассмотрены «трудные» тестовые системы ОДУ с локально неустойчивым многопериодным решением, а также система ОДУ с разрывом производных интегрируемых функций. Приведены результаты тестирования по данной методике EDA пакетов NI-Multisim, Cadence-OrCAD-PSPICE, SYMICA. Например, результаты экспериментального тестирования EDA пакета Multisim в работе [2] показали, что его не следует рекомендовать для моделирования схем кварцевых генераторов, но в работе не указана причина этого. Математическое тестирование позволяет определить причину выдачи неверных результатов математического моделирования.

Математические тестовые задачи условно можно разделить на «простые» и «трудные». С «простыми» задачами SPICE симуляторы в EDA пакетах справляются без особых затруднений. К ним, например, относится большинство систем ОДУ, имеющих решениями функции с плавно меняющимися свойствами. К таким «трудным» задачам относятся рассматриваемые в статье математические тесты для численного моделирования высокочастотных (сильно осциллирующих) электронных схем, которые моделируются системами ОДУ с локально неустойчивыми решениями, а также системами ОДУ, содержащими функции с разрывами производных.

Тестовые задачи разрабатывались как в схемном, так и в математическом представлении, чтобы можно было сравнивать полученные результаты с решателями систем ОДУ в известных пакетах математических программ MATLAB, Maple, Mathematica и т.п. Тестируемые решатели систем ОДУ должны по умолчанию достоверно и точно решать предлагаемые тестовые задачи при заданной невысокой относительной точности интегрирования, равной 0.001, или выдавать предупреждающее сообщение о «трудности» задачи.

## II. СХЕМНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИСТЕМ ОДУ

Для математического тестирования EDA пакетов тестовая система ОДУ должна быть представлена в полувывной форме дифференциально-алгебраических уравнений:

$$dX_d / dt = F_d(X_d, Y_a, t), \quad (1)$$

$$Y_a = G_a(X_d, Y_a, t), \quad (2)$$

где  $X_d$  - вектор дифференциальных переменных,  $Y_a$  - вектор алгебраических переменных  $F_d$  и  $G_a$  - соответствующие вектор функции правых частей уравнений,  $t$  - время. Покажем, что для любой системы ОДУ вида (1) и (2) можно всегда получить формальную электрическую схему, состоящую только из единичных емкостей, единичных сопротивлений и зависимых источников тока, управляемых напряжениями на этих единичных элементах.

Каждому  $i$ -му дифференциальному уравнению подсистемы ОДУ (1) можно сопоставить подсхему, состоящую из зависимого источника тока и единичной емкости, показанных на рис. 1



Рис. 1. Подсхема для  $i$ -го дифференциального уравнения

В этой подсхеме напряжение на единичной емкости  $uC_{di}$  соответствует  $i$ -ой дифференциальной переменной  $x_{di}$  подсистемы ОДУ (1). Источник тока  $I_{di}(UC, UR, t)$  соответствует правой части  $i$ -го дифференциального уравнения подсистемы ОДУ (1).

Каждому  $i$ -му уравнению подсистемы алгебраических уравнений (2) можно сопоставить подсхему, состоящую из зависимого источника тока и единичного сопротивления, показанных на рис. 2

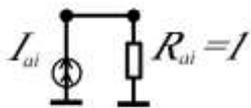


Рис. 2. Подсхема для  $i$ -го алгебраического уравнения

В этой подсхеме напряжение на единичном сопротивлении  $uR_{ai}$  соответствует  $i$ -ой алгебраической переменной  $y_{ai}$  подсистемы (2). Источник тока  $I_{ai}(UC, UR, t)$  соответствует правой части  $i$ -го уравнения подсистемы алгебраических

уравнений (2). Таким образом, любая система ОДУ вида (1) и (2) может быть представлена множеством однотипных подсхем, показанных на рис. 1 и рис. 2.

## III. «ТРУДНЫЕ» ТЕСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

Эффективность численного решения систем ОДУ в значительной степени определяется спектром матрицы Якоби системы ОДУ. Сложность задачи можно оценить величиной  $\rho T$ , где  $\rho$  - спектральный радиус матрицы Якоби,  $T$  - величина интервала интегрирования. Трудности возникают при больших значениях  $\rho T$  (больше  $10^3$ ). В зависимости от расположения наибольших по модулю собственных значений такие «трудные» задачи подразделяются на жесткие (наибольшие собственные значения в левой полуплоскости), быстро осциллирующие (вблизи мнимой оси) и локально-неустойчивые (в правой полуплоскости). В SPICE симуляторах реализованы неявные методы интегрирования, поэтому жесткие задачи будут «легкими». Тестовые задачи второго и третьего типа будут «трудными» для SPICE симуляторов, поэтому далее рассматриваются только такие «трудные» тестовые задачи.

ТЕСТ 1. Система ОДУ 2-го порядка с локально неустойчивым решением и с переменной степенью «трудности» ( $MU$  - параметр «трудности») - осциллятор Ван дер Поля [3].

$$dx_1 / dt = x_2$$

$$dx_2 / dt = -x_1 + MU \cdot (1 - x_1^2) \cdot x_2$$

$$x_1(0) = 2, x_2(0) = 0,$$

$$t \in (0, 4.2 \cdot MU)$$

Решатель этой системы ОДУ должен выдавать правильное асимптотическое решение с периодом  $2MU$  как минимум до  $MU=10^6$ .

ТЕСТ 2. Среди задач с быстро осциллирующим решением из набора тестовых схем [1] была выбрана линейная электрическая схема (high Q filter circuit (рис. 3)), которая моделируется системой ОДУ 5-го порядка.

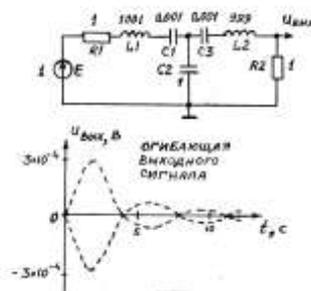


Рис. 3. Тестовая электронная схема – высокочастотный фильтр

Для данной тестовой схемы известно соответствующее аналитическое решение, полученное

для исходных значений параметров этой схемы, показанных на рис. 3. Для согласованного изменения параметров тестовой схемы введем 6 масштабных коэффициентов:  $Kt, Ku, Ki, KR, KC, KL$  для соответствующих переменных и параметров схемы. При этом размерности для каждой переменной и параметра схемы следующие:

время	$t [c \cdot Kt];$
напряжение	$u [B \cdot Ku];$
ток	$i [A \cdot Ki];$
сопротивление	$R [Om \cdot KR];$
емкость	$C [\Phi \cdot KC];$
индуктивность	$L [Гн \cdot KL].$

Масштабные коэффициенты для переменных схемы  $Kt, Ku$  и  $Ki$  взаимно независимы и поэтому могут задаваться произвольно и будут параметрами «трудности» этой тестовой задачи. Масштабные коэффициенты для других параметров схемы рассчитываются по формулам:

$$KR = Ku/Ki; KC = Kt \cdot Ki/Ku; KL = Kt \cdot Ku/Ki.$$

Система ОДУ для этого теста имеет вид:

$$kr = Ku / Ki, kc = Kt \cdot Ki / Ku, kl = Kt \cdot Ku / Ki,$$

$$\begin{cases} dx_1 / dt = x_4 / 0.001 \cdot kc \\ dx_2 / dt = x_5 / 0.001 \cdot kc \\ dx_3 / dt = (x_4 - x_5) / kc \\ dx_4 / dt = (ku - x_1 - x_3 - kr \cdot x_4) \cdot / 1001 \cdot kl \\ dx_5 / dt = (-x_2 + x_3 - kr \cdot x_5) / 999 \cdot kl \end{cases}$$

$$x_1(0) = 0, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0, x_4(0) = 0, x_5(0) = 0,$$

$$t \in [0, 12560Kt].$$

ТЕСТ 3. Нелинейная система ОДУ с многопериодным решением, имеющая локально-неустойчивое решение. Это «трудный» тест для неявных методов интегрирования систем ОДУ [4].

$$dx_1 / dt = x_2$$

$$dx_2 / dt = 10^6 \cdot (1 - x_1^2) \cdot (x_1 + x_2),$$

$$x_1(0) = 2, x_2(0) = 0, t \in (0, 3)$$

ТЕСТ 4. Нелинейная жесткая система ОДУ с многопериодным решением для математического моделирования процессов реального лазера.

$$dx_1 / dt = -x_1 \cdot (\alpha \cdot x_2 + \beta) + \gamma$$

$$dx_2 / dt = x_2 \cdot (p \cdot x_1 - \sigma) + \tau \cdot (1 + x_1)$$

$$x_1(0) = -1, x_2(0) = 0, t \in (0, 10^6),$$

$$\alpha = 1.5 \cdot 10^{-18}, \beta = 2.5 \cdot 10^{-6}, \gamma = 2.1 \cdot 10^{-6},$$

$$p = 0.6, \sigma = 0.18, \tau = 0.016$$

Сравнение решателей систем ОДУ было проведено для параметров работающего лазера.

ТЕСТ 5. Решение большого количества практических электронных схем показало, что недостоверные решения часто бывают при

интегрировании функций, имеющих разрывы производных этих функций по времени (в основном, при наличии кусочно-линейных функций, зависящих от времени).

Тестовая задача 5 является классическим примером такой задачи: численное интегрирование дифференциальных уравнений емкостного делителя напряжения из двух последовательно соединенных конденсаторов  $C1$  и  $C2$ , когда емкость конденсатора  $C2$  является функцией напряжения на обкладках этого конденсатора, и на делитель напряжения подается пилообразный входной сигнал от 0В до 1В (толстые линии на рис. 4) с периодом  $t1=1$  сек.

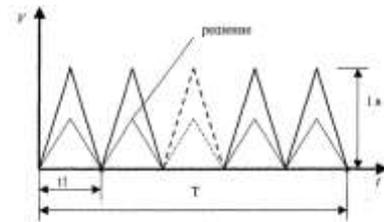


Рис. 4. Входной сигнал, подаваемый на емкостной делитель напряжения

Математической моделью этой тестовой задачи будет система ОДУ из трех дифференциально-алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} C1(du_{C1}(t)/dt) - i(t) = 0 \\ (0.5 - u_{C2}(t)) \times (du_{C2}(t)/dt) - i(t) = 0 \\ u_{C1}(t) + u_{C2}(t) - V(t) = 0 \end{cases}$$

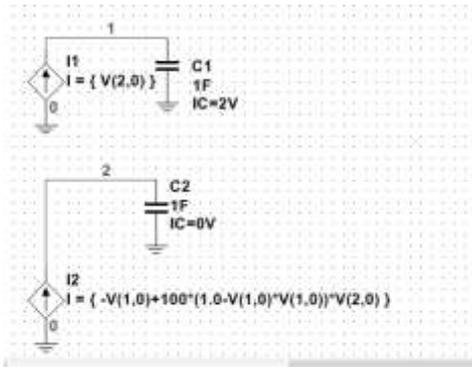
относительно трех переменных  $u_{C1}(t), u_{C2}(t), i(t) = i_{C1}(t) = i_{C2}(t)$ .

Известно аналитическое решение этой задачи. Необходимо получить численное решение для напряжения и тока на конденсаторе  $C2$ , которое должно совпадать с аналитическим решением.

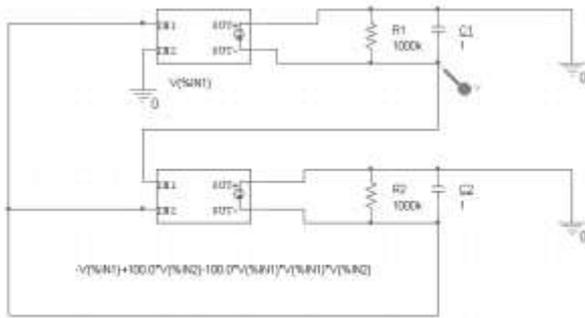
#### IV. ТЕСТИРОВАНИЕ SPICE СИМУЛЯТОРА В EDA ПАКЕТАХ

В решателях систем ОДУ SPICE тестируемых EDA пакетов реализованы два метода интегрирования: неявный метод трапеций (Trapezoidal, метод интегрирования по умолчанию в пакете Multisim) и неявный метод Гира (Gear, метод по умолчанию в пакетах Cadence-OrCAD-PSPICE и SYMICA).

ТЕСТ 1. Схемное представление системы ОДУ реализуется с помощью источников тока, управляемых напряжением (ABM Current source), и единичных емкостей, показанных на рис. 5.



а)



б)

Рис. 5. Схемная модель системы ОДУ для ТЕСТа 1 в пакете а) Multisim б) OrCAD-PSpICE

Уже для  $MU=10$  метод трапеций с параметрами по умолчанию в пакете Multisim выдал неверный, но достаточно правдоподобный результат без диагностического сообщения об ошибках (рис. 6), при этом метод Гира в пакете OrCAD-PSpICE выдал для  $MU=100$  с параметрами по умолчанию верный результат, показанный на рис. 7, но не смог получить верный результат для  $MU>10^6$ .

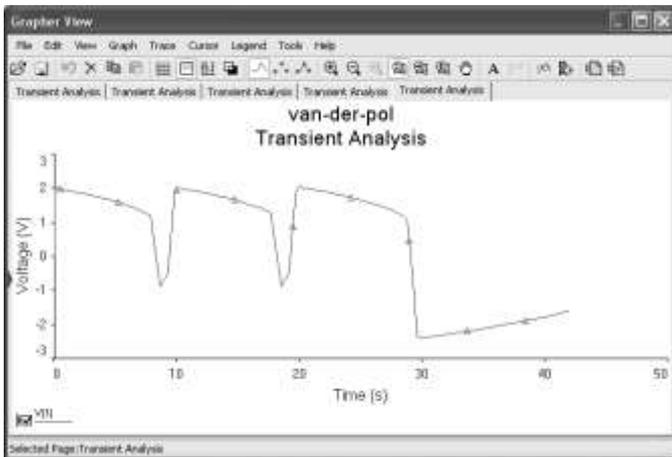


Рис. 6. Расчет ТЕСТа 1 методом трапеций для  $MU=10$  в пакете Multisim

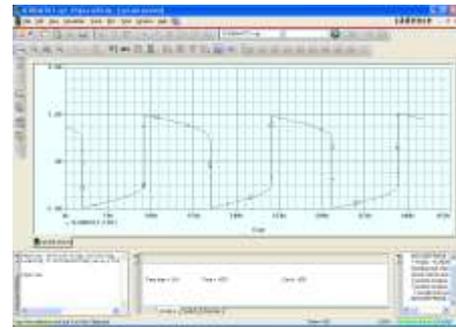


Рис. 7. Расчет теста 1 методом Гира для  $MU=100$  в пакете OrCAD-PSpICE

ТЕСТ 2. Метод Гира в пакете OrCAD-PSpICE выдал неверное решение без диагностического сообщения об ошибках уже при начальных значениях параметров теста (рис. 8).

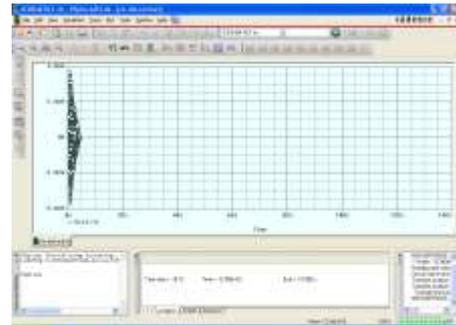


Рис. 8. Расчет теста 2 методом Гира в пакете OrCAD-PSpICE

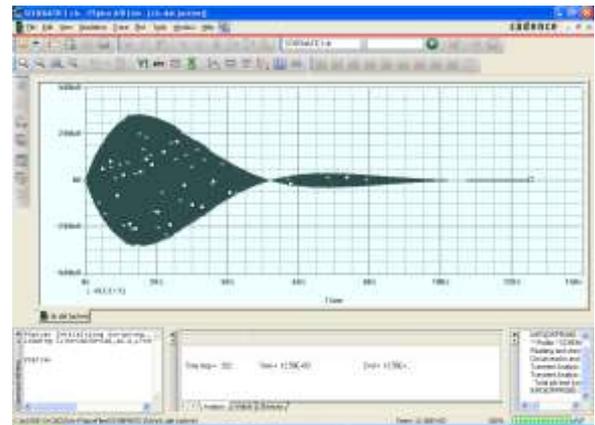


Рис. 9. Расчет теста 2 методом трапеций в пакете OrCAD-PSpICE

Неявный метод трапеций успешно справился с тестом 2, но при значительном увеличении времени счета (рис. 9) при варьировании параметров  $K_i$  и  $K_t$ , но при варьировании параметра  $K_t$  приводил к еще более значительному увеличению времени счета, что означает ошибки в реализации алгоритмов автоматического выбора шага интегрирования в пакете OrCAD-PSpICE.

ТЕСТ 3 и ТЕСТ 4. Эти тестовые задачи оказались самыми «трудными» для SPICE симуляторов, т.к.

только в пакете Multisim удалось получить верное решение этих тестовых задач.

ТЕСТ 5. Метод трапеций в пакете Multisim выдал неверное решение для тока через емкостной делитель без сообщения об ошибках (рис. 10), что означает нерешенность проблемы «ложных колебаний» при реализации неявного метода трапеций [3],[5].

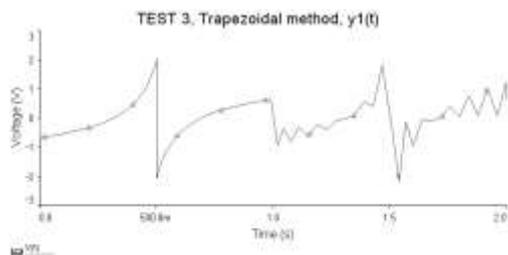


Рис. 10. Расчет теста 3 методом трапеций в пакете Multisim

Такой же результат был получен для неявного метода трапеций в пакете SYMICA (рис. 11), но метод Гира в этом пакете успешно справился с этим тестом.

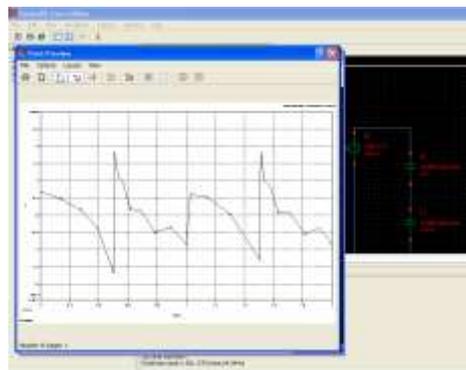


Рис. 11. Расчет теста 3 методом трапеций в пакете SYMICA

С учетом результатов, опубликованных в работе [6], в таблице 1 приведено итоговое сравнение решателей систем ОДУ из разрабатываемой нами библиотеки SADEL, из известных математических пакетов и из тестируемых EDA пакетов NI-Multisim, Cadence-OrCAD-PSPICE, SYMICA для данных «трудных» тестов.

Таблица 1

Сравнение решателей систем ОДУ для «трудных» систем ОДУ

Программа-решатель систем ОДУ	ТЕСТЫ				
	ТЕСТ 1	ТЕСТ 2	ТЕСТ 3	ТЕСТ 4	ТЕСТ 5
	«Трудность» MU=1e9	«Трудность» Kt=1, Ki=1, Ku=0.01	«Трудность» MU=1e6	Параметры реального лазера	$C2=(0.5-u_{c2}(t))$
SADEL 2012	+	+	-++	-++	+
Mathcad 2010	-	-++	+	+	нд
MATLAB 2012	-	-++	-++	+	нд
Maple 2008	-	+	-++	-++	нд
Mathematica 2012	-	+	+	+	нд
SPICE-Multisim	-	-++	-+	-+	-+
OrCAD- PSPICE	-	-+	-	-	+
SPICE-SYMICA	нд	-+	нд	нд	+

Знак (+) означает верное решение теста методом, рекомендуемым для решения жестких систем ОДУ, с параметрами по умолчанию.

Знак (-) означает неверное решение теста методом, рекомендуемым для решения жестких систем ОДУ, с параметрами по умолчанию без предупреждения пользователя и отказ при попытке получения верного решения.

Знак (-+) означает неверное решение теста методом, рекомендуемым для решения жестких систем ОДУ, с параметрами по умолчанию без предупреждения пользователя и получение верного решения путем настройки соответствующих методов и параметров интегрирования и увеличения времени счета.

Знак (-++) означает неверное решение теста методом, рекомендуемым для решения жестких систем ОДУ, с параметрами по умолчанию без предупреждения пользователя и получение верного решения путем настройки только параметра заданной точности метода интегрирования и увеличения времени счета, нд – нет данных.

## V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный метод тестирования на «трудных» математических тестах решателя систем ОДУ (SPICE симулятора) в EDA пакетах выявил его основные недостатки:

1. возможное получение без диагностических сообщений неверного результата численного моделирования электронных схем при невысокой заданной по умолчанию относительной точности решения систем ОДУ;
2. нерешенность проблемы «ложных» колебаний в неявном методе трапеций;
3. неудачная реализация алгоритмов автоматического выбора шага интегрирования;
4. невысокий фактический порядок точности интегрирования дифференциальных уравнений.

Низкий порядок точности используемых в SPICE симуляторе методов решения систем ОДУ приводит к непроизводительным затратам процессорного времени для получения достоверных и точных решений систем ОДУ, особенно для «трудных» задач.

Любые, даже правдоподобные, результаты численного моделирования электронных схем, полученные с помощью EDA пакетов, использующих решатель систем ОДУ SPICE, следует многократно перепроверять для более высоких требований к точности интегрирования решаемых систем ОДУ, ограничив максимальный размер шага интегрирования, что также влечет непроизводительные затраты процессорного времени.

Для конкретных классов проектируемых электронных схем необходимо иметь наборы тестовых практических и математических задач с известным заведомо достоверным и точным решением для правильного выбора и настройки соответствующих решателей систем ОДУ и правильной оценки получаемых результатов численного моделирования проектируемых схем.

Новые научные результаты предполагается получить в направлении разработки для EDA пакетов решателей систем ОДУ, в которых будут устранены указанные выше недостатки. Для решения этих задач предполагается разработка новых эффективных методов и алгоритмов решения жестких и локально-неустойчивых систем ОДУ с многопериодным решением с учетом ограниченности разрядной сетки компьютеров. Для достоверного решения систем ОДУ при невысоких требованиях к математической точности результатов будут реализованы только  $A(\pi/2)$ -устойчивые методы решения систем ОДУ [7], т.к. при использовании других методов решения

систем ОДУ трудно обеспечить устойчивость численного решения при увеличении шага интегрирования в случае невысоких значений параметра заданной относительной точности решения систем ОДУ. Для получения высокоточных численных результатов предполагается использовать вычисления с повышенной разрядностью чисел на персональных компьютерах с использованием вычислительных возможностей современных центральных и графических процессоров, а также суперкомпьютеров [8],[9]. Предполагается проведение всесторонних вычислительных экспериментов с помощью наборов соответствующих тестовых математических и практических задач из области математического и компьютерного моделирования динамических систем, в первую очередь, микро электро-механических систем (МЭМС) - перспективных систем современной микроэлектроники.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Vityaz O., Porra V. Testing of Time Domain Simulators for Nonlinear Electronic Circuits. Helsinki University of Technology, Faculty of Electrical Engineering, Electronic Circuit Design Laboratory. Report 4. Finland, July 1988. 65 p.
- [2] Макаренко В. Проблемы моделирования кварцевых генераторов в среде NI Multisim // Электронные компоненты и системы. 2010. № 7. С. 43-49.
- [3] Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие задачи: Пер. с англ. М.: Мир, 2001. 498 с.
- [4] Скворцов Л.М. Явный многошаговый метод численного решения жестких дифференциальных уравнений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2007. Т. 47. № 6. С. 959-967.
- [5] Kundert K. The designer's guide to SPICE and Spectre. Kluwer Academic Publisher. 1995. 371 с.
- [6] Жук Д.М., Маничев В.Б., Сахаров М.К. SADEL – библиотека «сверхточных» решателей для программного комплекса ПА10 (SADEL-PA10) // V Всероссийская научно-техническая конференция «Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем – 2012. Сб. трудов / под общ. ред. ак. РАН А.Л.Стемпковского. М.: ИППМ РАН, 2012. С. 147-153.
- [7] Жук Д.М., Маничев В.Б., Ильницкий А.О. Методы и алгоритмы решения дифференциально-алгебраических уравнений для моделирования систем и объектов во временной области // Информационные технологии. 2010. Ч. 1. № 7. С. 16-24; Ч. 2. № 8. С. 23-26.
- [8] Тыртышников Е.Е. Методы численного анализа : учеб. пособие для студ. вузов / Университетский учебник. Серия «Прикладная математика и информатика». М.: Издательский центр «Академия», 2007. 320 с.
- [9] Маничев В.Б., Глазкова В.В., Кожевников Д.Ю., Кирьянов Д.А., Сахаров М.К. Решение систем линейных алгебраических уравнений с удвоенной точностью вычислений на языке Си // Вестник МГТУ. Серия «Приборостроение». 2011. Вып. 4. С. 25-36.