

# Структура управляющего вектора при оптимизации аналоговых цепей

А.М. Земляк<sup>1,2</sup>, Т.М. Маркина<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Национальный технический университет Украины «КПИ», Украина, Киев

<sup>2</sup>Автономный университет Пуэбла, Мексика, Пуэбла, [azemliak@yahoo.com](mailto:azemliak@yahoo.com)

**Аннотация** — Процесс оптимизации аналоговых цепей проанализирован на основе ранее разработанной обобщенной методологии. Для процедуры оптимизации цепей, математически определяемой как динамическая управляемая система, развита концепция функции Ляпунова. На основе этой функции построена специальная функция, являющаяся относительной временной производной функции Ляпунова. Подтверждено ранее высказанное положение относительно корреляции между поведением функции Ляпунова для любой стратегии оптимизации и полным процессорным временем. Это позволило сравнивать различные стратегии оптимизации, имеющие различную структуру управляющего вектора. Численные результаты подтверждают возможность нахождения квазиоптимальной структуры управляющего вектора, позволяющей решить задачу в сотни и тысячи раз быстрее традиционного подхода.

**Ключевые слова** — оптимальное проектирование цепей, множество стратегий оптимизации, теория управления, функция Ляпунова.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Существенной проблемой проектирования аналоговых электронных систем является проблема сокращения чрезвычайно большого процессорного времени, необходимого для достижения минимума целевой функции процесса оптимизации.

Традиционные подходы сокращения времени анализа системы разработаны досконально. Благодаря разреженной структуре матрицы проводимости электронной схемы многие идеи для работы с разреженными матрицами успешно реализованы [1]-[3]. Иной путь уменьшения числа операций для анализа электронных схем связан с идеей декомпозиции, т.е. разбиения большой системы на ряд подсистем с дальнейшим анализом этих подсистем и сшиванием результатов для получения полного решения [4]-[6]. Переформулировка задачи оптимизации схемы без точного соблюдения законов Кирхгофа была уже предложена в работах [7]-[9]. Более общая постановка задачи оптимизации аналоговых цепей была дана в работах [10]-[11] на

основе теории оптимального управления. Было показано, что такой подход позволяет обобщить формулировку задачи проектирования электронной цепи и получить множество различных стратегий оптимизации. Проблема ускорения процесса оптимизации цепи формулируется как задача поиска наилучшей, в смысле быстродействия, стратегии среди всех стратегий данного множества.

Стратегию оптимизации, включающую анализ цепи на каждом шаге процедуры оптимизации, можно назвать традиционной стратегией оптимизации (ТСО). Она не является оптимальной по времени, и выигрыш во времени для некоторой оптимальной стратегии по сравнению с ТСО возрастает при возрастании размеров и сложности проектируемой цепи, что было показано в [10]-[11]. Разработка алгоритма для наилучшей стратегии оптимизации является важнейшей задачей при реализации преимуществ такого подхода. В то же время требуется выработать критерий, позволяющий сравнивать различные стратегии оптимизации цепей с точки зрения числа операций без расчета самого времени.

В соответствии с методологией [11] процесс оптимизации электронной цепи определен как динамическая управляемая система. При этом оказалось полезным введение понятия функции Ляпунова процесса оптимизации. Была выявлена определенная корреляция между поведением функции Ляпунова для некоторой стратегии оптимизации цепи и ее полным процессорным временем [12]. В настоящей работе проводится исследование возможности использования функции Ляпунова для сравнения различных стратегий оптимизации и выбора оптимального положения точек переключения управляющего вектора. Это стало возможным благодаря анализу поведения относительной временной производной функции Ляпунова при определенном сочетании различных стратегий оптимизации структурного базиса. Оптимальное положение точек переключения управляющего вектора позволило существенным образом сократить полное процессорное время, необходимое для достижения точки минимума целевой функции.

## II. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Процесс оптимизации электронной цепи определен как динамическая управляемая система [12], которая задается дифференциальными или разностными уравнениями для переменных состояния, и системой ограничений, в качестве которых выступает математическая модель самой электронной цепи.

В случае применения разностной модели система уравнений переменных состояния записывается в виде

$$x_i^{s+1} = x_i^s + t_s \cdot f_i(X, U), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

Система ограничений, являющаяся математической моделью электронной цепи, может быть определена следующими уравнениями:

$$(1 - u_j) g_j(X) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (2)$$

Структура функций  $f_i(X, U)$  определяется методом оптимизации [11]. Здесь  $M$  есть число зависимых переменных электронной цепи,  $N$  - общее число переменных ( $N=K+M$ ) и  $t_s$  - итерационный параметр. Функция  $F(X, U)$  является обобщенной целевой функцией процесса проектирования и может быть определена, например, следующим аддитивным выражением

$$F(X, U) = C(X) + \frac{1}{\varepsilon} \sum_{j=1}^M u_j g_j^2(X), \quad (3)$$

где  $C(X)$  есть целевая функция (неотрицательно определенная) процесса проектирования, а второй член формулы представляет собой дополнительную штрафную функцию. Вектор управляющих функций  $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ , где  $u_j \in \Omega$ ;  $\Omega = \{0; 1\}$ , является основным инструментом описанной методологии и управляет динамическим процессом приведения целевой функции  $C(X)$  к минимуму за возможно меньшее процессорное время. При этом каждое новое значение вектора  $U$  определяет новую стратегию проектирования и соответствующую ей траекторию в пространстве параметров. Число возможных стратегий оптимизации цепи, определяемое зависящим от времени управляющим вектором  $U$ , бесконечно, однако множество стратегий, определяющих структурный базис проектирования при векторе  $U$ , неизменном в течение процесса проектирования, конечно и равно  $2^M$ . Эти стратегии имеют различное число операций и различное процессорное время. Управляющий вектор  $(0, 0, \dots, 0)$  соответствует ТСО. Управляющий вектор  $(1, 1, \dots, 1)$  соответствует Модифицированной Традиционной Стратегии Оптимизации (МТСО), при которой система (2) исчезает, а информация о модели цепи включается в обобщенную целевую функцию (3).

## III. ФУНКЦИЯ ЛЯПУНОВА

Было введено понятие функции Ляпунова процесса оптимизации электронной цепи [12]. Определим функцию Ляпунова следующей формулой

$$V(X, U) = [F(X, U)]^r, \quad (4)$$

где  $F(X, U)$  есть обобщенная целевая функция процесса проектирования и степень  $r > 0$ . Формула определяет функцию Ляпунова со стандартными свойствами [13]-[14] в достаточно большой окрестности стационарной точки  $A$ , являющейся решением задачи оптимизации.

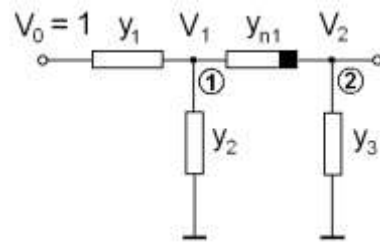
В качестве критерия, позволяющего сравнивать различные стратегии, использовалась относительная

производная по времени функции Ляпунова  $W = \dot{V}/V$ ,

где  $\dot{V} = dV/dt$ . Было показано [12], что поведение относительной временной производной функции Ляпунова  $W(t)$  на начальном этапе процесса может в среднем прогнозировать полное относительное процессорное время той или иной стратегии оптимизации. Применим функцию  $W(t)$  для поиска наилучшей структуры управляющего вектора, состоящей из различных стратегий оптимизации. В этом случае важным является выбор определенных стратегий структурного базиса и поиск оптимальных точек переключения с одной стратегии на другую. При этом определяющим фактором является процессорное время, а большая абсолютная величина функции  $W(t)$  приводит к меньшему полному процессорному времени.

## IV. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

*Пример 1.* Анализируем процесс оптимизации простейшей электронной цепи, изображенной на рис. 1 и представляющей собой нелинейный делитель напряжения.



**Рис. 1. Нелинейная пассивная цепь с двумя узлами**

Управляющий вектор состоит из двух компонент  $U = (u_1, u_2)$ . Полный структурный базис стратегий оптимизации содержит четыре различных стратегии со следующими значениями управляющего вектора: (00), (01), (10) и (11). Целевая функция определена формулой  $C(X) = (V_2 - V_{out})^2$ , где  $V_{out}$  - заданное напряжение на выходе цепи. Оптимизация цепи осуществлялась на основе системы (1) с постоянным

шагом  $t_s$ . Процессорное время оптимизации цепи на основе ТСО с управляющим вектором (00) составляет 0,482 сек.

Было показано [15], что множество стратегий структурного базиса можно разделить на два подмножества. Одно из этих подмножеств включает стратегии, имеющие траектории подобные ТСО, второе подмножество включает траектории подобные МТСО. Для реализации эффекта ускорения в качестве первой части квазиоптимальной стратегии нужно выбрать любую стратегию из второго подмножества, а в качестве второй части – любую стратегию из первого подмножества. Для упрощения построения структуры квазиоптимальной стратегии приняты стратегии, образующие эти подмножества, т.е. МТСО с управляющим вектором (11) и ТСО с управляющим вектором (00). В то же время эффект ускорения появляется только в случае переключения стратегий на определенном оптимальном шаге или вблизи его. Следовательно, нахождение этой оптимальной точки переключения или точек переключения и является основной задачей построения оптимальной или, точнее, квазиоптимальной структуры вектора  $U$ .

Анализ влияния точки переключения управляющего вектора со стратегии, соответствующей вектору (11), на стратегию, соответствующую вектору (00), привел к локализации точки переключения в диапазоне от 140 до 260. На рис. 2 приведены результаты исследования влияния точки переключения, соответствующей шагу  $n$  процесса оптимизации, со стратегии (11) на стратегию (00) на полное процессорное время, в течение которого производится оптимизация цепи.

Видно, что в некотором определенном интервале положение точки переключения приводит к существенному уменьшению процессорного времени. Существует оптимальная точка переключения, соответствующая шагу с номером 207 процедуры оптимизации, при котором процессорное время, требуемое для оптимизации цепи, минимально. Понятно, что конкретное значение номера оптимального шага  $n$  зависит от величины шага  $t_s$  процедуры оптимизации.

Результаты детального исследования зависимости процессорного времени от точки переключения в окрестности оптимальной точки, соответствующей номеру 207, приведены в табл. 1. Изменение номера точки переключения управляющего вектора осуществлялось с шагом 10. Поведение функций  $V(t)$  и  $W(t)$ , соответствующих данным этой таблицы, изображено на рис. 3. Номера табл. 1 соответствуют номерам кривых рис. 3. Можно отметить очень сильную корреляцию между поведением функции  $W(t)$  и полным процессорным временем оптимизации цепи. Кривые для точек переключения, находящихся

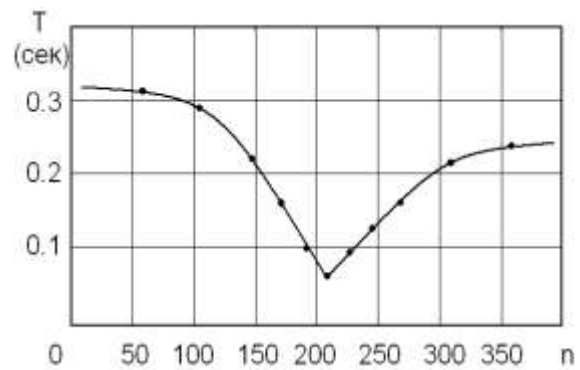


Рис. 2. Процессорное время проектирования как функция точки переключения, соответствующей шагу  $n$  процесса оптимизации

Таблица 1

Зависимости процессорного времени от точки переключения для схемы с двумя узлами

N	Точка перекл.	Число итераций	Процессорное время, (сек)
1	147	8319	0,221
2	167	6501	0,172
3	187	3697	0,096
4	207	2860	0,073
5	227	3383	0,087
6	247	5429	0,142
7	267	6682	0,175

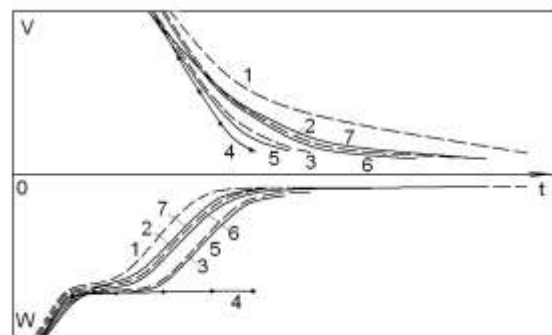


Рис. 3. Поведение функций  $V(t)$  и  $W(t)$  в течение процесса оптимизации для семи последовательных значений номера шага точки переключения (с 147 до 267)

до оптимальной, проведены пунктирными линиями, а после оптимальной – сплошными. В том случае, когда номер шага  $n$ , соответствующий точке переключения управляющего вектора, находится достаточно далеко от оптимального, соответствующего номеру шага 207, поведение функции  $W(t)$  при различных точках переключения определяется простым сдвигом вправо кривой, описывающей эту функцию. При  $n < 150$  наблюдается семейство как бы «параллельных» кривых, в том смысле, что сдвинутые кривые не пересекаются. При приближении слева к оптимальной точке переключения, соответствующей шагу 207, кривые по-прежнему не пересекаются, однако они отходят друг от друга на значительно большее

расстояние в области, предшествующей достижению функцией Ляпунова  $V(t)$  минимальных значений (кривые 1, 2 и 3 на рис. 3). При этом остается справедливым следующий вывод: чем ниже проходит функция  $W(t)$  для некоторой стратегии (т.е. чем больше ее абсолютное значение), тем меньшее процессорное время соответствует этой стратегии, что видно из табл. 1. Кривая 4 соответствует оптимальной точке переключения, и функция  $W(t)$  при этом проходит ниже всех остальных и отходит от предшествующих кривых на большее расстояние. При дальнейшем увеличении номера шага точки переключения зависимость  $W(t)$  изменяется существенным образом. Кривые 5, 6, 7 соответствуют точкам переключения, находящимся на шагах, превышающих оптимальное значение, и в этом случае наблюдается взаимопересечение кривых. Кривые 5, 6, 7, начиная с некоторого момента, проходят выше кривой 4, т.е. оптимальная точка переключения соответствует наибольшему по абсолютной величине значению функции  $W(t)$ . Это означает, что переключение с одной стратегии на другую после оптимальной точки приводит к качественному изменению в поведении функции  $W(t)$ . Следовательно, оптимальная точка переключения является точкой бифуркации в том смысле, что она определяет момент качественного изменения в поведении кривых  $W(t)$ . Эта характеристика оптимальной точки переключения управляющего вектора является определяющей при её поиске.

Функция  $W(t)$ , соответствующая оптимальной точке переключения, приобретает максимальное абсолютное значение, то есть ее график проходит ниже всех остальных, начиная с 340-го шага процедуры оптимизации. Это означает, что, начиная с этого шага, можно уверенно идентифицировать позицию оптимальной точки переключения управляющего вектора, которая приводит к минимальному полному времени проектирования. При этом выигрыш по времени наилучшей стратегии 4 по сравнению с ТСО составляет 6,6 раза.

**Пример 2.** Анализируется процесс оптимизации для активной цепи двухкаскадного транзисторного усилителя, представленного на рис. 4.

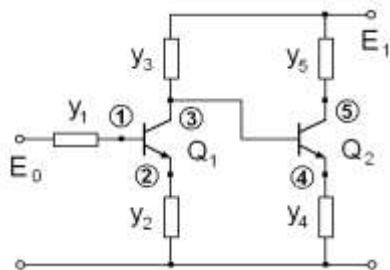


Рис. 4. Двухкаскадный усилитель

Целевая функция для транзисторных усилителей задавалась суммой квадратов разностей текущих

напряжений на переходах транзисторов и априори заданных значений. В качестве модели транзистора использовалась статическая модель Эберса-Молла, реализуемая в системе SPICE [16]. В этом случае имеется пять независимых переменных  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  ( $K=5$ ) и пять зависимых переменных  $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5$  ( $M=5$ ). Алгоритм оптимизации включает систему десяти уравнений, а модель схемы определяется пятью нелинейными уравнениями. Структурный базис проектирования содержит 32 различные стратегии. Процессорное время оптимизации цепи на основе ТСО с управляющим вектором (00000) составляет 334,53 сек. В данном примере анализировалась квазиоптимальная стратегия, включающая две точки переключения управляющего вектора. Первая точка  $n$  соответствовала переключению с МТСО с управляющим вектором (11111) на ТСО с управляющим вектором (00000). Вторая точка соответствовала обратному переключению с ТСО на МТСО на шаге  $n+1$ . То есть традиционная стратегия оптимизации с управляющим вектором (00000) использовалась только на одном шаге оптимизационной процедуры.

Поведение функций  $V(t)$  и  $W(t)$  в течение процесса оптимизации показано на рис. 5.

Результаты исследования зависимости процессорного времени от точки переключения в окрестности оптимальной точки, соответствующей шагу 10, приведены в табл. 2. Выигрыш по времени наилучшей стратегии 4 по сравнению с ТСО составляет 122,1 раза. Функция  $W(t)$ , соответствующая оптимальной точке переключения, приобретает максимальное абсолютное значение, то есть ее график проходит ниже всех остальных, начиная с 78-го шага процедуры оптимизации. Это означает, что, начиная с 78-го шага, мы можем уверенно идентифицировать позицию оптимальной точки переключения управляющего вектора, дающей минимальное время проектирования цепи.

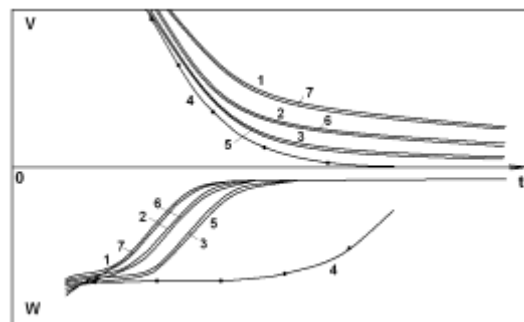


Рис. 5. Поведение функций  $V(t)$  и  $W(t)$  в течение процесса проектирования для семи последовательных значений номера первой точки переключения (с 7 до 13)

Таблица 2

Зависимости процессорного времени от точки переключения для двухкаскадного усилителя

N	Точка перекл. 1	Точка перекл. 2	Число итераций	Процессорное время, (сек)
1	7	8	4900	9,91
2	8	9	4486	9,11
3	9	10	3785	7,69
4	10	11	1354	2,74
5	11	12	3618	7,34
6	12	13	4424	8,98
7	13	14	4882	9,89

В данном примере, так же, как и в предыдущем, оптимальная точка является точкой бифуркации, потому что поведение кривых  $W(t)$ , соответствующих точке переключения до оптимальной и после неё, меняется качественно. Кривая 4 соответствует оптимальной точке переключения и имеет максимальное по абсолютной величине значение функции  $W(t)$ , начиная с некоторого шага оптимизации. Этот шаг отстоит от точки переключения управляющего вектора на расстоянии 68 шагов итерационной процедуры, что приводит к определенным временным потерям при решении вопроса об оптимальности точки переключения. Однако эти потери составляют примерно 5% от процессорного времени, соответствующего оптимальной стратегии 4.

*Пример 3.* В этом примере анализируется процесс оптимизации трехкаскадного транзисторного усилителя, представленного на рис. 6.

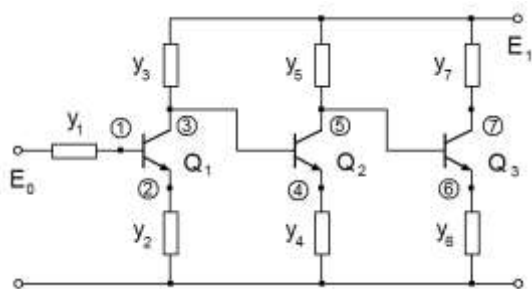


Рис. 6. Трехкаскадный усилитель

В этом случае имеется семь независимых переменных  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7$  ( $K=7$ ) и семь зависимых переменных  $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7$  ( $M=7$ ). Алгоритм оптимизации включает систему 14 уравнений, а модель цепи определяется семью нелинейными уравнениями. Структурный базис проектирования содержит 128 различных стратегий. Процессорное время оптимизации цепи на основе ТСО с управляющим вектором (0000000) составляет 23741,25 сек.

В данном примере, как и в предыдущем, использовалась квазиоптимальная стратегия, включающая две точки переключения. Первая точка  $n$  соответствовала переключению с МТСО с управляющим вектором (1111111) на ТСО с управляющим вектором (0000000). Вторая точка соответствовала обратному переключению с ТСО на МТСО на шаге  $n+6$ . То есть традиционная стратегия проектирования с управляющим вектором (0000000) использовалась на шести шагах оптимизационной процедуры.

Поведение функций  $V(t)$  и  $W(t)$  в течение процесса оптимизации показано на рис. 7.

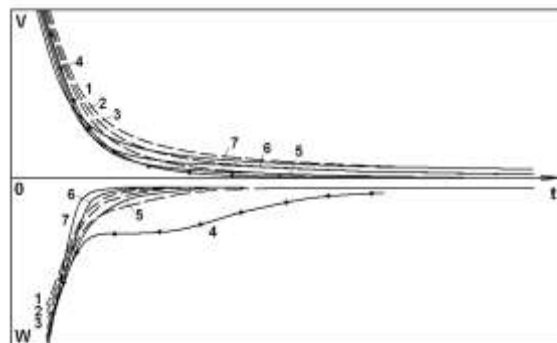


Рис. 7. Поведение функций  $V(t)$  и  $W(t)$  в течение процесса проектирования для семи последовательных значений номера первой точки переключения (с 10 до 16)

Результаты исследования зависимости процессорного времени от точки переключения в окрестности оптимальной точки  $n$ , соответствующей шагу 13, приведены в табл. 3.

Таблица 3

Зависимости процессорного времени от точки переключения для трехкаскадного усилителя

N	Точка перекл. 1	Точка перекл. 2	Число итераций	Процессорное время, (сек)
1	10	16	8187	154,31
2	11	17	7432	140,04
3	12	18	6125	115,36
4	13	19	2087	39,14
5	14	20	10259	193,33
6	15	21	11610	218,82
7	16	22	12372	233,16

Выигрыш по времени наилучшей стратегии 4 по сравнению с ТСО составляет 606,57 раза. В данном примере, так же, как и в предыдущих, оптимальная точка является точкой бифуркации. Кривая 4 соответствует оптимальной точке переключения и имеет максимальное по абсолютной величине значение функции  $W(t)$ , начиная с некоторого шага

оптимизации. Этот шаг отстоит от точки переключения на некотором расстоянии, что приводит к определенным временным потерям при решении вопроса об оптимальности точки переключения.

Проведенный анализ показывает существенное увеличение выигрыша по времени квазиоптимальной стратегии по сравнению с ТСО при увеличении размеров и сложности электронной цепи.

Обобщая полученные результаты можно сделать следующий вывод: поведение относительной временной производной функции Ляпунова процесса

проектирования  $W = \dot{V}/V$  вполне определяет оптимальную точку (оптимальные точки) переключения с одной стратегии на другую. При этом построенная стратегия позволяет реализовать ранее обнаруженный эффект ускорения и является квазиоптимальной в том смысле, что обеспечивает минимальное время оптимизации электронной цепи среди всех стратегий, имеющих одну или две точки переключения.

#### V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Одной из определяющих характеристик, позволяющей анализировать поведение динамической системы, является функция Ляпунова. Поскольку процесс оптимизации цепи формулируется как динамическая управляемая система, постольку введение понятия функции Ляпунова процесса оптимизации явилось естественным шагом. Оказалось удобным использовать форму функции Ляпунова, связанную с обобщенной целевой функцией процесса оптимизации. В этом случае, опираясь на характеристики функции Ляпунова, возможно провести детальный анализ свойств различных стратегий оптимизации электронных цепей.

Получение оптимальных точек переключения управляющего вектора является составным элементом квазиоптимального по времени алгоритма оптимизации цепей наряду с открытым ранее эффектом сверхускорения процесса оптимизации и адекватным выбором начальной точки процесса оптимизации. При этом выигрыш машинного времени квазиоптимальной стратегии по сравнению с традиционной может составить несколько сотен раз.

Введение функции  $W$ , являющейся нормированной временной производной функции Ляпунова, и исследование поведения этой функции для поиска оптимальных точек переключения управляющего вектора позволило адекватно проанализировать и сравнить поведение основных характеристик процесса оптимизации электронных цепей. Применение квазиоптимальной стратегии проектирования, состоящей из ТСО и МТСО, с одной и / или двумя точками переключения позволяет получить

значительный выигрыш процессорного времени в сравнении с ТСО.

Оптимальные точки переключения получены на основе анализа поведения производной функции Ляпунова при последовательном сдвиге точки переключения управляющего вектора в процессе анализа. Оптимальные точки переключения очень точно фиксируются при проведении подобного анализа в координатах  $t - W$  и являются основой для построения квазиоптимального алгоритма.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bunch J.R., Rose D.J. Eds. Sparse matrix computations. N.Y.: Acad. Press, 1976.
- [2] Osterby O., Zlatev Z. Direct methods for sparse matrices. N.Y.: Springer-Verlag, 1983.
- [3] George A. On block elimination for sparse linear systems // SIAM J. Numer. Anal. 1984. V. 11. № 3. P. 585-603.
- [4] Wu F.F. Solution of large-scale networks by tearing // IEEE Trans. Circuits Syst. 1976. V. 23. № 12. P. 706-713.
- [5] Sangiovanni-Vincentelli A., Chen L.K., Chua L.O. An efficient cluster algorithm for tearing large-scale networks // IEEE Trans. Circuits Syst. 1977. V. 24. № 12. P. 709-717.
- [6] Ruehli A., Sangiovanni-Vincentelli A., Rabbat G. Time analysis of large-scale circuits containing one-way macromodels // IEEE Trans. Circuits Syst. 1982. V. 29. № 3. P. 185-191.
- [7] Каширский И.С., Трохименко Я.К. Обобщенная оптимизация электронных схем. - Киев: Техника, 1979.
- [8] Rizzoli V., Costanzo A., Cecchetti C. Numerical optimization of broadband nonlinear microwave circuits // IEEE MTT-S Int. Symp. 1990. V. 1. P. 335-338.
- [9] Ochotta E.S., Rutenbar R.A., Carley L.R. Synthesis of high-performance analog circuits in ASTRX/OBLX // IEEE Trans. on CAD. 1996. V. 15. № 3. P. 273-294.
- [10] Zemliak A.M. Analog system design problem formulation by optimum control theory // IEICE Trans. on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences. 2001. V. E84A. № 8. P. 2029-2041.
- [11] Земляк А.М., Проектирование аналоговых цепей методами теории управления // Изв. высш. учеб. заведений Радиоэлектроника. 2004. Т. 47. № 5. С. 18-28.
- [12] Земляк А.М. Анализ функции Ляпунова процесса проектирования аналоговых цепей // IV Всероссийская научно-техническая конференция «Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем - 2010». Сб. трудов / под. общ. ред. академик РАН А.Л.Стемпковского. М.: ИППМ РАН, 2010. С. 108-113.
- [13] Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. М.: Наука, 1967. 223 с.
- [14] Rouche N., Habets P., Laloy M. Stability Theory by Liapunov's Direct Method. N.Y.: Springer-Verlag. 1977.
- [15] Земляк А.М. Анализ структуры начального приближения и траекторий проектирования аналоговых цепей // Изв. высш. учеб. заведений: Радиоэлектроника. 2004. Т. 47. № 12. С. 3-11.
- [16] Massobrio G., P. Antognetti P. Semiconductor device Modeling with SPICE. N.Y.: Mc. Graw-Hill, Inc., 1993.