# Метод гармонического баланса для электротеплового анализа установившихся периодических режимов ИС

М.М. Гурарий, С.Г. Русаков, С.Л. Ульянов

# Институт проблем проектирования в микроэлектронике PAH, ulyas@ippm.ru

Аннотация — В статье рассматривается вычислительный метод расчета периодического установившегося режима с учетом электротеплового взаимодействия элементов интегральных схем. Метод основан на декомпозиции системы уравнений электротеплового анализа, применении гармонического баланса и итерационных методах решения систем линейных алгебраических уравнений.

Ключевые слова — аналоговые интегральные схемы, схемотехническое моделирование, электротепловой анализ, периодический установившийся режим, гармонический баланс.

# I. Введение

Уменьшение характерных размеров элементов ИС, повышение рабочих частот схем приводят К моделировании необходимости учитывать при эффекты рассеяния тепла, саморазогрева И температурного взаимовлияния элементов, которые могут приводить к деградации электрических характеристик элементов и схемы в целом. В процессе работы в электронной схеме происходят постоянные изменения уровня сигнала, которые могут приводить к рассеиванию мощности в компонентах схемы, что приводит к температурным изменениям. Последние обуславливают изменения токов в компонентах схемы, которые в свою очередь определяют рассеивание мощности. Таким образом, имеется взаимосвязь между тепловыми и электрическими процессами в схеме. Эффекты саморазогрева и взаимного теплового влияния являются основными проблемами в современных ИС с глубоко субмикронными размерами элементов.

Традиционные схемные симуляторы (Spice) позволяют моделировать схемы при различной температуре, а также устанавливать индивидуальную температуру для компонентов схемы. Ряд коммерческих симуляторов (Spectre-RF фирмы Cadence, AWR-Aplac фирмы AWR, Eldo-RF фирмы Mentor Graphics) имеют в составе библиотек элементов электротепловые математические модели основных элементов схемы, что позволяет проводить расчеты с учетом эффектов локального саморазогрева транзисторов. Для учета электротеплового взаимовлияния приборов и тепловых процессов в

схеме вводятся эквивалентные электрические цепи большой размерности, которые значительно усложняют моделирование. Специальные методы расчета, пригодные электротеплового лля моделирования схем. на сеголняшний лень отсутствуют. Поэтому необходимо иметь специальные виды анализа, которые позволяли бы проводить моделирование схем с учетом электротеплового взаимодействия элементов.

В статье предлагается вычислительный метод расчета установившегося периодического режима, который позволяет повысить эффективность электротеплового анализа на схемотехническом уровне моделирования.

# II. Электротепловое моделирование

# А. Методы моделирования

Для расчета тепловых режимов разработан ряд программных средств моделирования тепловых процессов в отдельных полупроводниковых приборах элементах ИС, монолитных ИС И СБИС. И микросборках И печатных платах [1]. При моделировании ИС исходными данными для выполнения моделирования кроме топологической информации являются мощности рассеивания, которые должны быть определены из электрического анализа схемы. Так как тепловые процессы в элементах ИС ΜΟΓΥΤ сушественно изменять их электрические требуется режимы работы. то совместное электротепловое моделирование.

Электротепловое моделирование можно выполнить с помощью использования программ теплового и электрического моделирования, объединенных в единую подсистему. Такие подсистемы, например, разработаны для САПР фирмы Cadence [2] и САПР фирмы Mentor-Graphics [3]. Данный подход характеризуется большими временными затратами, так численное как требуется решение систем уравнений дифференциальных в частных производных. Кроме того, сходимость к решению здесь не гарантируется [1].

Более эффективным с точки зрения вычислительных затрат является метод компактных тепловых моделей. Под компактными тепловыми моделями понимается такое математическое описание тепловых процессов в схеме, которое справедливо для интервала температур, представляющего практический интерес, тепловых потоков и коэффициентов теплопередачи и которое, в отличие от систем дифференциальных уравнений в частных производных, не зависит от граничных условий и имеет меньшую вычислительную сложность [4], [5].

Компактные тепловые модели могут быть получены различными способами [5, 6, 7, 8]. Так как целью работы является разработка электротеплового анализа ИС в рамках программ схемотехнического моделирования, то возникает вопрос об использовании методов моделирования электрических характеристик для моделирования тепловых процессов. В связи с этим компактные тепловые модели для электротеплового моделирования сформированы в соответствии с принципом электротепловой аналогии, при котором тепловые процессы в схеме описываются с помощью эквивалентных электрических цепей.

Таким образом, для совместного электротеплового моделирования схема содержит собственно электрическую подсхему и тепловую подсхему. Такая схема рассчитывается методами анализа электрических цепей, однако переменные в узлах тепловой подсхемы имеют смысл температуры.

# В. Электротепловые модели элементов ИС

Необходимым условием выполнения совместного электротеплового моделирования является наличие в программе схемотехнического моделирования электротепловых моделей основных активных и пассивных элементов электрических схем. В отличие от моделей, предназначенных для электрического анализа, электротепловые модели должны электрических обеспечивать зависимость характеристик элемента от температуры и температуры от электрического режима.

Наиболее эффективным способом решения этой задачи является добавление к традиционной эквивалентной электрической схеме прибора «теплового» узла, напряжение которого равно температуре прибора, и дополнительной «тепловой» цепи, состоящей из генератора тока, равного выделяемой прибором мощности, и тепловой цепочки.

В качестве примера электротепловой модели биполярного транзистора приведем электротепловую версию модели VBIC [9]. Эквивалентная схема модели представлена на рис. 1, 2. Схема включает внутренний NPN транзистор, паразитный PNP транзистор, паразитные резисторы и емкости, а также тепловую подсхему, которая включается только в версию модели электротеплового моделирования. Тепловая лля подсхема (рис. 2) включает тепловое сопротивление кристалл-корпус Rth и тепловую ёмкость транзистора Cth. Тепловые емкость и сопротивление подключены к внутреннему тепловому узлу dT и внешнему тепловому узлу Tl. К узлу dT подключен источник тока Ith, управляемый напряжением. В соответствии с

электротепловой аналогией, напряжение узла dT в любой момент времени численно равно текущей температуре транзистора в °С. Величина тока, генерируемого источником Ith, численно равна мощности, рассеиваемой транзистором (в ваттах). Температура окружающей среды задается с помощью подключения источника напряжения к узлу Tl; напряжение этого источника численно равно температуре среды. Для реализации обратной связи, определяющей влияние изменения температуры на режимы работы транзистора, в модели VBIC введены дополнительные зависимости источников тока. Эти источники изменяются в соответствии с текущим значением температуры транзистора, численно равной напряжению в узле dT. Модель позволяет учитывать саморазогрев транзистора при моделировании.



Рис. 1. Эквивалентная схема модели VBIC



## Рис. 2. Тепловая подсхема в модели VBIC

### С. Модели элементов тепловых подсхем

Для моделирования тепловых процессов в рамках программ автоматизации схемотехнического проектирования целесообразно иметь специальные элементы для создания моделей тепловых цепей, которые позволяют моделировать тепловые процессы в одно-, двух- и трехмерном приближении. Такие модели могут быть получены за счет применения принципа электротепловой аналогии при моделировании тепловых процессов [10]. Распространение тепла в трехмерной структуре описывается уравнением

$$\frac{\partial}{\partial x} [k \frac{\partial}{\partial x} T] + \frac{\partial}{\partial y} [k \frac{\partial}{\partial y} T] + \frac{\partial}{\partial z} [k \frac{\partial}{\partial z} T] = \rho c \frac{\partial}{\partial t} T, \quad (1)$$

где T = T(x, y, z, t) - температура, k – удельная теплопроводность, c – удельная теплоемкость,  $\rho$  плотность. Разбивая весь объем структуры на секции и полагая температуру постоянной внутри каждой секции, можно получить дискретизированную форму уравнения (1) для одной секции, которая при соответствующем выборе величин элементов совпадает с уравнением электрической цепи на рис. 3

$$\frac{V_1 - V_0}{R_1} + \frac{V_2 - V_0}{R_2} + \frac{V_3 - V_0}{R_3} + \frac{V_4 - V_0}{R_4} + \frac{V_5 - V_0}{R_5} + \frac{V_6 - V_0}{R_6} = C \frac{dV_0}{dt}$$
(2)

Здесь напряжения в узлах цепи  $V_i$ , i=0, 1, ..., 6 имеют смысл температуры секций  $P_i$ . Таким образом, заменяя каждую секцию электрической цепью, получим эквивалентную электрическую подсхему для моделирования тепловых процессов в объеме. Граничные условия уравнения обеспечиваются подключением соответствующих источников тока и напряжения.

Элемент тепловых подсхем для трехмерного моделирования Y3TM представлен эквивалентной схемой на рис. 3. Аналогично вводятся элементы тепловых подсхем для одно- и двухмерного моделирования Y1TM, Y2TM. Модели элементов тепловых подсхем внедрены в библиотеку встроенных моделей экспериментальной программы схемотехнического моделирования.



Рис. 3. Электрический аналог секции 3D уравнения теплопроводности

# III. АНАЛИЗ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА

## А. Метод гармонического баланса

Определение установившегося режима в схеме представляет наибольший интерес при проектировании радиотехнических интегральных схем так как основные характеристики таких схем рассчитываются и проверяются когда схема находится в установившемся режиме [11]. Поведение нелинейной схемы описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка [12]

$$r(x(t)) = i(x(t)) + \frac{d}{dt}q(x(t)) + u(t) = 0.$$
 (3)

Здесь x(t), i(x), q(x) – векторы узловых переменных, токов, зарядов и u(t) – вектор входных воздействий. Все векторы имеют размерность N.

При воздействии на схему гармонического входного сигнала с частотой  $\omega$  установившийся режим в схеме имеет периодический характер, и решение удовлетворяет условию периодичности

$$x(0) = x(T), \tag{4}$$

где Т – период.

Метод гармонического баланса позволяет находить периодический установившийся режим в частотной области. В рамках гармонического баланса решение уравнения представляется в виде ряда Фурье

$$x_i(t) = \sum_{k=-K}^{K} X_i(k) e^{jk\omega t} , \ i = 1, ..., N.$$
 (5)

Здесь индекс k соответствует k-ой гармонике частоты  $\omega$ .

Полагая, что векторы i(x), q(x) также могут быть представлены рядом Фурье, можно получить уравнения метода гармонического баланса в векторной форме [12, 13]

$$R(X) = I(X) + j\Omega Q(X) + U = 0.$$
 (6)

Здесь X, I, Q - это векторы гармоник узловых переменных, токов и зарядов;  $\Omega$  - блочнодиагональная матрица.

это система Выражение (6) – (2K+1)Nалгебраических уравнений относительно (2K+1) гармоник N узловых переменных. Для решения системы применяется метод Ньютона; основная трудность связана с решением каждой на ньютоновской итерации системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) высокой размерности

$$U\Delta X = -R(X). \tag{7}$$

Здесь  $\Delta X$  - вектор коррекции решения, J - матрица якобиана системы (4) размерности (2K+1)N на (2K+1)N

$$J = \Gamma G \Gamma^{-1} + j \Omega \Gamma C \Gamma^{-1}, \qquad (8)$$

где  $\Gamma$  - матрица преобразования Фурье, G, C – блочнодиагональные матрицы узловых проводимостей и емкостей.

## В. Формирование и решение СЛАУ

Матрица якобиана J имеет блочную структуру, которая может быть сформирована на основе двух альтернативных подходов. Способ формирования матрицы и представления вектора переменных, соответствующие первому подходу, будем называть узловым форматом, а соответствующий второму подходу - частотным.

Вектор переменных в узловом формате имеет вид

$$\Delta X = [\Delta X_1, \Delta X_2, \dots, \Delta X_N]^T, \qquad (9)$$

где каждый вектор  $\Delta X_i$ , i = 1, 2, ..., N имеет размерность 2K+1. В этом случае матрица якобиана  $J_N$  получается из исходной разреженной схемной матрицы размерности N на N, каждый элемент которой преобразуется в блок матрицы гармонического якобиана. При этом каждый такой блок есть плотная подматрица размерности (2K+1) на (2K+1).

Вектор переменных в частотном формате имеет вид

$$\Delta X = [\Delta X(0), \Delta X(1), \dots, \Delta X(2K)]^T, \qquad (10)$$

где каждый вектор  $\Delta X(k)$  имеет размерность N.

В этом случае матрица гармонического якобиана  $J_F$  содержит  $(2K+1)^2$  блоков, каждый из которых порядка *N*. Здесь каждый блок определяется индексами k, l и составлен из (k-l) гармоник всех узловых проводимостей и емкостей. При этом каждый блок сохраняет разреженность исходной схемной матрицы.

Применение известных до последнего времени прямых методов решения СЛАУ не позволяет создать эффективные методы гармонического баланса для моделирования схем большой размерности. Напротив, итерационные методы решения СЛАУ позволили создать эффективные методы анализа схем большой размерности с числом узлов в несколько тысяч [13]. использование итерационных Однако методов решения СЛАУ сталкивается с проблемами эффективных разработки методов предобуславливания СЛАУ, особенно с ростом нелинейности анализируемых схем, вследствие резкого роста вычислительных затрат. Поэтому разработка нового поколения прямых методов решения СЛАУ, соединяющих технику разреженных матриц с распараллеливанием вычислений, вызывает особый интерес.

## IV. МЕТОД ГАРМОНИЧЕСКОГО БАЛАНСА ДЛЯ ЭЛЕКТРОТЕПЛОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

## А. Декомпозиция системы уравнений

Наличие тепловых подсхем, содержащих только элементы компактных тепловых моделей, позволяет естественным образом разделить все переменные системы на подмножества электрических и тепловых переменных

$$N = N_e + N_t \,. \tag{11}$$

Заметим, что количество тепловых переменных может быть различным. При анализе установившегося режима с учетом только эффектов саморазогрева транзисторов это число может быть небольшим, так как определяется количеством транзисторов в схеме. Олнако для учета электротеплового взаимодействия транзисторов требуется моделирование тепловых процессов на плоскости или в объеме материала. В этом случае тепловая подсхема содержит большое число 2D или 3D элементов и представляет собой двух или трехмерную RC цепь. Поэтому число тепловых переменных может быть большим и значительно больше  $N_t >> N_e$ . Вследствие этого резко возрастают размерность систем уравнений и затраты на проведение моделирования.

#### В. Эквивалентное линейное преобразование

Данный метод предполагает, что выполнено разделение переменных на тепловые и электрические, и тепловая подсхема содержит только линейные элементы.

Введем блочно-диагональную матрицу

$$Q = diag\{J_F\}.$$
 (12)

Линейная система на ньютоновской итерации имеет вид

$$J_F \Delta X = b , \qquad (13)$$

где матрица якобиана в частотном формате имеет блочную структуру и каждый блок размерности N на N задается индексами k, l. В частности, если схема состоит только из линейных элементов, то матрица якобиана есть блочно - диагональная матрица  $J_F = Q$ .

Будем рассматривать модифицированную задачу, полученную после применения к линейной задаче (7) линейного преобразования, включающего предобуславливание системы. После применения правого блочно-диагонального предобуславливателя Q, который представляет собой матрицу якобиана линеаризованной схемы, линейная система (7) примет вид

$$J_F Q^{-1} y = b$$
, (14)

где  $y = Q\Delta X$ .

Система (14) может быть записана в виде

$$[(J_F - Q)Q^{-1} + I]y = b.$$
(15)

Поскольку линейные элементы схемы вносят вклад только в диагональные блоки матрицы  $J_F$ , то строки матрицы  $(J_F - Q)$ , соответствующие тепловым переменным, равны нулю.

Вследствие этого, произведение матрицы  $(J_F - Q)$  на любой вектор содержит нулевые компоненты, соответствующие тепловым переменным. Тогда

соответствующие компоненты решения у равны компонентам вектора правой части

$$y_i(k) = b_i(k), \quad i \in N_t . \tag{16}$$

Следовательно, такие переменные могут быть исключены из рассмотрения, что позволяет сократить размерность системы уравнений (13). Поэтому вместо решения системы (13) будем решать систему

$$\widetilde{M}\widetilde{y} = \widetilde{b} , \qquad (17)$$

где  $\tilde{y} = [\tilde{y}(0), \tilde{y}(1), \dots, \tilde{y}(2K)]^T$ , каждый вектор

 $\tilde{y}(k)$  имеет размерность  $N_e$ , и матрица  $\tilde{M}$  получена из матрицы  $J_F Q^{-1}$  исключением строк и столбцов, соответствующих тепловым переменным.

Таким образом, после исключения тепловых переменных необходимо решать линейную систему (17) размерности  $(2K+1)N_e$ .

## С. Вычислительная схема метода

.

Для решения этой системы применим итерационный метод. Так как основной операцией, необходимой для реализации метода, является операция умножения матрицы на вектор, необходимо, прежде всего, иметь эффективные вычислительные процедуры для выполнения этой операции.

Пусть  $\tilde{Z}$  - вектор решения в частотном формате, полученный на предыдущей итерации итерационного метода. Преобразуем вначале вектор  $\tilde{Z}$  в вектор полной размерности Z, дополнив вектор  $\tilde{Z}$  нулями

$$Z = [0, \tilde{Z}(0), 0, \tilde{Z}(1), \dots, 0, \tilde{Z}(2K)]^T.$$
(18)

Произведение полной матрицы  $J_F$  на вектор  $Q^{-1}Z$ позволяет получить компоненты искомого вектора ΜĨ Для получения компонент необходимо выполнить умножение полной матрицы на полный вектор и выбрать компоненты, соответствующие электрическим переменным. При этом для сокращения вычислительных затрат можно исключить умножение строк, соответствующих тепловым переменным. Для получения вектора полной размерности  $Q^{-1}Z$ необходимо решение (2K+1)уравнений диагональными блоками матрицы J<sub>F</sub> и вектором правой части Z.

Теперь рассмотрим вычисление произведения полной матрицы на полный вектор

$$J_F Q^{-1} Z = \Gamma G \Gamma^{-1} Q^{-1} Z + j \Omega \Gamma C \Gamma^{-1} Q^{-1} Z.$$
 (19)

После определения вектора  $Q^{-1}Z$  для вычисления первого члена произведения  $\Gamma G \Gamma^{-1} Q^{-1} Z$  требуется последовательно выполнить следующие операции:

1) выполнить обратное преобразование Фурье над вектором  $Q^{-1}Z$  и получить промежуточный вектор  $z = \Gamma^{-1}Q^{-1}Z$ ,

2) умножить блочно-диагональную матрицу *G* на полученный вектор и получить промежуточный вектор  $\hat{z} = G\Gamma^{-1}O^{-1}Z$ ,

3) выполнить преобразование Фурье над полученным вектором  $\hat{z}$ .

Аналогично вычисляется второй член произведения  $j\Omega\Gamma C\Gamma^{-1}Q^{-1}Z$ . Здесь дополнительно требуется только операция умножения на диагональную матрицу  $\Omega$ . После выполнения этих операций для получения результирующего вектора в полученном векторе отбрасываются компоненты, соответствующие узлам тепловой подсхемы.

Таким образом, разработанная процедура умножения матрицы на вектор позволяет предложить вычислительную схему метода без явного формирования матрицы якобиана, используя только операции умножения разреженных блоков матриц проводимостей и емкостей на вектор и дискретного преобразования Фурье.

#### V. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Предложенный метод иллюстрируется на примере электротеплового моделирования монолитной ИС двухкаскадного усилителя [14]. Тепловые процессы моделируются в слоях кристалла, эпоксидного клея и подложки. Каждая из областей покрывается сеткой 10x10. В узлах сетки располагаются элементы тепловой подсхемы, которые соединены между собой как по горизонтали (в одном слое), так и по вертикали слоями). Источниками тепла служат (межлу транзисторы, тепловые выводы которых присоединены к тепловым элементам верхнего слоя. Общее количество переменных модифицированного узлового метода 1246. При этом число узлов электрической подсхемы - 108, тепловой подсхемы - 1138.

Электротепловое моделирование проводилось с помощью рассмотренной выше модификации метода гармонического баланса (HBTN). Полученные результаты сравнивались с результатами моделирования без учета тепловых эффектов (HB). При моделировании с числом гармоник К=32 размерность полной комплексной системы гармонического баланса 80990. Разработанная схема позволяет вместо полной системы решать систему размерности (2\*32+1)\*108=7020. Таким образом, достигается сокращение размерности (и затрат памяти) 11.53 раза. Ускорение моделирования при в использовании итерационного метода решения СЛАУ, пропорционально сокращению олнако. не размерности, так как достигается за счет сокращения вычислительных затрат при ортогонализации более коротких векторов, но при сохранении затрат умножения матрицы на вектор. Поэтому оно зависит от числа итераций итерационного метода решения СЛАУ, свойств схемы, величины входного сигнала. Значения ускорения моделирования схемы усилителя для некоторых величин входного сигнала приведены в таблице

Таблица 1

Временные затраты моделирования усилителя

Рвх, дБм	HB		HBTN		Ускор.
	#iter	t, c	#iter	t, c	
-50	106	110	108	57	1.93
-30	827	500	827	240	2.08
-10	4022	1800	4022	850	2.12

На рис. 4 показана временная диаграмма выходного сигнала (TN) при мощности входного сигнала -10 дБм. Для сравнения на этом же рисунке даны диаграммы выходного сигнала, рассчитанные без учета тепловых эффектов (HB) и с учетом только эффектов саморазогрева транзисторов (SH). Из рисунка можно заметить, что учет саморазогрева транзисторов приводит к снижению амплитуд гармоник выходного сигнала примерно на 8-10 %, учет электротепловых эффектов – еще на 10-12 %.



Рис. 4. Выходной сигнал усилителя

## VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Компактные модели тепловых процессов в ИС в одно, двух- и трехмерном приближении формируются с помощью эквивалентных электрических цепей, которые содержат специально введенные элементы тепловых подсхем. Предложенный метод гармонического баланса для электротеплового анализа установившихся периодических режимов ИС основан на декомпозиции схемы на электрическую и тепловую подсхемы и итерационных методах решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод позволяет значительно снизить порядок систем линейных уравнений, обеспечивает сокращение затрат памяти ЭВМ и многократное ускорение моделирования.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Петросянц К.О., Рябов Н.И., Харитонов И.А., Мальцев П.П., Маляков Е.П. Программное обеспечение для моделирования тепловых режимов интегральных схем // Автоматизация проектирования. 1997. № 3. С. 46.
- [2] Gillon R., Joris P., Oprins H., Vandevelde B., Srinivasan A., Chandra R. Practical chip-centric electro-thermal simulations // Proc. of THERMINIC Int. Workshop. 2008. P. 220-223.
- [3] Петросянц К.О., Рябов Н.И., Харитонов И.А., Козынко П.А. Реализация процесса электротеплового моделирования в САПР БИС Mentor Graphics // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем. Сб. трудов / под ред. акад. РАН А.Л. Стемпковского. М.: ИППМ РАН, 2008. С. 243-246.
- [4] Gerstenmaier Y.C., Kiffe W., Wachutka G. Combination of Thermal Subsystems Modeled by Rapid Circuit Transformation // in Proc. THERMINIC Int. Workshop. 2007. P. 115-120.
- [5] Bechtold T., Rudnyi E.B., Korvink J.G. Fast Simulation of Electro-Thermal MEMS - Berlin: Springer-Verlag, 2007.
- [6] Digele G., Lindenkreuz S., Kasper E. Fully Coupled Dynamic Electro-Thermal Simulation // IEEE Trans. on VLSI Systems. 1997. Vol. 5. № 3. P. 250-257.
- [7] Batty W., Christoffersen C.E., Panks A.J., David S., Snowden C.M., Steer M.B. Electrothermal CAD of Power Devices and Circuits With Fully Physical Time-Dependent Compact Thermal Modeling of Complex Nonlinear 3-D systems // IEEE Trans. Comp. Pack. Tech. 2001. Vol. 24. № 4. P. 566-590.
- [8] Wilson P.R., Ross J.N., Brown A.D., Rushton A. Multiple domain behavioral modeling using VHDL-AMS // Proc. of the Int. Symposium on Circuits and Systems. 2004. Vol. 5. P. V-644 - V-647.
- [9] McAndrew C.C., Seitchik J.A., Bowers J.A. et al. VBIC95, the Vertical Bipolar Inter-Company Model // IEEE Journal of Solid-State Circuits. 1996. Vol. 31. № 10. P. 1476-1483.
- [10] Latif M., Bryant P.R. Network Analysis Approach to Multidimensional Modeling of Transistors Including Thermal Effects // IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 1982. Vol. CAD-1. P. 94-101.
- [11] Kundert K. Introduction to RF Simulation and Its Application // IEEE Journal of Solid-State Circuits. 1999. V. 34. № 9. P. 1298-1319.
- [12] Kundert K.S., White J., Sangiovanni-Vincentelli A. Steady-State Methods for Simulating Analog and Microwave Circuits – Boston: Kluwer Academic Publishers. 1990. 247 p.
- [13] Актуальные проблемы моделирования в системах автоматизации схемотехнического проектирования / под ред. А.Л. Стемпковского. М.: Наука, 2003, 430 с.
- [14] Bakalski W. et al. A Monolithic 2.45 GHz Power Amplifier in SiGe-Bipolar with 0.4W Output Power and 53% PAE at 2V // ESSCIRC. 2002. P. 223-226.