

Методы определения коэффициентов квазиоптимального КИХ-фильтра свертки псевдослучайной бинарной последовательности

М.С. Хасанов, В.В. Курганов

Национальный исследовательский университет МИЭТ, khaes@yandex.ru

Аннотация — В работе рассматриваются методы получения коэффициентов КИХ-фильтра квазиоптимальной свертки бинарной последовательности с целью подавления побочных составляющих автокорреляционной функции последовательности.

Ключевые слова — КИХ-фильтр, оптимизация, автокорреляционная функция, подавление боковых лепестков АКФ, бинарная последовательность, мерит-фактор (MF), уровень максимального бокового лепестка (PSL).

I. ВВЕДЕНИЕ

В современной радиолокации и радиосвязи широко применяются сложные сигналы, обеспечивающие высокий уровень энергии на выходе приемника при низкой пиковой мощности излучения. Классическим способом обработки таких сигналов является согласованная фильтрация. Результат согласованной свертки имеет вид автокорреляционной функции (АКФ) сигнала (рис. 1).

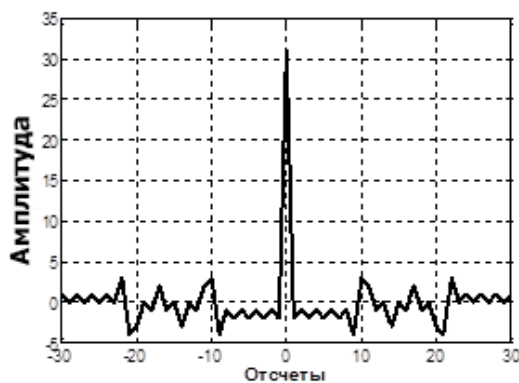


Рис. 1. Автокорреляционная функция последовательности Лежандра длиной 31

АКФ имеет ярко выраженный центральный пик R_0 , величина которого в случае исследуемых бинарных последовательностей равна ее длине; и побочные составляющие — боковые лепестки R_i . Боковые лепестки являются нежелательными и в случае радиолокации приводят к появлению ложных целей и сокрытию

реальных на радиолокационном изображении, а в случае систем связи, использующих бинарные коды (CDMA), — к возрастанию вероятности ошибки декодирования.

Предложенные в [1], [2] и [5] методы подавления боковых лепестков существенно усложняют архитектуру фильтра и малоприспособны для обработки длинных последовательностей, особенно в системах реального времени, реализованных на ПЛИС или ЦСП. В статье предложены методы нахождения коэффициентов оптимального несогласованного фильтра, обладающего порядком, не превышающим длину последовательности более чем в два раза.

II. ОПТИМИЗИРУЕМЫЕ ПАРАМЕТРЫ

В зарубежной литературе [3] для оценки АКФ по уровню боковых лепестков используют два параметра: мерит-фактор — отношение энергии главного лепестка к суммарной энергии всех боковых лепестков:

$$MF = \frac{R_0}{\sum_{i \neq 0} R_i}, \quad (1)$$

и уровень максимального бокового лепестка (*peak sidelobe*):

$$PSL = \max(R_i).$$

В задачах обнаружения единичных целей в свободном пространстве яркий объект порождает отклик с высокой амплитудой главного и боковых лепестков, которые в зависимости от уровня срабатывания порогового устройства могут быть восприняты как цели. В этом случае приоритет стоит отдать минимизации параметра уровня максимального бокового лепестка (PSL). В задачах зондирования земной поверхности равномерно отражающий земной покров зашумляет фон изображения и делает трудноразличимыми объекты, находящиеся на поверхности, что приводит к необходимости снижения общего уровня боковых лепестков или максимизации параметра MF.

III. АЛГОРИТМ

A. Оптимизация по параметру MF

Обозначим $B(n)$ – бинарная последовательность, $F(n)$ – импульсная характеристика КИХ-фильтра. Тогда выражение (1) можно переписать в виде:

$$MF = \frac{\left(\sum_n F(n)B(n) \right)^2}{\sum_{i \neq 0} \left(\sum_n F(n)B(n+i) \right)^2}.$$

Для нахождения максимума этой многомерной функции от значений коэффициентов фильтра применим метод покоординатного поиска экстремума. Аналитическое выражение для максимума одномерной функции $MF(F(j))$ в сечении одного из аргументов:

$$F(j) = \frac{R_j(0) \sum_{i \neq 0} B(j+i)R_j(i) - B(j) \sum_{i \neq 0} R_j^2(i)}{B(j) \sum_{i \neq 0} B(j+i)R_j(i) - R_j(0) \sum_{i \neq 0} B^2(j+i)}, \quad (2)$$

где $R_j(i) = \sum_{n \neq j} F(n)B(n+i)$ – i -е значение корреляционной функции без учета влияния $F(j)$ – элемента.

Алгоритм оптимизации предполагает последовательное нахождение значений для каждого из коэффициентов по формуле (2), пока разница между двумя последовательными приближениями к максимуму функции MF не достигнет некоторого заданного значения.

На рис. 2 проиллюстрирована работа алгоритма для частного двумерного случая функции MF : шаг 1 – поиск максимума функции $MF(F_1)$ в сечении $F_2 = const$, шаг 2 – поиск максимума функции $MF(F_2)$ в сечении $F_1 = const$.



Рис. 2. Иллюстрация работы алгоритма оптимизации по параметру MF

B. Оптимизация по параметру PSL

Для параметра PSL не существует формального аналитического выражения, в этом случае необходимо

применять численные методы поиска экстремума функции. В данном случае был применен алгоритм градиентного спуска. На каждой итерации алгоритма находится численное значение вектора градиента в точке:

$$\nabla PSL = PSL'(F_1) \cdot \vec{F}_1 + \dots + PSL'(F_N) \cdot \vec{F}_N,$$

где $PSL'(F_j) = \frac{PSL(F_j + \Delta F) - PSL(F_j)}{\Delta F}$ – численное значение производной функции PSL по коэффициенту F_j .

Для нахождения значений коэффициентов для следующей итерации вектор градиента вычитается из вектора коэффициентов с некоторым весовым коэффициентом λ :

$$\vec{F}^i = \vec{F}^{i-1} - \lambda \cdot \nabla PSL.$$

Коэффициент λ может быть фиксированным или меняться на каждой итерации. Если среднее отклонение между заданным количеством последних приближений меньше определенного значения, алгоритм заканчивает работу и значения коэффициентов сохраняются.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ

Для проверки работы алгоритмов оптимизации был выбран класс модифицированных последовательностей Лежандра [4]. n -й член последовательности определяется как символ Лежандра и может быть вычислен по формуле Эйлера:

$$\left(\frac{n}{P} \right) = n^{\frac{p-1}{2}} \pmod{P},$$

где P – длина последовательности (обязательно простое число).

Модификация заключалась в циклическом сдвиге последовательности до получения минимального значения PSL . Из найденных и проверенных нами последовательностей класс модифицированных последовательностей Лежандра обладает наилучшими параметрами АКФ.

Алгоритмы были проверены на последовательностях с длинами 31, 307, 463, 1499 и 2027.

A. Результат оптимизации по параметру MF

На рис. 3 показан результат свертки последовательности Лежандра длиной 31 с найденными коэффициентами фильтра порядка 31. На этом же рисунке тонкой точечной линией показан результат согласованной свертки.

До оптимизации АКФ последовательности имела уровень $MF = 4,665$, $PSL = 4$, в ходе оптимизации удалось добиться улучшения параметра MF до уровня 6,236 и некоторого ухудшения параметра PSL до уровня 4,66.

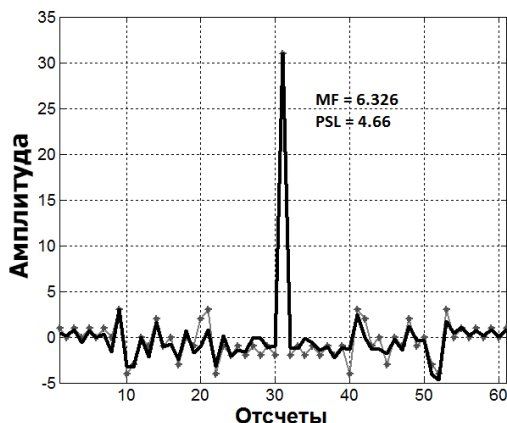


Рис. 3. Результат оптимизации по параметру MF

На рис. 4 приведена зависимость оптимизированного мерит-фактора от порядка фильтра, а также сопутствующее изменение уровня максимального бокового лепестка.

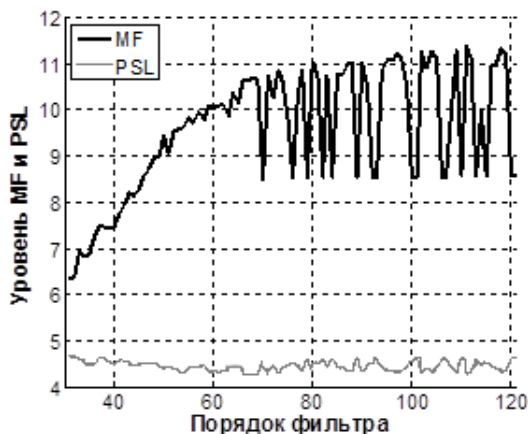


Рис. 4. Зависимость уровней MF и PSL от порядка оптимизируемого фильтра

Из рисунка видно, что начиная с некоторого значения не происходит существенного улучшения оптимизируемого параметра, и можно сделать вывод, что нет смысла использовать фильтр с порядком, превышающим длину последовательности более чем в два раза. Это также справедливо для более длинных последовательностей, что было проверено для всех исследуемых бинарных кодов.

Еще один немаловажный показатель – сходимость алгоритма. На рис. 5 показана зависимость параметра MF от номера итерации работы алгоритма, а также сопутствующие изменения уровня PSL в двух случаях:

при порядке фильтра равном длине последовательности и при порядке, превышающем ее в два раза.

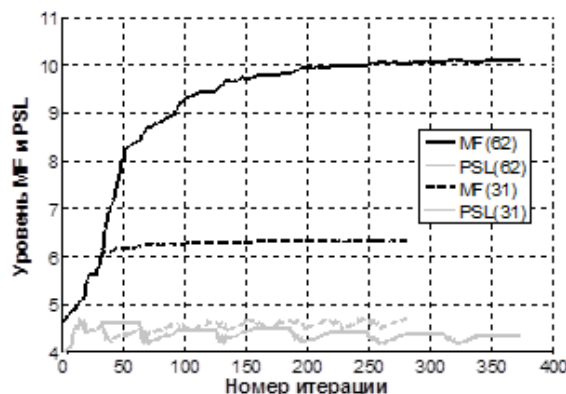


Рис. 5. Сходимость параметра MF

При порядке фильтра 31 параметр MF сходится к значению 6,3 при $PSL = 4,66$ за 279 итераций (под одной итерацией подразумевается одно изменение коэффициента фильтра). При порядке фильтра 62 параметр MF сходится к значению 10,1 при $PSL = 4,34$ за 372 итерации.

Из приведенных зависимостей можно сделать вывод, что при незначительном изменении параметра MF параметр PSL может претерпевать существенные изменения, поэтому разумно выбирать тот набор коэффициентов, для которого при том же или достаточно близком значении MF уровень PSL имеет минимальное значение. Более наглядно это видно на графике сходимости параметра MF для последовательности длиной 307 (рис. 6).

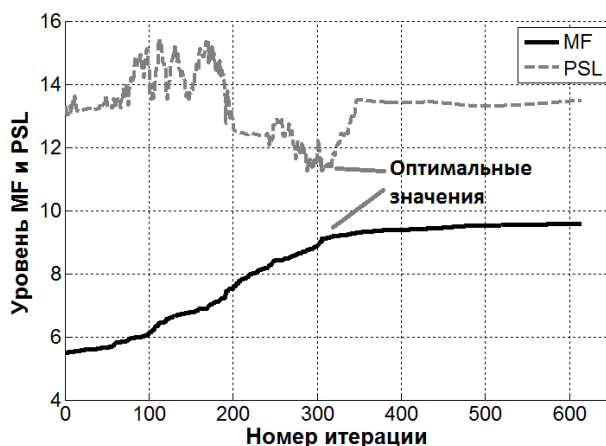


Рис. 6. Сходимость параметра MF для последовательности длиной 307

В табл. 1 сведены результаты работы алгоритма для всех исследуемых последовательностей, приведены получившиеся значения параметра MF в случае согласованной свертки (начальное значение) и в случаях оптимизации при порядке фильтра равном длине

последовательности и превышающем ее в два раза, а также сопутствующие значения уровня *PSL*.

Таблица 2

Таблица 1

Оптимизация по параметру *MF*

Длина	<i>MF</i>			<i>PSL</i>		
	Нач.	N	2N	Нач.	N	2N
31	4,67	6,33	10,1	4	4,66	4,3
307	5,48	9,11	12,1	13	11,26	11,3
463	5,95	10,5	16,91	16	15,36	14,5
1499	5,91	9,98	17,96	31	30,23	27,4
2027	5,95	10,3	16,47	36	35,59	35

В. Результат оптимизации по параметру *PSL*

На рис. 7 представлена зависимость значения уровня *PSL* от номера итерации работы алгоритма оптимизации для последовательности длиной 307 и таким же порядком фильтра. В результате оптимизации удалось добиться улучшения уровня максимального бокового лепестка от значения 13 до значения 7,12 при сопутствующем изменении мерит-фактора с 5,479 до 6,615 за 1157 итераций (в данном случае одной итерацией является одновременное изменение всех коэффициентов фильтра).

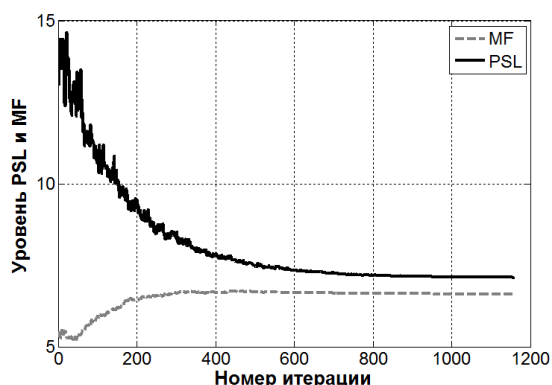


Рис. 7. Сходимость параметра *PSL*

Характер сопутствующего изменения параметра *MF* отличается от изменения параметра *PSL* при оптимизации по значению мерит-фактора: из рис. 7 видно, что при сходимости уровня максимального бокового лепестка к некоторому значению параметр *MF* также сходится, а не изменяется скачкообразно.

Как и в случае оптимизации по уровню мерит-фактора, справедливо утверждение о бессмысленности увеличения порядка фильтра более чем в два раза от длины последовательности, т.к. при превышении этого значения не происходит значимого изменения оптимизируемого параметра.

В табл. 2 сведены результаты работы алгоритма для всех исследуемых последовательностей. Группировка данных аналогична табл. 1.

Оптимизация по параметру *PSL*

Длина	<i>PSL</i>			<i>MF</i>		
	Нач.	N	2N	Нач.	N	2N
31	4	2,59	1,85	4,67	4,07	5,32
307	13	7,12	6,74	5,48	6,62	7,44
463	16	8,87	8,08	5,95	7,53	9,16
1499	31	18,9	17,51	5,91	6,69	7,16
2027	36	22,94	20,64	5,95	6,58	7,16

С. Отношение сигнал/шум

Для всех полученных фильтров было также найдено ухудшение в отношении сигнала к шуму относительно согласованного фильтра. Для фильтров коротких последовательностей ухудшение составляет в среднем 5 дБ при оптимизации по параметру *MF* и 4,5 дБ при оптимизации по параметру *PSL*. Фильтры для более длинных последовательностей в меньшей степени страдают от ухудшения этого параметра, и для них в среднем получаются значения, соответственно, 3 и 2,5 дБ.

V. Выводы

В работе были разработаны и проверены два алгоритма поиска импульсной характеристики оптимального КИХ-фильтра свертки бинарной последовательности. Полученные фильтры обеспечивают уменьшение уровня боковых лепестков в среднем на 5-6 дБ при потере в отношении сигнал/шум на 3-5 дБ. При этом фильтры не требуют существенного усложнения архитектуры и слабо чувствительны к разрядности коэффициентов (байтовая разрядность дает характеристики максимально приближенные к теоретическим).

Дальнейшие исследования будут направлены на разработку алгоритма обработки входного сигнала с целью компенсации возможных искажений: линейные искажения, связанные с неравномерностью и ограниченностью полосы аналогового каскада, нелинейные искажения, доплеровское смещение частоты.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] URL: <http://www.eng.buffalo.edu/courses/ee617/FamSarkarPatent.pdf> (дата обращения: 13.02.2014).
- [2] URL: <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2008/078.pdf> (дата обращения: 13.02.2014).
- [3] Levanov N. Cross-correlation of long binary signals with longer mismatched filters // IEE Proc.-Radar Sonar Navig. 2005. V. 152. №12. P. 377-382.
- [4] Borwein P., Choi K.-K. S., Jedwab J. Binary sequences with merit factor greater than 6.34 // IEEE Transaction on Information Theory. 2004. V. 50. №12. P. 3234-324.
- [5] Бритов А., Козелков С., Макеенок А., Подгурский А. Уменьшение уровня боковых лепестков сложных сигналов // Системы управления, навигации и связи. 2010. №1. С. 40-44.