

# Фазовая нелинейная макромодель для анализа автогенераторных схем

М.М. Гурарий, С.Г. Русаков, С.Л. Ульянов

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, [gourary@ippm.ru](mailto:gourary@ippm.ru)

**Аннотация** — Предлагается новый подход для построения фазовой макромодели произвольного автогенератора. На основе подхода получены условие устойчивости синхронизированного автогенератора, общее выражение для его фазового шума, а также выведено выражение для расчета спектра генератора в режиме биений.

**Ключевые слова** — автогенератор, режим биений, синхронизация, схемотехническое моделирование, фазовая макромодель, фазовый шум.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Автогенератор - один из важнейших блоков современных радиоустройств, обеспечивающий в первую очередь формирование несущей частоты для передачи радиосигнала. Современные средства связи, как правило, базируются на цифровой передаче данных, которая использует различные методы фазовой модуляции. Поэтому важно обеспечить минимальную подверженность генерируемого сигнала фазовым возмущениям, анализ которых требует многократного моделирования. Применение для этой цели стандартных средств схемотехнического моделирования часто требует очень высоких вычислительных затрат. Основным способом снижения затрат стало использование фазовых макромодели автогенераторных схем.

Первой и наиболее известной формой макромодели является модель Адлера [1] в виде дифференциального уравнения первого порядка относительно фазы

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_0 - \omega_{inj} - \frac{\omega_{inj}}{2Q} \frac{V_{inj}}{V_{osc}} \sin(\theta), \quad (1)$$

где  $\theta(t)$  - медленно меняющаяся фаза генератора,  $\omega_0$  - собственная частота колебаний,  $Q$  - добротность LC контура,  $V_{inj}$ ,  $V_{osc}$  - амплитуды возбуждения и напряжения на емкости контура. Однако эта модель справедлива лишь для слабо-нелинейных LC генераторов при синусоидальном возбуждении, что существенно ограничивает применимость таких подходов.

Поведение произвольного генератора при любой форме возбуждения описывается нелинейной фазовой макромоделью [2] на основе теории Флоке. Но применение этой макромодели осложняется появлением в решении фиктивной высокочастотной составляющей, что препятствует проведению ряда видов анализа.

Целью настоящей работы является разработка новой формы фазовой макромодели произвольного генератора в виде фазового дифференциального уравнения, которое не имеет фиктивной высокочастотной составляющей в решении.

Разработанная макромодель позволила получить решение таких задач как оценка устойчивости и фазового шума синхронизированного автогенератора, определение спектра генератора в режиме биений. Эти задачи не могли быть решены в рамках традиционной формы фазовой макромодели.

Данная работа является дальнейшим развитием работ авторов по анализу автогенераторных схем. Предыдущие работы представлены в [3, 4].

## II. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АВТОГЕНЕРАТОРА

Для вывода уравнения макромодели мы используем систему уравнений метода гармонического баланса (ГБ) для генератора [5]

$$R(X) = I(X) + j\omega K \cdot Q(X) = 0. \quad (2)$$

Здесь  $X$ ,  $I$ ,  $Q$  - вектора гармоник узловых потенциалов, токов и зарядов с компонентами  $X_{kl}$ ,  $I_{kl}$ ,  $Q_{kl}$ , ( $k$ ,  $l$  - индексы гармоник и узлов соответственно).  $K$  - блочно-диагональная матрица индексов гармоник:  $K = \text{diag}[\dots, -kI, \dots, I, 0, I, \dots, kI, \dots]$ ,  $I$  - единичная матрица размерности схемы. Система (2) для генератора содержит частоту как дополнительную переменную, поэтому существует бесконечное множество решений системы (2), отличающихся фазовым сдвигом  $\varphi$ . Гармоники токов и зарядов при этом также сдвигаются на величину  $\varphi$ , что соответствует умножению исходных векторов на матрицу сдвига  $\exp(j\varphi K)$ , т.е.

$$X(\phi) = e^{j\phi K} X, I(\phi) = e^{j\phi K} I, Q(\phi) = e^{j\phi K} Q. \quad (3)$$

Для получения малосигнальной системы уравнений ГБ используется матрица Якоби системы (2) вида  $J(\omega) = \partial R(X) / \partial X = G + j\omega K \cdot C$ , где  $G, C$  – блочно-теплицевы матрицы гармоник узловых проводимостей и емкостей. В точке решения ( $\omega = \omega_0$ ) матрица Якоби ( $J(\omega_0) = J_0$ ) вырождена, поэтому существуют ее правый ( $U$ ) и левый ( $V$ ) собственные вектора, соответствующие нулевому собственному значению, т.е. удовлетворяющие условию

$$J_0 \cdot U = V^T \cdot J_0 = 0. \quad (4)$$

Собственные вектора при сдвиге фазы имеют вид

$$U(\phi) = \exp(j\phi K)U, V(\phi) = \exp(-j\phi K)V. \quad (5)$$

Вектор  $V$  является представлением в частотной области вектора проекции возмущений (ВПВ) [2]. Его нормализованное значение удовлетворяет условию  $V^T C U = 1$ , что эквивалентно условию

$$jV^T K Q = 1 / \omega_0. \quad (6)$$

### III. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ МАКРОМОДЕЛИ

Рассмотрим поведение генератора при малом внешнем воздействии периодическим сигналом с частотой  $\omega_0$  и медленно меняющимися амплитудой и фазой. Такой сигнал представляется рядом Фурье со слабо зависящими от времени комплексными амплитудами гармоник  $\tilde{B}_{kl}(t)$

$$b(t) = \tilde{B}(t) \exp(j\omega_0 K t) = \sum_{k,l} \tilde{B}_{kl}(t) \exp(j\omega_0 k t). \quad (7)$$

Поведение генератора при таком возбуждении можно представить как решение системы (2) для свободных колебаний с медленным фазовым сдвигом  $\phi(t)$ , дополненное амплитудными отклонениями -  $X(t) = X(\phi(t)) + \Delta X(t)$ , где  $X(\phi)$  определяется выражением (3). Тогда для возбуждения (7) можно записать малосигнальную систему уравнений ГБ, представив  $\Delta\omega$  как отклонение мгновенной частоты  $\omega_{inst}$ , определяемой известным выражением  $\Delta\omega_{inst} = d\phi/dt$

$$J_0(\phi(t)) \cdot \Delta X(t) + jKQ \cdot d\phi/dt = b(t). \quad (8)$$

После левого умножения (8) на  $V^T(\phi)$  мы получим выражение, которое с учетом (3-6) преобразуется к фазовому уравнению, независимому от  $\Delta X$ :

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{d\phi}{dt} = W(\tilde{B}(t), \phi(t)), \text{ где } W(\tilde{B}, \phi) = \sum_{k>0} V_k^T \tilde{B}_k e^{-jk\phi}, \quad (9)$$

а  $V_k, B_k$  – вектора  $k$ -й гармоники для всех узлов схемы.

Важным частным случаем применения (9) является возбуждение генератора периодическим сигналом с частотой  $\omega_0 + \Delta\omega$  и гармониками  $B_{kl}$ , который может быть представлен в виде (7) с Фурье-компонентами  $\tilde{B}_{kl}(t) = B_{kl} \exp(jk\Delta\omega \cdot t)$ . Подстановка этого выражения в (9) приводит к уравнению  $d\phi/dt = \omega_0 W(B, \phi(t) - \Delta\omega \cdot t)$ , которое после замены переменной  $\theta(t) = \phi(t) - \Delta\omega \cdot t$  преобразуется к виду

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{d\theta}{dt} = W(B, \theta(t)) - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}. \quad (10)$$

В некоторых случаях более удобно представить возбуждение в виде суммы возбуждений (7) с векторами амплитуд  $B^n(t)$  ( $n=1,2,\dots$ ). Тогда фазовая макромодель (8) определяется в виде

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{d\phi}{dt} = \sum_n W(B^n(t), \phi(t)). \quad (11)$$

### IV. УРАВНЕНИЕ МАКРОМОДЕЛИ ПРИ ДРОБНОЙ ЧАСТОТЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Уравнение (9) получено в предположении, что возбуждение определено медленно изменяющимися во времени гармониками собственной частоты автогенератора (7). Рассмотрим теперь автогенератор при возбуждении с гармониками вида  $\tilde{B}(t) \exp(jk\omega_{ex} t)$ , где  $\omega_{ex}$  определяется рациональной дробью от собственной частоты автогенератора, задаваемой взаимно простыми целыми числами  $p, q$

$$\omega_{ex} = (p/q)\omega_0 \text{ или } \omega_{ex}/p = \omega_0/q. \quad (12)$$

Анализ может быть сведен к случаю близких частот, учитывая, что периодический сигнал с периодом  $T$  (частотой  $f = 1/T$ ) и гармониками  $A_i$  можно также рассматривать как сигнал с любым кратным периодом  $T' = mT$  (частотой  $f' = 1/T'$ ) и ненулевыми гармониками:  $A'_{m \cdot i} = A_i$  ( $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). В этом случае вектор  $A'$  содержит  $m-1$  нулей между смежными гармониками вектора  $A$ :

$$A'_{m \cdot i} = [\dots, A_0, 0, \dots, 0, A_1, 0, \dots, 0, A_2, 0, \dots, 0, \dots]. \quad (13)$$

Таким образом, мы можем рассмотреть автогенератор как устройство с собственной частотой  $\omega'_0 = \omega_0/q$ , а возбуждение - как модулированный сигнал вида (7) с той же частотой (см. (12))

$$\omega'_{ex} = \omega_{ex}/p = \omega_0/q = \omega'_0. \quad (14)$$

Тогда гармоники ВПВ и возбуждения в соответствии с (12) имеют вид

$$V'_{il} = \begin{cases} V_{kl} & \text{при } i = p \cdot k \\ 0 & \text{при } i \neq p \cdot k \end{cases} \quad \tilde{B}'_{il} = \begin{cases} \tilde{B}_{kl} & \text{при } i = q \cdot k \\ 0 & \text{при } i \neq q \cdot k \end{cases}, \quad (15)$$

а фазовое уравнение (9) может быть переписано следующим образом:

$$\frac{1}{\omega'_0} \frac{d\phi'}{dt} = W(\tilde{B}'(t), \phi'(t)). \quad (16)$$

Здесь  $\phi'(t)$  - это фаза автогенератора, который рассматривается как источник колебаний с частотой  $\omega'_0$ . Она в  $q$  раз больше чем фаза  $\phi(t)$ , соответствующая исходной частоте  $\omega_0$ :

$$\phi'(t) = q \cdot \phi(t). \quad (17)$$

Легко убедиться, что ненулевые члены выражения для  $W(\tilde{B}, \phi)$  в (9) соответствуют индексам гармоник, кратным  $p \cdot q$ , и могут быть представлены как

$$V'_{p \cdot q \cdot k, l} \tilde{B}'_{p \cdot q \cdot k, l} \exp(-j p q k \phi') = V_{p \cdot k, l} \tilde{B}_{q \cdot k, l} \exp(-j p k \phi). \quad (18)$$

Таким образом, после подстановки (12), (17), (18) в (16) мы получаем фазовое уравнение относительно исходных переменных в следующем виде

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{d\phi}{dt} = W_{pq}(\tilde{B}(t), \phi(t)), \quad (19)$$

где  $W_{pq}$  - индексированный вариант функции (9) вида

$$W_{pq}(\tilde{B}, \phi) = \sum_{k, l} V_{q \cdot k, l} \tilde{B}_{p \cdot k, l} \exp(-j k \phi). \quad (20)$$

Отметим, что (9) можно рассматривать как частный случай (19), (20) при  $p=q=1$ .

Уравнение (19) может быть также применено к автогенератору при чисто периодическом возбуждении с частотой  $\omega = (p/q)\omega_0 + \Delta\omega$ . После преобразований, аналогичных выводу (10), мы получим уравнение относительно фазы  $\theta(t) = p \cdot \phi(t) - q \cdot \Delta\omega \cdot t$

$$\frac{1}{p\omega_0} \frac{d\theta}{dt} = W_{pq}(B, \theta) - \frac{q}{p} \frac{\Delta\omega}{\omega_0}. \quad (21)$$

Обобщение алгебраического уравнения (8) для синхронизированного автогенератора ( $\theta(t) = \theta_0$ ,  $d\theta(t)/dt = 0$ ) получается из (20) в форме

$$W_{pq}(B, \theta) = \frac{q}{p} \frac{\Delta\omega}{\omega_0}. \quad (22)$$

## V. СРАВНЕНИЕ С ИЗВЕСТНЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ

В этом разделе проводится проверка состоятельности предложенной макромодели путем применения ее в тех случаях, для которых имеются известные результаты анализа.

### A. Возбуждение медленным сигналом

При возбуждении автогенератора медленным (близким к постоянному) сигналом в  $l$ -м узле из выражения (7) исключаются высшие гармоники. Выражение (7) принимает вид  $b(t) = \tilde{B}_{0,l}(t)$ , а (9) запишется как

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega_0 V_{0,l} \cdot \tilde{B}_{0,l}(t) \quad \text{или} \quad \phi(t) = \phi(0) + \omega_0 V_{0,l} \int_0^t \tilde{B}_{0,l}(t) dt. \quad (23)$$

Это выражение соответствует традиционному представлению управляемого генератора как идеального интегратора фазы в макромоделях схем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) [6].

### B. Условия синхронизации

Уравнение (10) для генератора с периодическим возбуждением имеет статическое ( $d\theta/dt = 0$ ) решение  $\theta = \theta_0$ , где  $\theta_0$  удовлетворяет алгебраическому уравнению для синхронизированного генератора

$$W(B, \theta_0) = \Delta\omega/\omega_0. \quad (24)$$

Это уравнение было получено другим методом в [7], где из него выведено выражение для диапазона захвата генератора. Аналогичное уравнение получается для общего случая с дробной частотой возбуждения из (22).

### C. Уравнение Адлера

Уравнение Адлера (1) выведено для генератора с синусоидальным возбуждением с частотой  $\omega_{inj}$ , приложенным к одному входному узлу. Для такого случая (10) легко преобразуется к виду

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_0 - \omega_{inj} - \omega_0 |V_{1,l}| |B_{1,l}| \sin(\theta). \quad (25)$$

Это выражение совпадает с (1) при  $A_{inj} = |B_{1,l}|$  и значении  $|V_{1,l}|$ , вычисленном для LC генератора в [8].

## VI. ПРИМЕНЕНИЯ МАКРОМОДЕЛИ

Рассмотрим применение предложенной макромодели для тех случаев, когда анализ не может быть проведен с помощью известных макромоделей.

#### A. Устойчивость фазы синхронизированного генератора

Уравнение (23) для фазы синхронизированного генератора при частоте возбуждения в пределах диапазона захвата имеет более одного решения, так как  $W(B, \theta)$  - это  $2\pi$ -периодическая функция. Существование двух решений иллюстрируется на рис. 1, где кривая  $W(B, \theta)$  дважды пересекается с уровнем относительного отклонения частоты  $\Delta\omega/\omega_0$ .

Для определения того, какое из решений соответствует реальному состоянию генератора, необходим анализ их устойчивости. Для проведения анализа рассмотрим малые отклонения  $\eta(t)$  от статического решения. Тогда после подстановки  $\theta(t) = \theta_0 + \eta(t)$  в (10) и линейризации полученного уравнения находим

$$\frac{d\eta}{dt} = \omega_0 W'(B, \theta_0), \quad \text{где } W' = \frac{dW}{d\theta}. \quad (26)$$

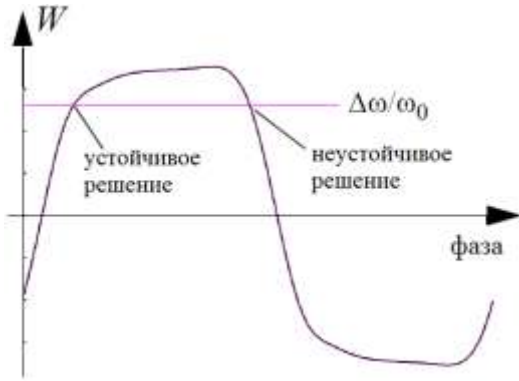


Рис. 1. Устойчивость решений фазового уравнения для 7-каскадного кольцевого генератора синхронизированного импульсным сигналом

Условие устойчивости решения линейного дифференциального уравнения (26) записывается как  $W'(B, \theta) < 0$ , откуда следует, что устойчивое решение находится на падающем участке кривой  $W(B, \theta)$ .

#### B. Шумовой анализ синхронизированного генератора

Для проведения шумового анализа рассмотрим генератор, синхронизированный периодическим сигналом с частотой  $\omega_0$  и вектором гармоник  $B$ , к  $n$ -му узлу которого дополнительно подключено малое синусоидальное возбуждение с частотой  $m\omega_0 + \Delta\omega$  и амплитудой  $B_{mn}^{small}(t)$ . Тогда (11) примет вид

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{d\phi}{dt} = W(B, \phi(t)) + \text{Re}(B_{mn}^{small} \exp j(\Delta\omega \cdot t - m\phi(t))). \quad (27)$$

Решение уравнения (27) можно представить в виде отклонения  $\delta(t)$  от фазы синхронизированного генератора  $\phi_0$ , которая определяется из (12) при

$\Delta\omega = 0$ . После подстановки  $\phi(t) = \phi_0 + \delta(t)$  в (27) и линейризации полученного выражения относительно  $\delta(t)$  имеем

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{d\delta}{dt} = W'(B, \phi_0) \delta(t) + \text{Re}(V_{mn} B_{mn}^{small} \exp j(\Delta\omega \cdot t - m\phi_0)). \quad (28)$$

Линейное дифференциальное уравнение (28) с синусоидальной правой частью имеет решение вида  $\theta(t) = \text{Re}(\Theta \cdot \exp j\Delta\omega t)$ , которое задает передаточную функцию  $H_{mn}^{lock}(\Delta\omega) = \Theta / B_{mn}^{small}$  от сигнала вблизи  $m$ -й гармоники во входном узле  $n$  к фазе синхронизированного генератора. Эта передаточная функция записывается в виде

$$|H_{mn}^{lock}(\Delta\omega)|^2 = \omega_0^2 |V_{mn}|^2 / (\omega_0^2 W'(B, \phi_0)^2 + \Delta\omega^2). \quad (29)$$

Соответствующая передаточная функция свободного генератора определяется заданием нулевого вектора амплитуд синхронизации ( $B=0$ ) в (16), что дает  $|H_{mn}^{free}|^2 = \omega_0^2 |V_{mn}|^2 / \Delta\omega^2$ . Из сравнения этого выражения с (28) мы можем получить

$$|H_{mn}^{lock}|^2 = |H_{mn}^{free}|^2 \frac{\Delta\omega^2}{\omega_p^2 + \Delta\omega^2}, \quad \text{где } \omega_p = \omega_0 W'(B, \phi_0). \quad (30)$$

Отметим, что для синусоидального сигнала синхронизации выражение для  $\omega_p$  из (30) имеет вид  $\omega_p = kA\omega_0 |V_{kl}|$ , где  $A$  - амплитуда сигнала.

Фазовый шум генератора ( $L_\phi$ ) определяется отношением спектральной плотности мощности (СПМ) выходного шума к мощности первой гармоники сигнала [2]. В свою очередь выходная СПМ определяется произведением СПМ источника шума на квадрат передаточной функции. Поэтому фазовый шум синхронизированного генератора связан с фазовым шумом свободного генератора квадратичным соотношением, аналогичным (29)

$$L_\phi^{lock} = L_\phi^{free} \frac{\Delta\omega^2}{\omega_p^2 + \Delta\omega^2}. \quad (31)$$

Такое выражение для фазового шума синхронизированного генератора можно найти в литературе (например, в [9]), но параметр  $\omega_p$  определен лишь для некоторых частных случаев LC-генератора. Полученное выражение (31) позволяет определить  $\omega_p$  для произвольного генератора при произвольной синхронизации.

На рис. 2 представлены результаты шумового моделирования трехкаскадного кольцевого генератора. Рассматривались примеры схем с источниками белого шума и с источниками фликкер-шума. Для каждого

случая приведены кривые фазового шума как для синхронизированного, так и для свободного генератора. Из рис. 2 видно, что использование режима синхронизации существенно снижает фазовый шум в диапазоне малых отклонений частоты.

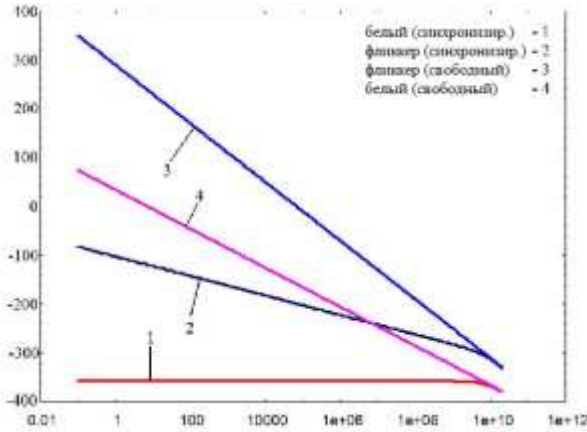


Рис. 2. Фазовый шум свободного и синхронизированного кольцевого генератора для источников белого и фликкер шума

### С. Анализ спектра автогенератора в режиме биений

Режим биений возникает в генераторе при периодическом возбуждении, когда отклонение входной частоты превышает диапазон захвата и уравнение (22) не имеет решения. В общем случае дробной частоты возбуждения сигналы генератора, соответствующие решению (21), представляются как фазово-модулированные колебания вида

$$x(t) = \sum_k X_{kl}(t) \exp(jk(\omega_{fr}t + \theta(t)/p)). \quad (32)$$

Здесь доля  $q/p$  от частоты возбуждения обозначена как  $\omega_{fr} = (q/p) \cdot \omega = \omega_0 + (q/p) \cdot \Delta\omega$ .

Фаза автогенератора  $\theta(t)$  в режиме биений, полученная прямым интегрированием (21), представляется в неявной форме следующим образом

$$t = \int_{\theta(0)}^{\theta(t)} \frac{d\theta}{p\omega_0 \cdot W_{pq}(B, \theta) - q\Delta\omega}. \quad (33)$$

Из  $2\pi$ -периодичности функции  $W_{pq}(B, \theta)$  следует, что (33) определяет функцию  $\theta(t)$ , удовлетворяющую условию  $\theta(t + T_b) = \theta(t) + 2\pi$ , где период биений

$$T_b = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{p\omega_0 \cdot W_{pq}(B, \theta) - q\Delta\omega}. \quad (34)$$

Период модуляции сигнала (34) определен периодом члена  $\exp(jk\theta(t)/p)$ , который равен  $pT_b$  в соответствии с (29). Таким образом, колебания автогенератора в режиме биений соответствуют

двухтоновым сигналам с основными частотами  $\omega_{fr}$  (несущая), и  $\omega_b/p$ . Здесь  $\omega_b = 2\pi/T_b$  - частота биений. Следовательно, спектр автогенератора в этом режиме содержит комбинационные гармоники вида  $m\omega_{fr} + n\omega_b/p$  с целыми  $m, n$ . Амплитуды гармоник могут быть определены двумерным преобразованием Фурье

$$X_l \left( m\omega_{fr} + \frac{n\omega_b}{p} \right) = \frac{1}{pT_b T} \int_0^T \int_0^T \hat{x}_l(t_1, t_2) \exp \left( -j \left( m\omega_{fr} t_1 + \frac{n\omega_b}{p} t_2 \right) \right) dt_1 dt_2, \quad (35)$$

где  $T = 2\pi/\omega_{fr}$ , а  $\hat{x}_l(t_1, t_2)$  - бивариантная форма [10], дающая представление (21) как  $\hat{x}_l(t) = \hat{x}_l(t, t)$ , где  $\hat{x}_l(t_1, t_2) = \sum_k X_{kl} \exp(jk(\omega_{fr}t_1 + \theta(t_2)/p))$ .

После подстановки (32) в (35) и необходимых преобразований двойного интеграла мы получаем окончательный результат в более простом виде

$$\hat{X}_l \left( m\omega_{fr} + \frac{n\omega_b}{p} \right) = \frac{X_{ml}}{T_b} \int_0^{T_b} \exp(jm \frac{\theta(t - \omega_b t)}{p} - k\omega_b t) dt. \quad (36)$$

Интеграл в (36) вычисляет  $k$ -ю гармонику  $T_b$  - периодической функции:  $\exp(jm(\theta(t) - \omega_b t)/p)$ .

Ниже приводится пример расчета спектра для схемы, содержащей 3-каскадный КМОП кольцевой генератор и буфер из двух КМОП инверторов (рис. 3). Блоки взаимодействуют через индуктивность шины питания  $L=1\text{мкГн}$ . Таким образом, возбуждение от буфера  $b(t) = L \cdot di_{\text{буф}}(t)/dt$  приложено к узлу питания автогенератора. Собственная частота автогенератора  $f_0=264\text{МГц}$ . При этом ток питания автогенератора имеет утроенную частоту  $3f_0=792\text{МГц}$ , так как он является суммой токов трех инверторов сдвинутых относительно друг друга на  $1/3$  периода. Можно показать, что такую же частоту имеет ВПВ автогенератора в узле питания. На вход буфера подается последовательность импульсов с амплитудой  $5\text{В}$  и частотой  $f_{\text{ex}} \approx (p/q)f_0 = 3/2f_0 = 396\text{МГц}$ .

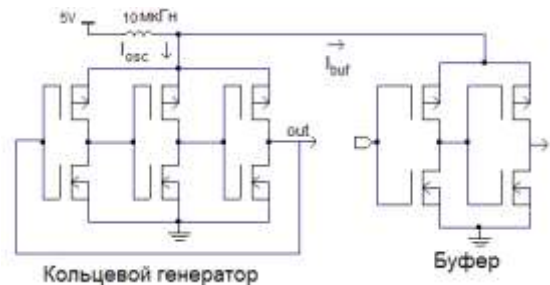


Рис. 3. Кольцевой генератор, электрически связанный с буфером через общую индуктивность шины питания

Спектр сигнала в выходном узле автогенератора, полученный из (36) для  $m = 1$ , представлен на рис. 4 для частоты входных импульсов на 0,3кГц ниже границы диапазона захвата.

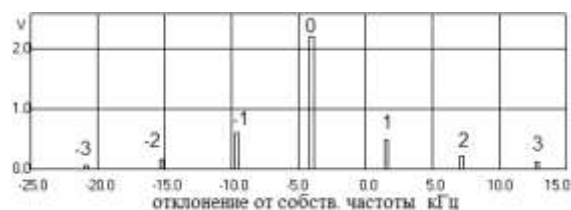


Рис. 4. Спектр выходного сигнала для входной частоты 0,3кГц от границы диапазона захвата

Зависимость амплитуд выходных гармоник для каждого индекса гармоники от отклонения частоты входных импульсов можно видеть на рис. 5.



Рис. 5. Зависимости амплитуд выходных гармоник от частоты входных импульсов

## VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена новая форма фазовой нелинейной макромоделю автогенератора в виде дифференциального уравнения первого порядка. В отличие от известной модели Адлера предложенная макромоделю применима к произвольной генераторной схеме. По сравнению с нелинейной фазовой макромоделю на основе теории Флоке предложенная макромоделю не содержит в решении фиктивной высокочастотной составляющей, что существенно расширяет возможности анализа генераторных схем.

Состоятельность предложенной макромоделю подтверждена путем применения ее в тех случаях, для которых имеются известные результаты анализа.

С применением предложенной макромоделю снимаются ограничения известных подходов при решении задач оценки устойчивости и расчета фазового шума синхронизированного автогенератора и для определения спектра генератора в режиме биений.

Полученные результаты распространяются на генераторы произвольного типа и не могут быть найдены на основе известных макромоделей.

Предложенный подход может быть легко внедрен в современные системы автоматизации проектирования интегральных схем и использован для ускоренного моделирования автогенераторов.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Adler R. A study of locking phenomena in oscillators // Proc. of the IRE and Waves and Electrons. 1946. V. 34. P. 351-357.
- [2] Demir A., Mehrotra A. and Roychowdhury J. Phase Noise in Oscillators: A Unifying Theory and Numerical Methods for Characterization // IEEE Trans. on Circuits and Systems – I. 2000. V. 47. № 5. P. 655-674.
- [3] Гурарий М.М., Жаров М.М., Ульянов С.Л. Вычислительный метод расчета фазового шума в автогенераторах // IV Всероссийская научно-техническая конференция «Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем – 2010». Сб. трудов / под общ. ред. академика РАН А.Л. Стемповского. М.: ИППМ РАН, 2010. С. 96-101.
- [4] Гурарий М.М., Русаков С.Г., Ульянов С.Л. Разработка методов анализа режима взаимной синхронизации автогенераторов в интегральных схемах // IV Всероссийская научно-техническая конференция «Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем – 2010». Сб. трудов / под общ. ред. академика РАН А.Л. Стемповского. М.: ИППМ РАН, 2010. С. 138-143.
- [5] Kundert K.S., White J., Sangiovanni-Vincentelli A. Steady-State Methods for Simulating Analog and Microwave Circuits. Kluwer Academic Publishers, Boston. 1990.
- [6] Demir A. Computing Timing Jitter From Phase Noise Spectra for Oscillators and Phase-Locked Loops With White and 1/f Noise // IEEE Tras. on Circuits and Systems – I. 2006. V. 53. № 9. P. 1869-1884.
- [7] Gourary M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L., Zharov M.M., Mulvaney B.J., Gullapalli K.K. Analysis of Oscillator Injection Locking by Harmonic Balance Method // Design, Automation and Test in Europe Conf. 2008. P. 318-323.
- [8] Lai X. and Roychowdhury J. Fast and Accurate Simulation of Coupled Oscillators Using Nonlinear Phase Macromodels // MTT-S Int. Microwave Symp. Digest. 2005. P. 871-874.
- [9] Verma S., Rategh H., Lee T. A Unified Model for Injection-Locked Frequency Dividers // IEEE J. of Solid-State Circuits. 2003. V. 38. № 6. P. 1015-1027.
- [10] Narayan O., Roychowdhury J. Analysing Oscillators Using Multitime PDEs // IEEE Trans. Circ. Syst. – I. 2003. V. 50. № 7. P. 894- 903.