УДК 681.3.02

Математическая модель отладки проектов сложных цифровых схем и микросистем на основе представления последних в виде семейства стационарных динамических систем

А.Д. Иванников, А.Л. Стемпковский

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН (ИППМ РАН), ADI@ippm.ru

***Аннотация* — Для проектов сложных цифровых схем и микросистем (цифровых систем), задаваемых схемой соединения блоков и программно-микропрограммным обеспечением, предлагается использовать математическую модель в виде семейства стационарных динамических систем. В связи с тем, что подача входных сигналов на цифровую систему в ряде случаев зависит от выходных сигналов готовности, вводятся понятие входных и выходных взаимодействий. Указанные взаимодействия представляют собой последовательности событий, каждое из которых является изменением входных и выходных переменных с одного значения на другое в конкретный момент времени. Задача отладки проекта цифровой системы формулируется в терминах сравнения семейства стационарных динамических систем, описывающего требуемое внешнее поведение сложной цифровой схемы или микросистемы (цифровой системы), и семейства систем, определяемых структурой проектируемой цифровой системы.**

***Ключевые слова* — проектирование сложных цифровых схем и микросистем, отладка проекта, моделирование цифровых систем, стационарные динамические системы как модель цифровых систем, формализация отладки проекта методом моделирования**

I. Введение

Для современных сложных цифровых схем и микросистем (цифровых систем) систем характерно следующее.

1. Работа в реальном времени. Существенными являются не только логические значения входных и выходных сигналов, но и моменты времени их появления.
2. Наличие определенных протоколов обмена информацией с внешней средой. Моменты времени подачи входных сигналов на цифровую систему в ряде случаев, например, когда это сигналы квитирования, зависят от моментов появления выходных сигналов цифровой системы.
3. Для связи с внешней средой, так же как и для связи между блоками системы, используются шины, то есть наборы линий, по которым одновременно передается однородная информация (адреса, данные). В этом случае шину удобно рассматривать как один сигнал с конечным множеством значений. Использование многозначных логических сигналов позволяет также учесть состояние шин и линий с высоким выходным сопротивлением.
4. В современных цифровых системах используются двунаправленные шины и линии. В зависимости от внутреннего состояния блока одни и те же выводы могут являться как входными, так и выходными.
5. Цифровые системы, кроме технических средств, включают также программное обеспечение, с помощью которого осуществляется основная настройка на выполнение тех или иных функций. В цифровых системах наблюдается сильная зависимость работы программного обеспечения и технических средств друг от друга.

При автоматизированном проектировании сложных цифровых схем и микросистем (цифровых систем) на этапе проверки и отладки созданных проектов используются модели с различной степенью детализации [1, 2]. При моделировании на уровне логических сигналов и регистровых передач в качестве математической модели цифровых систем наиболее часто используется представление цифровых блоков и вычислительных устройств в целом в виде конечного автомата или автоматов. Такое представление не позволяет достаточно точно описать функционирование цифровых систем с учетом их особенностей. Существенность не только логических значений сигналов и последовательности их появления, но также промежутков времени между появлением выходных сигналов и между входными и выходными сигналами, делает наиболее адекватной моделью спроектированной сложной цифровой схемы или микросистемы (цифровой системы), заданной принципиальной схемой технических средств и текстом программного обеспечения, семейство стационарных динамических систем с конечными множествами входных, выходных и внутренних состояний. Динамические системы семейства различаются моментами времени появления выходных сигналов в допустимых пределах в связи с разбросом задержек компонентов цифровой системы. Исследуем это представление более подробно.

II. Представление проекта

Структурно спроектированная цифровая система задается в виде принципиальной схемы *Cx* технических средств и текста программного или микропрограммного обеспечения *П*, то есть в виде пары (*Cx, П*). В свою очередь, схема технических средств описывается как:

$Cx = (\mathbf{И}, \mathbf{У}, \mathbf{P}, \{\mathbf{Z}p | p \in \mathbf{P}\}, \xi\}$, (1)

где **И** – конечный комплект цифровых блоков;

У – конечное множество узлов принципиальной схемы;

P – множество переменных в терминальных узлах (шинах и линиях) схемы, $\mathbf{P} \in \mathbf{У}$;

$\mathbf{Z}p$ – конечное множество значений переменной p.

Причем $\mathbf{Z}\,p = \mathbf{Z}_p^* \times DIR_p$, где $\mathbf{Z}_p^*$ - множество логических значений, DIR_p - множество направлений передачи сигнала. Для входных шин и линий $DIR_p = \{1\}$, для выходных $DIR_p = \{0\}$, для двунаправленных $DIR_p = \{0{,}1\}$;

ξ - отображение множества выводов цифровых блоков во множество узлов.

В (1) для всех переменных p, описывающих шины из нескольких линий, под узлом y понимается соединение нескольких шин с одинаковым количеством линий, что физически соответствует количеству узлов, равному количеству линий в шинах.

Программное обеспечение описывается как:

$П = (\mathbf{Я}, \{z_я | я \in \mathbf{Я}\})$,

где **Я** – конечное множество ячеек памяти, хранящих программу или микропрограмму;

$z_я$- состояние ячейки памяти *я*.

Таким образом, структурно спроектированную цифровую систему в целом можно представить как

$$(Cx, П) = (\mathbf{И}, \mathbf{У}, \mathbf{P}, \{\mathbf{Z}_p | p \in \mathbf{P}\}, \xi, \mathbf{Я}, \{z_я | я \in \mathbf{Я}\}. \quad (2)$$

III. Семейство стационарных динамических систем как модель внешнего поведения цифровой системы

Для внешнего поведения спроектированной сложной цифровой схемы или микросистемы (цифровой системы), требования к которой определяются техническим заданием, адекватной моделью является семейство стационарных динамических систем.

Будем использовать приведенное в [3, 4] определение динамической системы в виде $\mathbf{\Sigma}=(\mathbf{T},\mathbf{X},\mathbf{U},\mathbf{\Omega},\mathbf{Y},\mathbf{\Gamma},\varphi,\eta)$, где **T** – множество моментов времени, в общем случае действительная полуось $\{t | t \geq 0\}$; **X** – множество внутренних состояний; **U** – множество мгновенных значений входных воздействий, называемое также множеством входных состояний; $\mathbf{\Omega}$ - множество отображений $\omega:\mathbf{T}\to\mathbf{U}$ – допустимых входных воздействий; **Y** – множество мгновенных значений выходных воздействий, называемое также множеством выходных состояний; $\mathbf{\Gamma}$ - множество отображений $\gamma:\mathbf{T}\to\mathbf{Y}$ – возможных выходных воздействий; $\varphi:\mathbf{T}\times\mathbf{T}\times\mathbf{X}\times\mathbf{\Omega}\to\mathbf{X}$ – переходная функция состояния, значениями которой служат внутренние состояния $x(t)=\varphi(t,\tau,x,\omega)$, $x(t)\in\mathbf{X}$, в которых оказывается система в момент времени t, $t\in\mathbf{T}$, если в начальный момент времени τ, $\tau\in\mathbf{T}$, она была в начальном состоянии $x(\tau)\in\mathbf{X}$ и если на нее действовало входное воздействие $\omega\in\mathbf{\Omega}$; $\eta:\mathbf{T}\times\mathbf{X}\to\mathbf{Y}$ – выходное отображение, определяющее выходные воздействия $y(t)=\eta(t,x(t))$.

Динамическая система является стационарной, если ее реакция на заданный отрезок входного воздействия при условии, что система находится в заданном внутреннем состоянии, не зависит от начального момента времени [3]. В частности, переходная функция принимает вид $\varphi:\mathbf{T}\times\mathbf{X}\times\mathbf{\Omega}\to\mathbf{X}$, ее значениями служат состояния $x(t)=\varphi(t,x,\omega)$, где x – состояние системы в момент t=0, выходное отображение $\eta:\mathbf{X}\to\mathbf{Y}$ не зависит от времени.

В приведенном определении динамической системы каждому внутреннему состоянию x однозначно соответствует мгновенное значение выходного воздействия y. Более удобным для нас является использование выходного отображения в виде $\eta:\mathbf{X}\to\mathbf{Y}$, предложенное в [5]. Такой вид выходного отображения не искажает приведенного выше определения стационарной динамической системы и позволяет получить в качестве частного случая последней конечный автомат Мили.

В нашем случае семейство стационарных динамических систем включает следующее [6].

1. Конечное множество терминальных переменных **P**, описывающих внешние линии и шины цифровой системы. Переменная $p\in\mathbf{P}$ всегда имеет одно из значений конечного множества $\mathbf{Z}_p$, причем $\mathbf{Z}_p = \mathbf{Z}_p^* \times \mathrm{DIR}_p$, где $\mathbf{Z}_p^*$ – множество логических значений переменной p, DIR_p - множество направлений передачи сигнала. В множестве **P** можно выделить три непересекающихся подмножества: $\mathbf{P}' = \{p | DIR_p = \{1\}\}$; $\mathbf{P}'' = \{p | DIR_p = \{0\}\}$; $\mathbf{P}''' = \{p | DIR_p = \{0{,}1\}\}$, причем $\mathbf{P} = \mathbf{P}' \cup \mathbf{P}'' \cup \mathbf{P}'''$. Терминальные переменные подмножеств $\mathbf{P}'$, $\mathbf{P}''$, $\mathbf{P}'''$ описывают входные, выходные и двунаправленные шины и линии цифровой системы, соответственно; направление передачи dir_p=1 указывает на входной, а dir_p= 0 – на выходной сигнал. Состояние шины или линии p с высоким выходным сопротивлением представляется значением из множества $\mathbf{Z}_p^*$ при dir_p = 0. Множество мгновенных значений терминальных переменных, то есть внешних состояний цифровой системы, есть $\mathbf{Q} = \prod_{p\in\mathbf{P}} \mathbf{Z}_p$.
2. Множество моментов времени $\mathbf{T} = \{t | t \geq 0\}$.
3. Множество $\mathbf{\Psi}$ допустимых взаимодействий с внешней средой, каждое из которых есть отображение $\psi : [0,t)\to\mathbf{Q}$, $t\in\mathbf{T}$. Каждое ψ может быть представлено как конечное множество отображений ψ_p: $[0,t)\to \mathbf{Z}_p$, $p\in\mathbf{P}$, $t\in\mathbf{T}$.

IV. Математические модели допустимых взаимодействий

Рассмотрим подробнее задание допустимых взаимодействий $\psi : [0,t)\to\mathbf{Q}$. Событием по переменной p назовем изменение переменной p со значения $z_1\in\mathbf{Z}_p$ на значение $z_2\in\mathbf{Z}_p$ в момент времени t. Обозначим такое событие χ^{t}_{p,z_1,z_2}.

В цифровых системах для каждого конечного временного интервала количество событий по терминальным переменным, то есть количество изменений их значений, конечно. В связи с этим любое допустимое взаимодействие $\psi\in\mathbf{\Psi}$ может быть представлено в виде вектора $(z^{н}_{p_1,\dots,}z^{н}_{p_k})$ начальных значений переменных p_1 ,…, p_k (k – мощность множества $\mathbf{P}$) в момент времени t=0 и последовательности событий по переменным множества $\mathbf{P}$ с конечным числом событий за любой конечный интервал времени:

$$\psi = (z^{н}_{p_1,\dots,}z^{н}_{p_k}),\ \chi^{t_1}_{p_{i_1},z_{j_1},z_{j_2}},\ \chi^{t_2}_{p_{i_2},z_{j_3},z_{j_4}},\ \dots, \quad (3)$$

где $t_1\le t_2 \le \dots$ - упорядоченная последовательность времен событий;

$p_{i_1}, p_{i_2}, \dots$ переменные, принадлежащие множеству $\mathbf{P}$;

$z_{j_1}, z_{j_3}, \dots$ - значения переменных непосредственно перед событием;

$z_{j_2}, z_{j_4}, \dots$ - значения переменных непосредственно после события,

причем при выделении из (3) начального значения любой терминальной переменной p_i и подпоследовательности событий по этой переменной получаем отображение $\psi_{p_i}:[0,t)\to\mathbf{Z}_{p_i}$, которое имеет вид:

$$\psi_{p_i} = (z^{н}_{p_i}),\ \chi^{\tau_1}_{p_i,z_1,z_2},\ \chi^{\tau_2}_{p_i,z_2,z_3},\ \chi^{\tau_3}_{p_i,z_3,z_4} \dots,$$

где $z^{н}_{p_i})$ – начальные значения переменной p_i;

$\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \dots$ – упорядоченная последовательность времен событий по данной переменной;

$z_1, z_2, z_3, \dots$ – значения переменной p_i из множества $\mathbf{Z}_{p_i}$.

Представим последовательность (3) в виде двух подпоследовательностей:

1) последовательности входных для цифровой системы событий – входного воздействия:

$$\omega = (z^{н}_{p_1,\dots,}z^{н}_{p_n}),\ \chi'^{t_1}_{p_{i_1},z_{j_1},z_{j_2}},\ \chi'^{t_2}_{p_{i_2},z_{j_3},z_{j_4}},\ \dots, \quad (4)$$

где $z^{н}_{p_1,\dots,}z^{н}_{p_n}$ - начальные значения переменных множества $\mathbf{P}' \cup \mathbf{P}'''$. Причем для переменных множества $\mathbf{P}'''$ логические значения задаются только в том случае, если в начальный момент времени у них dir_p =1; в противном случае для них достаточно задания направления передачи dir_p =0;

n – количество переменных множества $\mathbf{P}' \cup \mathbf{P}'''$;

$\chi'^{t_1}_{p_{i_1},z_{j_1},z_{j_2}}, \chi'^{t_2}_{p_{i_2},z_{j_3},z_{j_4}}, \dots$, - события по переменным множества $\mathbf{P}'$, а также события по переменным множества $\mathbf{P}'''$, для которых начальное, конечное или оба значения в событии имеет dir_p =1;

$t_1 \le t_2 \le \dots$ - упорядоченная последовательность времен входных событий;

2) последовательности выходных событий – выходного воздействия:

$$\gamma = (z^{н}_{p_1,\dots,}z^{н}_{p_m}),\ \chi''^{t_1}_{p_{i_1},z_{j_1},z_{j_2}},\ \chi''^{t_2}_{p_{i_2},z_{j_3},z_{j_4}},\ \dots, \quad (5)$$

где $z^{н}_{p_1,\dots,}z^{н}_{p_m}$ - начальные значения переменных множества $\mathbf{P}''\cup\mathbf{P}'''$. Причем для переменных множества $\mathbf{P}'''$ логические значения задаются только в том случае, если в начальный момент времени у них dir_p =0; в противном случае для них достаточно задания направления передачи dir_p =1;

m - количество переменных множества $\mathbf{P}''\cup\mathbf{P}'''$;

$\chi''^{t_1}_{p_{i_1},z_{j_1},z_{j_2}}, \chi''^{t_2}_{p_{i_2},z_{j_3},z_{j_4}}, \chi''^{t_3}_{p_{i_3},z_{j_5},z_{j_6}}, \dots$ - события по переменным множества $\mathbf{P}''$, а также события по переменным множества $\mathbf{P}'''$, для которых начальное, конечное или оба значения в событии имеют dir_p =0;

$t_1\le t_2\le t_3\le \dots$ - упорядоченная последовательность времен выходных событий.

Полученные входное ω и выходное γ воздействия могут содержать одинаковые события $\chi^{t}_{p_i,z_{j_1},z_{j_2}}$ по переменным множества $\mathbf{P}'''$, если одно из значений z_{j_1}, z_{j_2} имеет dir_p =1, а другое dir_p=0.

Входное воздействие есть ω:[0,t)→$\mathbf{U}$, $t\in\mathbf{T}$, $\mathbf{U}=(\prod_{p\in\mathbf{P}'}\mathbf{Z}_p)\times(\prod_{p\in\mathbf{P}'''}((\mathbf{Z}^*_p\times\{1\})\cup\{0\}))$; $\mathbf{U}$ – множество мгновенных значений входных воздействий, называемое также множеством входных состояний; состояние переменной $p\in\mathbf{P}'''$, равное 0, указывает на передачу сигнала на выход и не определяет логического значения переменной.

Выходное воздействие есть γ:[0,t)→$\mathbf{Y}$, $t\in\mathbf{T}$, $\mathbf{Y}=(\prod_{p\in\mathbf{P}''}\mathbf{Z}_p)\times(\prod_{p\in\mathbf{P}'''}((\mathbf{Z}^*_p\times\{0\})\cup\{1\}))$; $\mathbf{Y}$ – множество мгновенных значений выходных воздействий, называемое также множеством выходных состояний; состояние переменной $p\in\mathbf{P}$, равное 1, указывает на передачу сигнала на вход и не определяет логического значения переменной.

Часто моменты подачи входных сигналов на цифровую систему определяются готовностью системы принять эти сигналы, на что указывают определенные выходные сигналы системы. Выполнение какой-либо операции, например, считывания данных цифровой системой, может инициироваться не сигналами внешней среды, а самой системой. В связи с этим использование в качестве аргументов функционирования цифровой системы входных воздействий не всегда удобно.

Выделим из последовательности событий (3) взаимодействия ψ - последовательность выходных событий, которые по заданному протоколу обмена обуславливают моменты времени входных событий. Назовем переменные, по которым происходят эти выходные события, переменными управления обменом $\mathbf{P}^o$, $\mathbf{P}^o\subset\mathbf{P}''\cup\mathbf{P}'''$. Выделенную из (3) подпоследовательность событий вместе с начальными значениями переменных управления обменом назовем выходным воздействием управления обменом

$$\gamma^o = (z^{н}_{p_1,\dots,} z^{н}_{p_q}),\ \chi^{ot_1}_{p_{i_1},z_{j_1},z_{j_2}},\ \chi^{ot_2}_{p_{i_2},z_{j_3},z_{j_4}},\dots, \qquad (6)$$

где $z^{н}_{p_1,\dots,} z^{н}_{p_q}$ - начальные значения переменных множества $\mathbf{P}^o$;

q - мощность множества $\mathbf{P}^o$;

$\chi^{ot_1}_{p_{i_1},z_{j_1},z_{j_2}}$, $\chi^{ot_2}_{p_{i_2},z_{j_3},z_{j_4}}$, … - события по переменным множества $\mathbf{P}^o$;

$t_1 \le t_2 \le \dots$- упорядоченная последовательность времен выходных событий управления обменом.

Выходное воздействие управления обменом есть $\gamma^o : [0,t) \to \mathbf{Y}^o$, $t \in \mathbf{T}$, $\mathbf{Y}^o = (\prod_{p\in \mathbf{P}^o \cap \mathbf{P}''} \mathbf{Z}_p) \times (\prod_{p\in \mathbf{P}^o \cap \mathbf{P}'''} ((\mathbf{Z}_p \times \{0\}) \cup \{1\}))$; $\mathbf{Y}^o$ - множество мгновенных значений выходных воздействий управления обменом.

Объединим подпоследовательности событий входного воздействия ω (5) и выходного воздействия обмена γ^o (7) одного и того же ψ и вместе с начальными значениями соответствующих переменных назовем полученную подпоследовательность событий входным взаимодействием

$$\mu = (z^{н}_{p_1,\dots,} z^{н}_{p_{n+q}}),\ \chi^{t_1}_{p_{i_1},z_{j_1},z_{j_2}},\ \chi^{t_2}_{p_{i_2},z_{j_3},z_{j_4}},\dots, \qquad (7)$$

где $\chi^{t_1}_{p_{i_1},z_{j_1},z_{j_2}}$, $\chi^{t_2}_{p_{i_2},z_{j_3},z_{j_4}}$,… - входные события и выходные события управления обменом;

$t_1 \le t_2 \le \dots$ - упорядоченная последовательность времен событий входного взаимодействия.

Входное взаимодействие есть $\mu{:}[0,t) \to \mathbf{U} \times \mathbf{Y}^o$, $t \in \mathbf{T}$.

В дальнейшем в качестве аргументов функционирования цифровых систем будем использовать входные взаимодействия, что дает возможность рассматривать режимы работы, инициируемые как внешними входными сигналами, так и самими цифровыми системами. В простейшем случае, когда подача сигналов на проектируемую систему не зависит от ее выходных сигналов, множество выходных переменных управления обменом $\mathbf{P}^{\mathrm{o}}$ пусто и входное взаимодействие μ совпадает с входным воздействием ω.

При известных $\mathbf{T}$, $\mathbf{P}$, $\{\mathbf{Z}_p | p \in \mathbf{P}\}$ каждое допустимое взаимодействие ψ описанным выше образом определяет входное ω и выходное γ воздействия, выходное воздействие управления обменом γ^{o} и входное взаимодействие ω на общем интервале времени $[0,t)$. Тогда множество допустимых взаимодействий $\mathbf{\Psi}$ задает множество входных воздействий $\mathbf{\Omega}$, выходных воздействий $\mathbf{\Gamma}$, выходных воздействий управления обменом $\mathbf{\Gamma}^{\mathrm{o}}$ и входных взаимодействий $\mathbf{M}$. Кроме того, на $\mathbf{\Omega} \times \mathbf{\Gamma}$, $\mathbf{\Omega} \times \mathbf{\Gamma}^{\mathrm{o}}$ и $\mathbf{M} \times \mathbf{\Gamma}$ определены отношения b, b′ и b″ соответственно: $(\omega,\gamma) \in$ b, если ω и γ образуют допустимое взаимодействие $\psi \in \mathbf{\Psi}$; $(\omega,\gamma^0) \in$ b′, если ω и γ^0 образуют входное взаимодействие $\mu \in \mathbf{M}$; $(\mu,\gamma) \in$ b″, если μ и γ образуют допустимое взаимодействие $\psi \in \mathbf{\Psi}$. Множество допустимых взаимодействий может быть задано как $\mathbf{\Psi} = (\mathbf{\Omega}, \mathbf{\Gamma}, \mathrm{b})$ или как $\mathbf{\Psi} = (\mathbf{M}, \mathbf{\Gamma}, \mathrm{b}'')$; множество входных взаимодействий – как $\mathbf{M} = (\mathbf{\Omega}, \mathbf{\Gamma}^{\mathrm{o}}, \mathrm{b}')$.

Каждому допустимому входному взаимодействию μ соответствует непустое множество выходных воздействий $\mathbf{\Gamma}_\mu = \{\gamma | \mathrm{b}''(\mu,\gamma)\}$. Все элементы $\gamma \in \mathbf{\Gamma}_\mu$ различаются только моментами времени выходных событий в допустимых пределах и, возможно, значениями выходных переменных на определенных отрезках времени, если эти значения безразличны. При известных $\mathbf{T}$, $\mathbf{P}$, $\{\mathbf{Z}_p | p \in \mathbf{P}\}$ множество допустимых взаимодействий

$$\mathbf{\Psi} = (\mathbf{M}, \{\mathbf{\Gamma}_\mu | \mu \in \mathbf{M}\}, \qquad (8)$$

причем при $\mu \in \mathbf{M}$, $\mathbf{\Gamma}_\mu \ne \varnothing$.

V. Допустимые взаимодействия для множества выполняемых функций

Каждая цифровая система в процессе функционирования выполняет ту или иную последовательность функций (операций) из конечного алфавита функций $\mathbf{K}$, свойственных конкретной системе. Выполнение каждой функции вызывается одним из входных взаимодействий определенного класса, причем каждое входное взаимодействие этого класса содержит конечное число событий.

Обозначим через f конечную последовательность функций, а через $\mathbf{F}$ в общем случае счетное множество конечных последовательностей f. Каждая последовательность функций f, начинающаяся с момента времени t=0 (например, включения питания), задается, по крайней мере, одним входным взаимодействием $\mu^f \in \mathbf{M}$. Этот факт следует из того, что $\mathbf{M}$ содержит все допустимые входные взаимодействия для любой допустимой последовательности функций цифровой системы.

В большинстве случаев одни и те же функции могут выполняться цифровой системой с различными наборами данных, что обуславливает задание различными μ одной и той же последовательности функций f. В связи с тем, что для различных экземпляров цифровой системы задержки выходных событий управления обменом относительно входных событий различаются в определенных пределах, а также в связи с допустимостью варьирования моментов времени входных событий относительно друг друга и относительно выходных событий управления обменом, множество $\mathbf{M}$ содержит континуальное подмножество $\mathbf{M}^f \subset \mathbf{M}$ входных взаимодействий, каждое из которых вызывает выполнение цифровой системой конечной последовательности функций f. Множество входных взаимодействий может быть представлено в виде

$$\mathbf{M} = \bigcup_{f\in \mathbf{F}} \mathbf{M}^f;\ \mathbf{M}^{f'} \cap \mathbf{M}^{f''} = \varnothing \text{ при } f' \ne f''. \quad (9)$$

Входное взаимодействие $\mu \in \mathbf{M}^f$ содержит конечное множество событий

$\{\chi^{t_1}_{p_{i_1},z_{j_1},z_{j_2}},\dots,\chi^{t_n}_{p_{i_n},z_{j_{2n-1}},z_{j_{2n}}}\}$, (10)

где n – количество событий в μ.

Множество $\mathbf{M}^f$ содержит также входные взаимодействия, времена событий в которых (событий множества (11)) различаются в определенных пределах. Ограничения на эти различия могут быть заданы в виде:

$t^{l,m}_{min} \le t_m - t_l \le t^{l,m}_{max}$, $(l,m)\in \mathbf{C}$, $\mathbf{C}\subset\{1,2,\dots,n\}\times\{1,2,\dots,n\}$, (11)

где $t^{l,m}_{min}$, $t^{l,m}_{max}$ - минимально и максимально допустимые промежутки времени между l-м и m-м событиями;

$\mathbf{C}$ – конечное множество пар событий множества (10), для которых заданы временные ограничения.

Входное взаимодействие μ множества $\mathbf{M}^f$ кроме событий (11) может содержать на определенных интервалах времени безразличные события, не влияющие на функционирование цифровой системы. Пригодный для практики метод задания всего класса $\mathbf{M}^f$ должен быть рассмотрен отдельно, а сейчас отметим, что в множестве ограничений (11) фигурируют времена существенных событий, то есть событий множества (10).

Выделим в $\mathbf{C}$ все пары (l,m), для которых t_m есть время выходного события управления обменом, в множество $\mathbf{C}_{\text{вых}}$, а все пары (l,m), для которых t_m есть время входного события, в множество $\mathbf{C}_{\text{вх}}$. Тогда ограничения на моменты времени выходных событий обмена есть

$t^{l,m}_{min}\le t_m - t_l \le t^{l,m}_{max}$, $(l,m)\in\mathbf{C}_{\text{вых}}$, (12)

а ограничения на моменты времени входных событий

$t^{l,m}_{min} \le t_m - t_l \le t^{l,m}_{max}$, $(l,m)\in \mathbf{C}_{\text{вх}}$. (13)

Рассмотрим пространство $\mathbf{G}=\prod_{\mathbf{C}\text{вых}}\{ t_m - t_l|\ t_m - t_l \ge 0\}$. Каждая точка $g\in\mathbf{G}$ определяет конкретные значения задержек выходных событий управления обменом. В пространстве $\mathbf{G}$ выделим область $\mathbf{G}_f\in \mathbf{G}$, для всех точек которой выполняются ограничения (12). Область $\mathbf{G}_f$ определяет задержки выходных событий управления обменом, допустимые по техническому заданию. Если техническое задание непротиворечиво, а мы рассматриваем именно такой случай, то $\mathbf{G}_f\neq\varnothing$.

Для любой точки $g\in\mathbf{G}_f$ в связи с допустимостью таких задержек выходных событий управления обменом существует непустое множество входных взаимодействий $\mathbf{M}^f_g$, обеспечивающих выполнение системой последовательности функций f.

$\mathbf{M}^f = \bigcup_{g\in\mathbf{G}_f}\mathbf{M}^f_g$, $\mathbf{M}^f_g\neq\varnothing$,

где $\mathbf{M}^f_g$ – множество входных взаимодействий, обеспечивающих выполнение цифровой системой конечной последовательности функций f при фиксированных задержках выходных событий управления обменом, определяемых $g\in\mathbf{G}_f$.

Таким образом, множество допустимых входных взаимодействий представимо в виде

$\mathbf{M} = \bigcup_{f\in\mathbf{F}}\mathbf{M}^f$; $\mathbf{M}^{f'}\cap\mathbf{M}^{f''}=\varnothing$ при $f'\neq f''$;

$\bigcup_{g\in\mathbf{G}_f}\mathbf{M}^f_g$; $\mathbf{G}_f\neq\varnothing$; $\mathbf{M}^f_g\neq\varnothing$ при $f\in\mathbf{F}$. (14)

Структура множества входных взаимодействий (14) вместе с представлением множества взаимодействий (8) позволяют сформулировать задачу отладки цифровых систем на этапе проектирования в терминах теории динамических систем.

VI. Задача отладки проекта цифровой системы в терминах теории динамических систем

Пусть техническим заданием определено требуемое поведение цифровой системы в виде $(\mathbf{T},\mathbf{P},\{\mathbf{Z}_p|p\in\mathbf{P}\},\mathbf{M},\{\mathbf{\Gamma}_\mu|\mu\in\mathbf{M}\})$, то есть для каждого допустимого входного взаимодействия μ определено непустое множество возможных выходных воздействий $\mathbf{\Gamma}_\mu$. Задано также множество конечных последовательностей выполняемых цифровой системой функций $\mathbf{F}$, причем $\mathbf{M} = \bigcup_{f\in\mathbf{F}}\mathbf{M}^f$; $\mathbf{M}^{f'}\cap\mathbf{M}^{f''}=\varnothing$ при $f'\neq f''$. Кроме того, для любого f $\mathbf{M}^f = \bigcup_{g\in\mathbf{G}_f}\mathbf{M}^f_g$, $\mathbf{G}_f\neq\varnothing$; $\mathbf{M}^f_g\neq\varnothing$.

В свою очередь спроектированная цифровая система (Сх,П), представленная в виде (2), определяет некоторое семейство $\mathbf{M}$ стационарных динамических систем, которое может быть задано своим внешним поведением в виде (9), (10). Будем обозначать множество входных взаимодействий и выходных воздействий семейства динамических систем $\mathbf{M}$ как $\mathbf{M}_{\mathrm{M}}$ и $\mathbf{\Gamma}_{\mathrm{M}}$, соответственно, а множество возможных выходных воздействий для заданного входного взаимодействия μ как $\mathbf{\Gamma}_{\mu\mathrm{M}}$. При сравнении внешнего поведения спроектированной цифровой системы с требуемым по техническому заданию будем считать, что в обоих случаях используются одинаковые $\mathbf{T}$,$\mathbf{P}$,$\{\mathbf{Z}_p|p\in\mathbf{P}\}$,

Цифровая система может быть спроектирована таким образом (хотя это является ошибкой), что при каких-то допустимых сочетаниях задержек блоков в какие-то интервалы времени на одном или нескольких выходах логические сигналы будут не определены. Дополним множество значений переменных множеств $\mathbf{P}''$ и $\mathbf{P}'''$ значением u (неопределенный сигнал) следующим образом:

$\widetilde{\mathbf{Z}p}=(\mathbf{Z}^*_p\cup\{u\})\times\{0\}$ для $p\in\mathbf{P}''$;

$\widetilde{\mathbf{Z}p}=(\mathbf{Z}^*_p\cup\{u\})\times\{0\}\cup(\mathbf{Z}^*_p\times\{1\})$ для $p\in\mathbf{P}'''$;

$\widetilde{\mathbf{Z}p}=\mathbf{Z}_p$ для $p\in\mathbf{P}'$.

Тогда и в случае отсутствия в какие-то интервалы времени определенных логических сигналов на выходах цифровой системы выходные воздействия представимы в виде (5), если вместо $\{\mathbf{Z}_p|p\in\mathbf{P}\}$ использовать $\{\widetilde{\mathbf{Z}p}\ |p\in\mathbf{P}\}$. Множество возможных выходных воздействий при известном μ, рассматриваемых в алфавитах $\widetilde{\mathbf{Z}p}$, будем обозначать $\widetilde{\mathbf{\Gamma}_{\mu\mathrm{M}}}$. При этом для каждого $\mu\in\mathbf{M}_{\mathrm{M}}$ существует непустое множество $\widetilde{\mathbf{\Gamma}_{\mu\mathrm{M}}}$, состоящее из выходных воздействий, соответствующих различным сочетаниям задержек блоков цифровой системы. Выходные воздействия управления обменом попрежнему будут рассматриваться в алфавитах $\mathbf{Z}_p$. В случае, если в какой-то последовательности событий логическое значение выходной переменной управления обменом $p\in\mathbf{P}^{o}$ не определено, будем считать, что такая последовательность входным взаимодействием не является.

Пусть пара (Сх,П) определяет $\mathbf{T}$,$\mathbf{P}$, $\{\mathbf{Z}_p|p\in\mathbf{P}\}$,$\{\widetilde{\mathbf{Z}p}\ |p\in\mathbf{P}\}$,$\mathbf{M}_{\mathrm{M}}$,$\{\widetilde{\mathbf{\Gamma}_{\mu\mathrm{M}}}\ |\mu\in\mathbf{M}_{\mathrm{M}}\}$, а также $\mathbf{F}_{\mathrm{M}}$, такое, что $\mathbf{M}_{\mathrm{M}}=\bigcup_{f\in\mathbf{F}_{\mathbf{M}}}\mathbf{M}_{\mathrm{M}}^{f}$; $\mathbf{M}_{\mathrm{M}}^{f}\neq\varnothing$; $\mathbf{M}_{\mathrm{M}}^{f'}\cap\mathbf{M}_{\mathrm{M}}^{f''}=\varnothing$ при $f'\neq f''$.

Обозначим через τ вектор задержек множества блоков, входящих в схему технических средств цифровой системы, а через $\mathfrak{I}$ множество векторов возможных задержек блоков системы. Каждому $\tau\in\mathfrak{I}$ соответствуют свои задержки выходных событий управления обменом. Следовательно, существует отображение $a_f : \mathfrak{I}\rightarrow \mathbf{G}$. Если при каких-либо значениях задержек, то есть при каком-либо $\tau\in\mathfrak{I}$, логическое значение выходной переменной, участвующей во входном взаимодействии, не определено, то $a_f(\tau)$ не существует. Таким образом, отображение a_f в общем случае является частичным.

Для того, чтобы при любых возможных сочетаниях задержек блоков выполнялись ограничения (12), необходимо, чтобы при $\tau\in\mathfrak{I}$ $a_f(\mathrm{t})\in \mathbf{G}_f$.

Для каждого $\tau\in\mathfrak{I}$ существует свое множество допустимых входных взаимодействий $\mathbf{M}_{t\mathrm{M}}^{f}$ и $\mathbf{M}_{\mathrm{M}}^{f}=\bigcup_{\mathrm{t}\in\mathrm{T}}\mathbf{M}_{t\mathrm{M}}^{f}$, $\mathbf{M}_{t\mathrm{M}}^{f}\neq\varnothing$.

Чтобы при любых возможных сочетаниях задержек блоков, используемых в цифровой системе, входные взаимодействия, допустимые по техническому заданию, были допустимы для спроектированной цифровой системы, необходимо следующее:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{M}}\supseteq\mathbf{F} \text{ при } \tau\in\mathfrak{I},\ \mathbf{M}_{t\mathrm{M}}^{f}\supseteq\mathbf{M}_{\mathrm{a}f(\mathrm{t})}^{f}.$$

Кроме того, при правильном проектировании цифровой системы $\widetilde{\mathbf{\Gamma}_{\mu\mathrm{M}}}\subset\mathbf{\Gamma}_{\mu}$ для всех $\mu\in\mathbf{M}\cap\mathbf{M}_{\mathrm{M}}$, где $\mathbf{M}\cap\mathbf{M}_{\mathrm{M}}=\bigcup_{f\in\mathbf{F}}\bigcup_{\mathrm{t}\in\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{a}f(\mathrm{t})}^{f}$. Выполнение этого соотношения в качестве необходимого условия требует, чтобы выходные воздействия γ, где $\gamma\in\widetilde{\mathbf{\Gamma}_{\mu\mathrm{M}}}$, не содержали значения u (не определено) какой-либо переменной. При этом условии алфавиты фактически используемых значений терминальных переменных совпадают $\widetilde{\mathbf{Z}p}_{факт}=\mathbf{Z}_p$, $p\in\mathbf{P}$.

Задача отладки проекта цифровой системы может быть сформулирована следующим образом.

Доказать, что

$$\mathbf{F}_{\mathbf{M}}\supseteq\mathbf{F}\ ; \tag{15}$$

$$\mathrm{a}_f(\mathrm{t})\in \mathbf{G}_f \text{ и } \mathbf{M}_{t\mathrm{M}}^{f}\supseteq\mathbf{M}_{\mathrm{a}f(\mathrm{t})}^{f} \text{ при } \tau\in\mathfrak{I},\ f\in\mathbf{F}; \tag{16}$$

$$\widetilde{\mathbf{\Gamma}_{\mu\mathrm{M}}}\subset\mathbf{\Gamma}_{\mu} \text{ при } \mu\in\bigcup_{f\in\mathbf{F}}\bigcup_{\mathrm{t}\in\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{a}f(\mathrm{t})}^{f}. \tag{17}$$

В случае, если это неверно, внести в (Сх,П) такие исправления, чтобы соотношения (15)-(17) выполнялись.

Для того, чтобы выполнить отладку проекта цифровой системы, необходимо решить следующие задачи:

1) проверить включение $\mathbf{F}_{\mathbf{M}}\supseteq\mathbf{F}$;

2) выбрать такое конечное множество подмножеств входных взаимодействий $\boldsymbol{M}^{fj}, j=1,\dots,n,$ что:

а) из того, что при $t\in\mathfrak{I}$ $\mathrm{a}_{f_j}(\mathrm{t})\in\mathbf{G}_{f_j}$, $\mathbf{M}_{t\mathrm{M}}^{f_j}\supseteq\mathbf{M}_{\mathrm{a}f(\mathrm{t})}^{f_j}$ для всех j следует, что при $t\in\mathfrak{I}$ $\mathrm{a}_f(\mathrm{t})\in \mathbf{G}_f$ и $\mathbf{M}_{t\mathrm{M}}^{f}\supseteq\mathbf{M}_{\mathrm{a}f(\mathrm{t})}^{f}$ для всех $f\in\mathbf{F}$;

б) из того, что $\widetilde{\mathbf{\Gamma}_{\mu\mathrm{M}}}\subset\mathbf{\Gamma}_{\mu}$ для $\mu\in\bigcup_{\mathrm{t}\in\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{a}f_j(\mathrm{t})}^{f_j}$ и всех j, следует, что $\widetilde{\mathbf{\Gamma}_{\mu\mathrm{M}}}\subset\mathbf{\Gamma}_{\mu}$ для всех $\mu\in\bigcup_{f\in\mathbf{F}}\bigcup_{\mathrm{t}\in\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{a}f(\mathrm{t})}^{f}$;

3) проверить соотношения $\mathrm{a}_{f_j}(\mathrm{t})\in\mathbf{G}_{f_j}$ и $\mathbf{M}_{t\mathrm{M}}^{f_j}\supseteq\mathbf{M}_{\mathrm{a}f_j(\mathrm{t})}^{f_j}$ при $\tau\in\mathfrak{I}$ и $j=1,\dots,n$;

4) проверить соотношения $\widetilde{\mathbf{\Gamma}_{\mu\mathrm{M}}}\subset\mathbf{\Gamma}_{\mu}$ при $\mu\in\bigcup_{\mathrm{t}\in\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\mathrm{a}f_j(\mathrm{t})}^{f_j}$ для $j=1,\dots,n$;

5) при невыполнении условий, проверяемых в пп.1, 3, 4 иметь возможность локализовать ошибки в (*Сх,П*) и исправить их, а затем повторить указанные действия.

VII. Заключение

Предложенная формализация дает возможность проводить дальнейшие теоретические исследования в рассматриваемой области, осуществлять декомпозицию задачи и разрабатывать методы решения каждой ее части.

Естественно, что для практического применения данная формализация должна быть исследована и представлена состоящей из последовательности реализуемых программным способом этапов.

Литература

[1] Стемпковский А.Л., Гаврилов С.В., Глебов А.Л., Егоров Ю.Б. Методы многоуровнеого анализа быстродействия цифровых КМОП СБИС // Известия высших учебных заведений. Электроника. 2007. № 4. С. 28-36.

[2] Стемпковский А.Л., Гаврилов С.В., Глебов А.Л. Методы логического и логико-временного анализа цифровых КМОП СБИС. М.: Наука, 2007. 220 с.

[3] Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971. 400 с.

[4] Кухтенко А.И. Систем общая теория. В кн.: Энциклопедия кибернетики. Киев: Главная редакция Украинской Советской энциклопедии, 1975. Т. 2. С. 335-339.

[5] Заде Л. Понятие состояния в теории систем. В кн.: Общая теория систем. М.: Мир, 1966. С. 49-65.

[6] Иванников А.Д. Моделирование как средство отладки микропроцессорных систем // Микроэлектроника и полупроводниковые приборы / под ред. А.А. Васенкова и Я.А. Федотова. М., 1984. Вып. 9. С. 289-300.