

Анализ процесса оптимизации аналоговых цепей на основе функции Ляпунова

А.М. Земляк^{1,2}, Т.М.Маркина¹

¹Национальный технический университет Украины «КПИ», Украина, Киев

²Автономный университет Пуэбла, Мексика, Пуэбла, azemliak@mail.ru

Аннотация — Проанализирован процесс оптимизации аналоговых цепей на основе производных функции Ляпунова и обобщенной теории, приводящей к появлению множества различных стратегий оптимизации, имеющих различное процессорное время. Используется ранее определенная концепция функции Ляпунова процесса оптимизации. Построены функции, производные от функции Ляпунова, поведение которых тесно связано с процессорным временем процедуры оптимизации. Показана корреляция между поведением функции Ляпунова любой стратегии оптимизации и полным процессорным временем, соответствующим этой стратегии. Сравнение различных стратегий позволяет выбирать наилучшую стратегию, обладающую минимальным процессорным временем. Численные результаты оптимизации различных аналоговых цепей подтверждают возможность выбора наилучшей, в смысле быстродействия, стратегии оптимизации, позволяющей решить задачу проектирования на несколько порядков быстрее традиционного подхода.

Ключевые слова — оптимальное проектирование цепей, множество стратегий оптимизации, теория управления, функция Ляпунова.

I. ВВЕДЕНИЕ

Сокращение затрат машинного времени, необходимого для достижения точки минимума целевой функции процесса оптимизации, является важной задачей. Традиционные подходы сокращения необходимого времени анализа систем основаны на разреженной структуре матрицы проводимости электронной схемы, и многие идеи для работы с разреженными матрицами были успешно реализованы [1-3]. Альтернативный подход для уменьшения числа операций при анализе электронных схем связан с идеей декомпозиции [4-6]. Переформулировка задачи оптимизации схемы без точного соблюдения законов Кирхгофа была предложена в работах [7-9]. Более общая постановка задачи проектирования аналоговых цепей разработана в работах [10, 11] на основе теории оптимального управления. Было показано, что такой подход позволяет обобщить формулировку задачи проектирования электронной цепи и получить

множество различных стратегий оптимизации. Проблема оптимизации цепи при этом формулируется как задача поиска наилучшей, в смысле быстродействия, стратегии среди всех стратегий данного множества.

Можно определить традиционную стратегию оптимизации цепи (ТСО), включающую анализ цепи на каждом шаге процедуры оптимизации. Однако эта стратегия не является оптимальной по времени, и выигрыш во времени для некоторой оптимальной стратегии по сравнению с ТСО возрастает при возрастании размеров и сложности проектируемой цепи, что было показано в [10, 11]. Поиск наилучшей стратегии оптимизации является важнейшей задачей при реализации преимуществ такого подхода. В то же время требуется разработать критерий, позволяющий сравнивать различные стратегии оптимизации цепей с точки зрения процессорного времени без расчета самого времени.

В соответствии с предложенной методологией процесс оптимизации электронной цепи определен как динамическая управляемая система [11]. При этом оказалось полезным введение понятия функции Ляпунова процесса оптимизации. Была выявлена корреляция между процессорным временем для некоторой стратегии и поведением функции Ляпунова [12]. В настоящей работе проводится дальнейшее исследование возможности использования функции Ляпунова с несколько измененной задающей формулой, позволяющей улучшить процесс сравнения различных стратегий. Вводится также функция, связанная с относительной производной по времени от функции Ляпунова интегральным соотношением, что приводит к лучшему разделению кривых, соответствующих различным стратегиям.

II. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Оптимизация электронной цепи была сформулирована как динамическая управляемая система [12], определяемая дифференциальными или разностными уравнениями для переменных состояния и системой ограничений, являющейся математической моделью электронной цепи.

Применение разностной модели процесса оптимизации приводит к системе уравнений для переменных состояния, которая может быть задана [10] в следующем виде:

$$x_i^{s+1} = x_i^s + t_s \cdot f_i(X, U), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

В случае применения дифференциальной модели эта система принимает вид:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(X, U), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

Система ограничений, являющаяся математической моделью электронной цепи, задана следующими уравнениями:

$$(1 - u_j) g_j(X) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (3)$$

Структура функций $f_i(X, U)$ определяется методом оптимизации и, например для градиентного метода оптимизации, функции $f_i(X, U)$ принимают вид:

$$f_i(X, U) = -\frac{\delta}{\delta x_i} F(X, U), \quad i = 1, 2, \dots, K, \quad (4)$$

$$f_i(X, U) = -u_{i-K} \frac{\delta}{\delta x_i} F(X, U) + \frac{(1 - u_{i-K})}{dt} [-x_i' + \eta_i(X)] \quad (4')$$

$i = K + 1, K + 2, \dots, N,$

где M – число зависимых переменных электронной цепи, K – число независимых переменных, N – общее число переменных ($N = K + M$) и t_s – итерационный параметр. Функция $F(X, U)$ является обобщенной целевой функцией процесса проектирования и определена следующим аддитивным выражением:

$$F(X, U) = C(X) + \frac{1}{\varepsilon} \sum_{j=1}^M u_j g_j^2(X), \quad (5)$$

где $C(X)$ – целевая функция (неотрицательно определенная) процесса проектирования, а второй член формулы представляет собой дополнительную штрафную функцию. Функция $\eta_i(X)$, записанная в неявном виде, определяет текущее значение переменной x_i^{s+1} ($x_i^{s+1} = \eta_i(X)$), которое находится в результате решения системы (3). Вектор управляющих функций $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$, где $u_j \in \Omega$; $\Omega = \{0; 1\}$, является основным инструментом описанной методологии и управляет динамическим процессом приведения целевой функции $C(X)$ к минимуму за минимально возможное процессорное время. При этом каждое новое значение вектора U определяет новую стратегию проектирования и соответствующую ей траекторию в пространстве параметров. Число возможных стратегий оптимизации цепи, определяемое зависящим от времени управляющим вектором U , бесконечно, однако

множество стратегий, определяющих структурный базис проектирования при векторе U , неизменном в течение процесса проектирования, равно 2^M . Эти стратегии имеют различное число операций и различное процессорное время. Требуется выработать четкий критерий, связанный с процессорным временем и позволяющий сравнивать различные стратегии оптимизации с точки зрения быстройдействия.

III. ФУНКЦИЯ ЛЯПУНОВА И ПРОИЗВОДНЫЕ ОТ НЕЁ

Ранее было введено понятие функции Ляпунова процесса оптимизации электронной цепи. Следуя [12] определим функцию Ляпунова следующей формулой:

$$V(X, U) = [F(X, U)]^r, \quad (6)$$

где $F(X, U)$ – обобщенная целевая функция процесса проектирования и степень $r > 0$. В настоящей работе использовалось значение r равное 0,25, в отличие от предыдущих работ, когда этот параметр равнялся 0,5. Численный эксперимент показал, что при этом наблюдается лучшее разделение анализируемых кривых. Формула (6) определяет функцию Ляпунова со стандартными свойствами в достаточно большой окрестности стационарной точки A , являющейся решением задачи оптимизации.

Сравнение различных стратегий, можно провести на основе относительной производной по времени

функции Ляпунова $W = \dot{V}/V$, где $\dot{V} = dV/dt$. В работе [12] было показано, что поведение относительной временной производной функции Ляпунова W на начальном этапе процесса может прогнозировать полное относительное процессорное время той или иной стратегии оптимизации. Это позволяет провести сравнение полного процессорного времени проектирования для различных стратегий без проведения проектирование до конца. В этом случае достаточно сравнить поведение функции $W(t)$ на начальном этапе процесса оптимизации, чтобы определить стратегии, имеющие наименьшее процессорное время. При этом большая абсолютная величина функции $W(t)$ приводит к меньшему полному процессорному времени.

Для улучшения идентификации результатов, относящихся к различным стратегиям, имеет смысл ввести функцию, определяемую интегралом от функции $W(t)$. Эта функция может служить основным критерием для анализа динамических свойств функции Ляпунова и сравнения различных стратегий проектирования структурного базиса. Можно определить функцию $S(t)$, являющуюся интегралом от функции $-W(t)$ следующим образом:

$$S(t) = -\int_0^t W(t) dt = -\int_0^t \frac{dV}{dt} \cdot \frac{1}{V} dt = -\int_{V(0)}^{V(t)} \frac{dV}{V} = -\ln \left| \frac{V(t)}{V(0)} \right|. \quad (7)$$

Приведенный интеграл не зависит от производной по времени функции Ляпунова, а определяется только самой функцией Ляпунова в текущий момент $V(t)$ и в

начальной точке процесса $V(0)$. Поскольку $V(t) < V(0)$ и функция $V(t)$ уменьшается со временем, функция $S(t)$ возрастает.

Важное положительное свойство функции $S(t)$ состоит в том, что она не зависит от расчета производных, а значит менее подвержена численным ошибкам, возникающим при расчетах производных.

IV. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Информация об устойчивости траектории и процессорное время связаны с производной по времени от функции Ляпунова в соответствии с теорией прямого метода Ляпунова [13-15]. В работе [12] показано, что функция Ляпунова процесса проектирования вместе со своей производной может служить достаточно информативным источником для поиска перспективных, с точки зрения минимального процессорного времени, стратегий проектирования.

Задача построения минимального по времени алгоритма проектирования сформулирована как задача поиска переходного процесса с минимальным временем установления [12]. При этом управляющий вектор U , позволяющий изменять структуру функций $f_i(X, U)$ и, в соответствии с этим, изменять время переходного процесса динамической системы, является основным инструментом.

Примеры оптимизации различных цепей были проанализированы на основе непрерывной формы формулировки процесса проектирования путем численного интегрирования системы (2). Анализ поведения функции $S(t)$ приведен как для пассивных, так и для активных нелинейных цепей с транзисторами.

А. Пример 1

На рис. 1 приведена нелинейная цепь с двумя узлами, тремя независимыми переменными (проводимостями) y_1, y_2, y_3 ($K = 3$), двумя зависимыми переменными (узловыми напряжениями) V_1, V_2 ($M = 2$) и одним нелинейным элементом. Нелинейный элемент определяется следующей зависимостью $y_{n1} = y_0 + b(V_1 - V_2)^2$. Вектор X определяется пятью компонентами, которые задаются

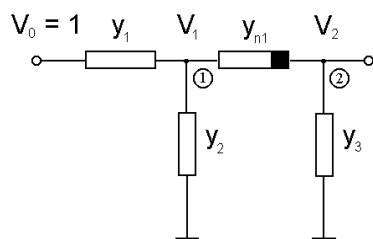


Рис. 1. Схема нелинейной пассивной электронной цепи с двумя узлами

следующими формулами: $x_1^2 = y_1$, $x_2^2 = y_2$, $x_3^2 = y_3$, $x_4 = V_1$, $x_5 = V_2$. Начальные значения компонент вектора X соответствуют следующим значениям: $x_{i0} = 1$, $i = 1, 2, \dots, 5$. Вектор U включает две компоненты $U = (u_1, u_2)$. Определение компонента x_1, x_2, x_3 предложенными формулами автоматически приводит к положительным значениям проводимостей, что снимает проблему положительной определенности сопротивлений и проводимостей и позволяет проводить оптимизацию во всем пространстве значений этих переменных без каких-либо ограничений.

Математическая модель электронной цепи для этого примера включает два уравнения и имеет следующий вид:

$$(1 - u_1)g_1(X) = 0, \quad (8)$$

$$(1 - u_2)g_2(X) = 0.$$

Обобщенная целевая функция процесса оптимизации $F(X, U)$ задается следующим выражением:

$$F(X, U) = C(X) + \frac{1}{\varepsilon} (u_1 g_1^2(X) + u_2 g_2^2(X)), \quad (9)$$

где целевая функция $C(X)$ определяется формулой:

$$C(X) = (x_5 - V_{out})^2. \quad (10)$$

Процесс оптимизации в непрерывной форме определяется системой (2) с правыми частями (4).

В данном случае полный структурный базис различных стратегий состоит из четырех стратегий ($2^M = 4$), что соответствует четырем различным значениям управляющего вектора: (00), (01), (10), (11).

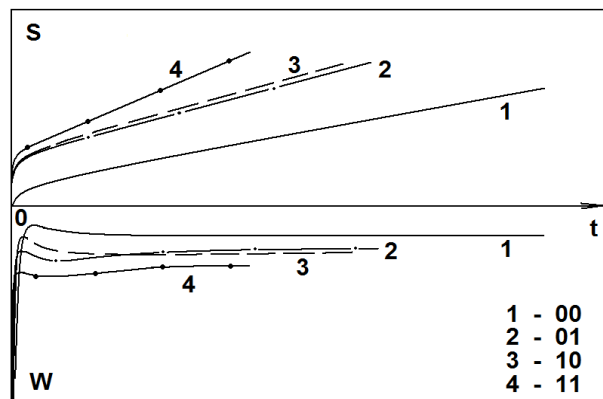


Рис. 2. Поведение функций $W(t)$ и $S(t)$ в течение процесса проектирования для полного структурного базиса для $x_{i0} = 1$, $i = 1, 2, \dots, 5$

На рис. 2 представлены зависимости функций $W(t)$ и $S(t)$ в течение процесса оптимизации для всех

стратегий структурного базиса и следующих начальных значениях $x_{i0} = 1, i = 1, 2, \dots, 5$.

Относительное процессорное время для всех четырех стратегий (00), (01), (10) и (11) составляет соответственно: 1; 0,734; 0,707 и 0,514. Видно, что функция $S(t)$ более четко коррелирует с процессорным временем, чем функция $W(t)$, так как для последней функции наблюдаются пересечения кривых для различных стратегий, а для функции $S(t)$ этих пересечений нет. Основной вывод, относящийся к поведению этой функции, может быть сформулирован так: чем выше проходит график функции $S(t)$ для некоторой стратегии, тем меньшее процессорное время имеет данная стратегия. При этом важно отметить, что в отличие от функции $W(t)$, графики интегральной функции $S(t)$ не имеют пересечений. Это позволяет идентифицировать различные стратегии проектирования с самого начала процесса оптимизации.

Рассмотрим второй вариант оптимизации той же самой цепи, но с другим начальным приближением: $x_{i0} = 2, i = 1, 2, 3$ и $x_{i0} = 1, i = 4, 5$. Результаты процесса оптимизации для полного структурного базиса различных стратегий проектирования приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты процесса оптимизации цепи для всех стратегий структурного базиса

N	Управляющий вектор	Число итераций	Процессорное время, (мсек)
1	(0 0)	407	7,01
2	(0 1)	514	4,35
3	(1 0)	388	4,73
4	(1 1)	505	3,03

Поведение функций $W(t)$ и $S(t)$ представлено на рис. 3. Наблюдается хорошее разделение кривых $S(t)$, соответствующих различным стратегиям. Графики функций, соответствующих меньшему процессорному времени, проходят выше других.

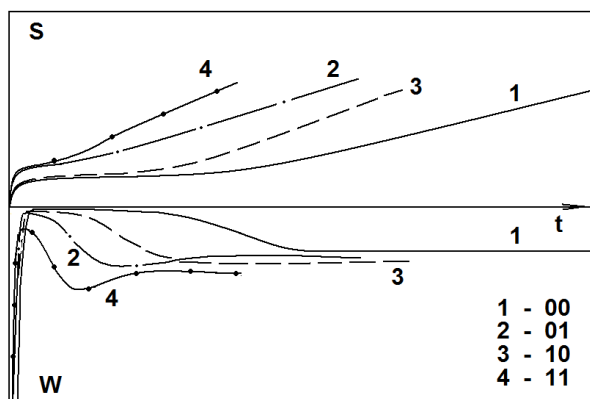


Рис. 3. Поведение функций $W(t)$ и $S(t)$ в течение процесса проектирования для полного структурного базиса для $x_{i0} = 2, i = 1, 2, 3; x_{i0} = 1, i = 4, 5$

В. Пример 2

Второй пример соответствует проектированию цепи с четырьмя узлами, изображенной на рис. 4.

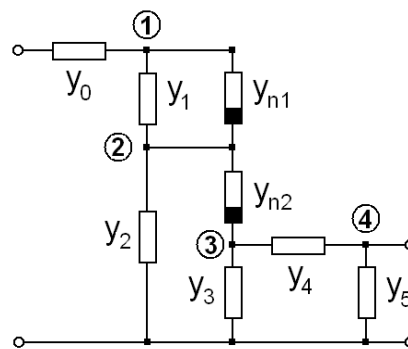


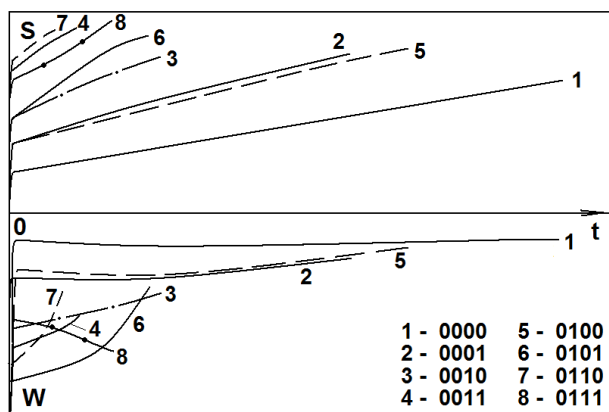
Рис. 4. Схема нелинейной пассивной электронной цепи с четырьмя узлами

Нелинейные элементы задавались следующими зависимостями: $y_{n1} = a_{n1} + b_{n1} \cdot (V_1 - V_2)^2$, $y_{n2} = a_{n2} + b_{n2} \cdot (V_2 - V_3)^2$. Вектор X включает девять компонентов, определяемых следующим образом: $x_1^2 = y_1$, $x_2^2 = y_2$, $x_3^2 = y_3$, $x_4^2 = y_4$, $x_5^2 = y_5$, $x_6 = V_1$, $x_7 = V_2$, $x_8 = V_3$, $x_9 = V_4$. Начальные значения компонент вектора X соответствуют $x_{i0} = 1, i = 1, 2, \dots, 9$. Модель цепи (3) включает четыре уравнения ($M = 4$), и управляющий вектор состоит из четырех компонентов. Структурный базис включает 16 различных стратегий. Результаты анализа этих стратегий приведены в табл. 2.

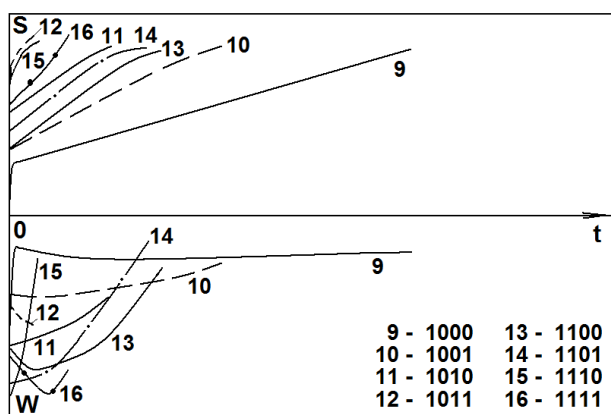
Таблица 2

Результаты процесса оптимизации цепи для всех стратегий структурного базиса для схемы с четырьмя узлами

N	Управляющий вектор	Число итераций	Процессорное время, (сек)
1	(0 0 0 0)	32371	5,44
2	(0 0 0 1)	31726	2,97
3	(0 0 1 0)	11598	1,26
4	(0 0 1 1)	21486	0,61
5	(0 1 0 0)	33846	3,57
6	(0 1 0 1)	41960	1,16
7	(0 1 1 0)	18223	0,49
8	(0 1 1 1)	37651	0,88
9	(1 0 0 0)	33136	3,57
10	(1 0 0 1)	61377	1,76
11	(1 0 1 0)	27278	0,83
12	(1 0 1 1)	11582	0,27
13	(1 1 0 0)	44656	1,26
14	(1 1 0 1)	46412	1,11
15	(1 1 1 0)	19478	0,33
16	(1 1 1 1)	41384	0,55



(a)



(б)

Рис. 5. Поведение функций $W(t)$ и $S(t)$ в течение процесса проектирования для некоторых стратегий из структурного базиса

Наилучшая стратегия 12 имеет выигрыш во времени в 20 раз по сравнению с ТСО (стратегия 1). На рис. 5 (а) и (б) представлены зависимости функций $W(t)$ и $S(t)$ для этих стратегий в течение процесса проектирования.

Наблюдается корреляция между общим процессорным временем для некоторой стратегии и поведением функций $W(t)$ и $S(t)$. Соблюдается правило, чем большее абсолютное значение имеет функция $W(t)$ на начальном участке процесса проектирования, тем быстрее уменьшается функция Ляпунова и, в конечном итоге, тем меньше полное процессорное время. Стратегии 1, 2, 5 и 9 имеют наименьшее абсолютное значение функции $W(t)$, и они же имеют наибольшее процессорное время. В среднем стратегии 7, 12, 15 и 16 имеют наибольшее абсолютное значение функции $W(t)$ и к тому же возрастающее на начальном участке, поэтому имеют минимальное процессорное время. Однако чтобы отразить эту корреляцию, необходимо «растянуть» масштаб на начальном участке процесса, и, кроме того, наблюдаются пересечения кривых $W(t)$, что свидетельствует о более сложном характере корреляции. Однако на обоих семействах графиков

наблюдается четкая взаимосвязь между поведением зависимостей функции $S(t)$ и процессорным временем.

Чем меньше процессорное время для некоторой стратегии, тем выше расположен график функции $S(t)$, соответствующей этой стратегии. В то время как графики функции $W(t)$ имеют множество пересечений, что затрудняет уверенную идентификацию, графики функции $S(t)$ пересечений не имеют.

С. Пример 3

Последний пример соответствует проектированию операционного усилителя, представленного на рис. 6. Имеется пять независимых переменных Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5 ($K = 5$) и восемь зависимых переменных $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8$ ($M = 5$). Вектор X включает 13 компонент: $x_1^2 = y_1, x_2^2 = y_2, x_3^2 = y_3, x_4^2 = y_4, x_5^2 = y_5, x_6 = V_1, x_7 = V_2, x_8 = V_3, x_9 = V_4, x_{10} = V_5, x_{11} = V_6, x_{12} = V_7, x_{13} = V_8$. Алгоритм оптимизации включает систему 13 уравнений. Модель цепи определена 8 нелинейными уравнениями.

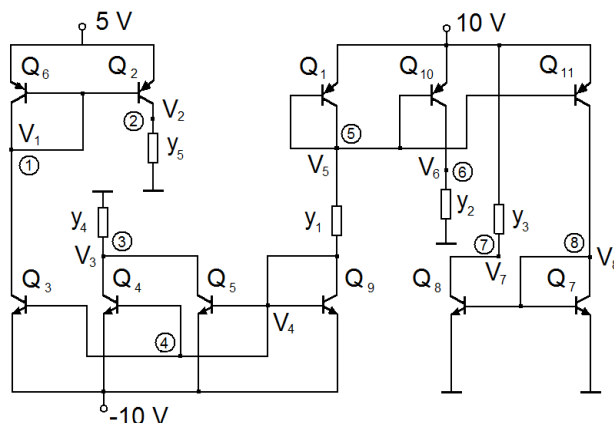


Рис. 6. Операционный усилитель

Управляющий вектор имеет 8 компонент $U(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8)$, и структурный базис включает 256 различных стратегий.

Целевая функция определяется формулой $C(X) = (I_{C1} - I_{C10})^2$, где ток I_{C10} задается в интервале (5-6) мА. Начальные значения параметров определены следующим образом: $x_1 = 0,023, x_2 = 0,05, x_3 = 0,055, x_4 = 0,072, x_5 = 0,075, x_6 = 3,87, x_7 = 2, x_8 = -3,2, x_9 = -9,5, x_{10} = 9,4, x_{11} = 3,5, x_{12} = 2,8, x_{13} = 0,7$. Результаты процесса оптимизации для некоторых стратегий структурного базиса представлены в табл. 3. Наилучшая стратегия 7 имеет выигрыш во времени в 434 раза по сравнению с ТСО (стратегия 1).

Соответствующие зависимости функции S для этих стратегий приведены на рис. 7. Этот пример, как и предыдущие, демонстрирует строгую корреляцию

между поведением функции $S(t)$ и процессорным временем, необходимым для оптимизации цепи.

Кроме того, наблюдается очень хорошее разделение кривых, соответствующих различным функциям $S(t)$, и этот факт существенно улучшает верификацию результатов.

Таблица 3

Результаты процесса оптимизации для некоторых стратегий проектирования структурного базиса при оптимизации операционного усилителя

N	Control	Iterations	Total
	vector	number	design
			time (sec)
1	(0 0 0 0 0 0 0 0)	6995	47.81
2	(0 0 0 0 0 0 1 1)	250	0.67
3	(0 0 0 0 0 1 1 1)	210	0.46
4	(0 0 0 0 1 1 1 1)	892	1.53
5	(0 0 0 1 1 1 1 1)	303	0.33
6	(0 0 1 1 1 1 1 1)	305	0.27
7	(1 1 0 1 1 1 1 1)	158	0.11
8	(1 1 1 1 1 1 1 1)	617	0.38

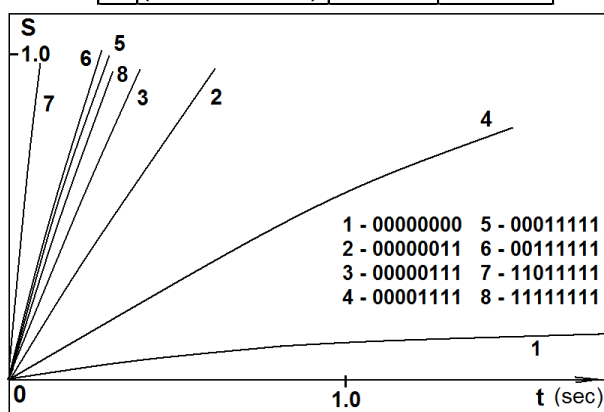


Рис. 7. Поведение функций $S(t)$ в течение процесса оптимизации для некоторых стратегий структурного базиса для операционного усилителя

Можно констатировать, что ранее выдвинутая гипотеза [12] о корреляции между процессорным временем и поведением функции Ляпунова доказана практически на основе численного анализа. Таким образом, поведение функции Ляпунова процесса оптимизации, а также функций производных от нее, например функции $S(t)$, может определить наилучшую, в смысле быстродействия, стратегию и служить основой для поиска оптимального алгоритма.

Применение модификации для функции Ляпунова (параметр $r = 0,25$ вместо $r = 0,5$ для предыдущих работ) позволило улучшить разделение кривых $S(t)$ для различных стратегий. Предложенный метод позволяет предсказать наилучшую, в смысле быстродействия, стратегию на начальном этапе процесса оптимизации. Этот результат получен на основе обобщенного подхода, генерирующего различные стратегии оптимизации цепей и сравнивающего их между собой.

Предсказание самых быстрых стратегий основано на введении функции Ляпунова процесса оптимизации. Введение подобной функции ранее для процесса оптимизации цепей не имело смысла, т.к. использовалась только традиционная стратегия оптимизации. В новом подходе, когда появляется множество различных стратегий оптимизации, введение функции Ляпунова процесса оптимизации оказалось достаточно продуктивным. Это позволило обнаружить корреляцию между процессорным временем и свойствами функции Ляпунова. Этот факт хорошо иллюстрируется в примерах. Таким образом, анализируя и сравнивая поведение функции Ляпунова для различных стратегий оптимизации, можно сделать выводы относительно наиболее перспективных стратегий с точки зрения быстродействия. Полученные результаты могут быть улучшены при использовании параллельных вычислений.

Проведенные исследования показали, что результаты, полученные ранее при анализе процесса оптимизации для определенных цепей, могут быть распространены также на другие цепи, в частности на операционные усилители. Это расширяет область практического применения рассмотренного подхода. Модифицированная функция Ляпунова лучше служит целям разделения кривых $S(t)$ при смене стратегий проектирования. Это упрощает процесс выбора наиболее перспективных стратегий и позволяет в дальнейшем построить структуру оптимального алгоритма.

Выигрыш во времени для наилучшей стратегии по сравнению с ТСО, полученный при анализе приведенных выше примеров, составляет 2,3, 20 и 434 раза соответственно. Проанализированные примеры показывают однозначную корреляцию между поведением функции $S(t)$ и полным процессорным временем, необходимым для оптимизации цепи. При этом наблюдается очень хорошее разделение кривых, что существенным образом облегчает верификацию для различных стратегий.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поведение функции, производной от функции Ляпунова процесса проектирования и рассчитываемой как логарифм от функции Ляпунова, связано с полным процессорным временем, необходимым для оптимизации цепи. Знание поведения этой функции на начальном этапе процесса оптимизации позволяет оценить относительное процессорное время проектирования электронной системы и с большой вероятностью определить наиболее перспективные стратегии проектирования. Это подтверждается при анализе процесса оптимизации как для простых цепей, так и для достаточно сложных операционных усилителей. Таким образом, доказано наличие сильной взаимосвязи между поведением функции Ляпунова процесса проектирования и процессорным временем для широкого класса электронных цепей. Это свойство может быть использовано как при выборе наилучших

стратегий из множества существующих, так и при построении оптимального или квазиоптимального алгоритма проектирования.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bunch J.R., Rose D.J. Eds. Sparse matrix computations. – N.Y.: Acad. Press, 1976.
- [2] Osterby O., Zlatev Z. Direct methods for sparse matrices. – N.Y.: Springer-Verlag, 1983.
- [3] George A. On block elimination for sparse linear systems // SIAM J. Numer. Anal. - 1984. - V. 11. - № 3. - P. 585 – 603.
- [4] Wu F.F. Solution of large-scale networks by tearing // IEEE Trans. Circuits Syst. - 1976. - V. 23. - № 12. - P. 706 – 713.
- [5] Sangiovanni-Vincentelli A., Chen L.K., Chua L.O. An efficient cluster algorithm for tearing large-scale networks // IEEE Trans. Circuits Syst. - 1977. - V. 24. - № 12. - P. 709 – 717.
- [6] Ruehli A., Sangiovanni-Vincentelli A., Rabbat G. Time analysis of large-scale circuits containing one-way macromodels // IEEE Trans. Circuits Syst. - 1982. - V. 29. - № 3. - P. 185 – 191.
- [7] Каширский И.С., Трохименко Я.К. Обобщенная оптимизация электронных схем. - Киев: Техника, 1979.
- [8] Rizzoli V., Costanzo A., Cecchetti C. Numerical optimization of broadband nonlinear microwave circuits // IEEE MTT-S Int. Symp. - 1990. - V. 1. - P. 335 – 338.
- [9] Ochotta E.S., Rutenbar R.A., Carley L.R. Synthesis of high-performance analog circuits in ASTRX/OBLX // IEEE Trans. on CAD. - 1996. - V. 15. - № 3. - P. 273 – 294.
- [10] Zemliak A.M. Analog system design problem formulation by optimum control theory // IEICE Trans. on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences. - 2001. - V. E84A. - № 8. - P. 2029 – 2041.
- [11] Земляк А.М., Проектирование аналоговых цепей методами теории управления // Изв. высш. учеб. заведений Радиоэлектроника. - 2004. - Т. 47. - № 5. - С. 18 – 28.
- [12] Земляк А.М. Анализ динамических характеристик процесса проектирования аналоговых цепей. // Изв. высш. учеб. заведений Радиоэлектроника. - 2007. - Т. 50. - № 11. - С. 26 – 35.
- [13] Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. – М.: Наука, 1967. - 223 с.
- [14] Rouche N., Habets P., Laloy M. Stability Theory by Liapunov's Direct Method. – N.Y.: Springer-Verlag. – 1977.
- [15] Kolosov G.E. Optimal Design of Control Systems. Stochastic and Deterministic Problems. – N.Y.: Marcel Dekker, Inc. – 1999.

Analysis of process of analog circuits optimization based on Lyapunov function

A.M. Zemliak^{1,2}, T.M. Markina¹

¹National Technical University of Ukraine “KPI”,

²Autonomous University of Puebla, azemliak@mail.ru

Keywords — optimum design of circuits, set of optimization strategies, control theory, Lyapunov function.

ABSTRACT

The process of optimization of an electronic circuit is described on the basis of the generalized theory as the dynamic operating system defined by differential or difference equations for state variables and the system of restrictions, which is the mathematical model of electronic circuit. The basic element of this theory is the control vector. Each new value of this vector defines new strategy of design and new trajectory in space of parameters. The number of possible strategies of optimization of a circuit determined by a time-dependent control vector is infinite, however a set of strategies defining structural basis of designing with the invariable control vector is finite and equals to 2^M .

The defined earlier concept of Lyapunov function of optimization process is used. The process of optimization of analog circuits is analyzed on the basis of derivatives of

this function. The integrated function of a relative derivative of time of the Lyapunov function $W = \dot{V}/V$ was used as the criterion that allows comparing various strategies. The behavior of this function is closely connected with processor time of optimization procedure. A good separation of the curves corresponding to various strategies is observed. The hypothesis of strong correlation between behavior of Lyapunov function of any optimization strategy and the CPU time is confirmed. Function graphs that correspond to smaller processor time, lie above others.

Thus, when analyzing and comparing the behavior of Lyapunov function for various strategies of optimization, it is possible to draw conclusions about the perspective strategies, from the point of view of speed. The behavior of the derivative of the Lyapunov function of optimization process computed as a logarithm from Lyapunov function is unambiguously connected with the total CPU time necessary for circuit optimization.

It allows to compare various strategies of optimization at the initial stage of the process and to choose the best strategy possessing the minimum processor time without the necessity of carrying out full procedure of optimization for each strategy. Numerical results of optimization of various analog circuits confirm the possibility of the choice of the best, in sense of speed, strategy of the optimization allowing solving a problem of design several orders of magnitude faster than traditional approach.

REFERENCES

- [1] Bunch J.R., Rose D.J. Eds. Sparse matrix computations. N.Y., Acad. Press, 1976.
- [2] Osterby O., Zlatev Z. Direct methods for sparse matrices. N.Y., Springer-Verlag, 1983.
- [3] George A. On block elimination for sparse linear systems. SIAM J. Numer. Anal., 1984. vol. 11, no. 3, pp. 585-603.
- [4] Wu F.F. Solution of large-scale networks by tearing. IEEE Trans. Circuits Syst. 1976, vol. 23, no. 12, pp. 706-713.
- [5] Sangiovanni-Vincentelli A., Chen L.K., Chua L.O. An efficient cluster algorithm for tearing large-scale networks. IEEE Trans. Circuits Syst., 1977, vol. 24, no. 12. pp. 709-717.
- [6] Ruehli A., Sangiovanni-Vincentelli A., Rabbat G. Time analysis of large-scale circuits containing one-way macromodels. IEEE Trans. Circuits Syst., 1982, vol. 29. no. 3. pp. 185-191.
- [7] Kashirsky I.S., Trokhimenko Y.K. Obobshchennaya optimizatsiya elektronnykh skhem. Kiev, Tekhnika, 1979. (in Russian).
- [8] Rizzoli V., Costanzo A., Cecchetti C. Numerical optimization of broadband nonlinear microwave circuits. IEEE MTT-S Int. Symp., 1990, vol. 1, pp. 335-338.
- [9] Ochotta E.S., Rutenbar R.A., Carley L.R. Synthesis of high-performance analog circuits in ASTRX/OBLX. IEEE Trans. on CAD, 1996, vol. 15, no. 3, pp. 273-294.
- [10] Zemliak A.M. Analog system design problem formulation by optimum control theory. IEICE Trans. on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2001, vol. E84A, no. 8, pp. 2029-2041.
- [11] Zemliak A.M. Proektirovanie analogovykh tsepei metodami teorii upravleniya. Izv. VUZ Radioelektronika, 2004, vol. 47, no. 5, pp. 18-28. (in Russian).
- [12] Zemliak A.M. Analiz dinamicheskikh kharakteristik protsessa proektirovaniya analogovykh tsepei. Izv. VUZ Radioelektronika, 2007, vol. 50, no. 11, pp. 26-35. (in Russian).
- [13] Barbashin E.A. Vvedenie v teoriyu ustoichivosti. Moscow, Nauka, 1967, 223 p. (in Russian).
- [14] Rouche N., Habets P., Laloy M. Stability Theory by Liapunov's Direct Method. N.Y., Springer-Verlag, 1977.
- [15] Kolosov G.E. Optimal Design of Control Systems. Stochastic and Deterministic Problems. – N.Y.: Marcel Dekker, Inc. – 1999.