

# Особенности переключения намагниченности в ячейках памяти MRAM с планарной анизотропией

Н. В. Островская<sup>1</sup>, В.А. Скиданов<sup>1</sup>, Ю.А. Юсипова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, n.ost@ippm.ru

<sup>2</sup>Национальный исследовательский университет МИЭТ

**Аннотация** — Построена математическая модель магнитного вентиля с продольной анизотропией, лежащего в основе структуры ячейки памяти MRAM. Проведен анализ устойчивости основных состояний равновесия. Найдены дополнительные состояния равновесия и новые типы динамики намагниченности под влиянием внешнего магнитного поля и спин-поляризованного тока инжекции.

**Ключевые слова** — память MRAM, планарная анизотропия, намагниченность, свободный слой, закрепленный слой, уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта, переключение намагниченности.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Поскольку существующие на сегодняшний день типы памяти близки к пределам своих возможностей, ведется интенсивный поиск новых путей записи и считывания информации. В этом отношении большой интерес вызывает концепция магнитной памяти прямого доступа (MRAM). На первых стадиях разработки MRAM управление процессом записи в ячейку предполагалось осуществлять с помощью магнитного поля. Прорыв в технике спиновых накопителей был обеспечен в 1996 году предсказанием [4, 5], что ориентацией намагниченности свободного магнитного слоя можно управлять непосредственно переносом спинового углового момента с помощью спин-поляризованного тока. В 2000 году была осуществлена первая экспериментальная демонстрация того, как спиновый вентиль — наностолбик, состоящий из слоев Co/Cu/Co, может обратимо переключаться между состояниями с низким (параллельным) и высоким (антипараллельным) магнитным сопротивлением с помощью явления «переноса спина» [6]. В текущей литературе (например, [7–9]) широко обсуждается управление таким элементом с использованием комбинированного воздействия спин-поляризованного тока инжекции и внешнего магнитного поля. В работе [7] было выполнено первое исследование устойчивости параллельной и антипараллельной конфигураций намагниченности ферромагнитных слоев вентильного элемента и проведено сопоставление результатов с проведенными теми же авторами экспериментальными исследованиями. В теоретической модели эффекта переключения [7], наряду с внешним магнитным полем, учитывались магнитное поле анизотропии материала свободного слоя и магнитное поле размагничивания, однако не учитывались

зависимости этих полей от намагниченности материала, не учитывалась также зависимость от намагниченности функционального множителя в выражении для токового члена. Это существенно упростило модель, но не позволило объяснить некоторые несоответствия теоретических и экспериментальных данных.

Известны также работы [8, 9], в которых была использована теоретическая модель более сложная, чем в [7]. Однако рассмотрение динамики намагниченности в них ограничено малыми токами и полями, т.е. именно теми интервалами, в которых параллельная конфигурация намагниченностей слоев магнетика устойчива, и переключение невозможно, а основной интерес был сфокусирован на присутствии или отсутствии предельных циклов в данной динамической задаче при малых управляющих параметрах.

Мы провели анализ уравнений динамики намагниченности, основываясь на изучении равновесий динамической системы (ее особых точек), анализе их устойчивости по первому приближению и численном моделировании динамики намагниченности в различных диапазонах управляющих параметров системы. Все вычисления проводились нами при положительных значениях тока инжекции, так как при отрицательных токах механизм переключения требует дополнительного анализа и, возможно, корректировки токового слагаемого в теоретической модели [7]. Часть полученных нами результатов совпадает с результатами работ [8, 9], в частности, это касается границы потери устойчивости параллельной и антипараллельной конфигураций намагниченности переключательного элемента. В некоторых отношениях наши результаты шире результатов [8, 9], поскольку нас интересовали динамические процессы в данной структуре, протекающие при более высоких токах, чем в этих работах.

## II. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Объектом исследования является трехслойная структура Co/Cu/Co, состоящая из двух слоев ферромагнитного материала (кобальт) и медной немагнитной прослойки, близкая к структурам, рассмотренным в работах [7–9]. Поперечное сечение структуры представляет собой квадрат со стороной 100 нм, одна из сторон которого параллельна оси легкого намагничивания ферромагнитных слоев (ось OX), толщина тонкого слоя в расчетах принята равной 5 нм. Намагни-

ченность нижнего (толстого) слоя фиксирована, ее направление принимаем за положительное направление оси OX. Ось OZ перпендикулярна плоскости слоев. Параллельно OZ пропускается ток, плотность которого  $J$  находится в диапазоне от 0 до  $10^{14}$  А/м<sup>2</sup>. Структура помещена во внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}$ , направленное вдоль оси анизотропии (рис. 2). Рассматриваются как положительные, так и отрицательные значения поля.

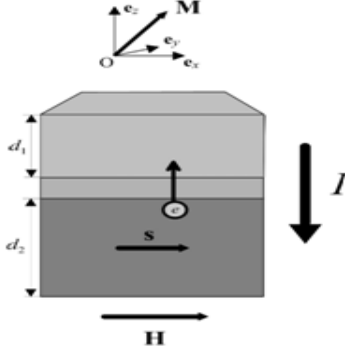


Рис. 1. Модель магнитного клапана с продольной анизотропией

Теоретическая модель явления, лежащего в основе работы спинового вентиля, была предложена в работе Дж. Слончевского [4]. Модель базируется на фундаментальном уравнении Ландау-Лифшица-Гильберта, описывающем динамику вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  в незакрепленном ферромагнитном слое:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -|\gamma| \mu_0 [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}] + \frac{\alpha}{M_s} \left[ \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right]. \quad (1)$$

Здесь  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Н/А<sup>2</sup> — магнитная проницаемость вакуума,  $\gamma$  — гиромангнитное отношение  $\gamma = 0.28025 \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup>Тл<sup>-1</sup>,  $\alpha$  — безразмерный коэффициент диссипации,  $M_s$  — намагниченность насыщения,  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  — эффективное магнитное поле, отражающее те виды физических взаимодействий, которые учтены в модели. В данном случае

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_f + \mathbf{H}_c, \quad (2)$$

где  $\mathbf{H}$  — внешнее магнитное поле,  $\mathbf{H}_a$  — эффективное поле магнитной анизотропии,  $\mathbf{H}_f$  — эффективное поле размагничивания, возникающее за счет конечных размеров вентильной структуры,  $\mathbf{H}_c$  — эффективное поле, создаваемое спин-поляризованным током инжекции. Магнитное поле обменного взаимодействия будем считать пренебрежимо малым в силу малых размеров структуры (приближение однородного намагничивания), поскольку выражение для него содержит производные вектора намагниченности. Детальное обоснование этого приближения содержится в работе [13].

Уравнение (1) сводится к безразмерному виду

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{t}} = -[\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}] + \alpha \left[ \mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{t}} \right], \quad (3)$$

где  $\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{M_s}$ ,  $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \frac{\mathbf{H}_{\text{eff}}}{M_s}$ ,  $|\mathbf{m}| = 1$ , время  $\tilde{t}$  измеряется в единицах  $(\gamma \mu_0 M_s)^{-1}$ . Здесь

$$\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{h} + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_f + \mathbf{h}_c.$$

1) В случае внешнего поля  $\mathbf{h}$ , направленного вдоль оси OX,

$$\mathbf{h} = h \mathbf{e}_x.$$

2) Поле анизотропии также ориентировано вдоль OX

$$\mathbf{h}_a = k(\mathbf{m}, \mathbf{e}_x) \mathbf{e}_x = k m_x \mathbf{e}_x,$$

где  $k = 2K_a \mu_0^{-1} M_s^{-2}$ ,  $K_a$  — константа магнитной анизотропии.

3) Поле размагничивания  $\mathbf{h}_f$  определяется соотношением  $\mathbf{h}_f = -\hat{\mathbf{q}} \mathbf{m}$ , где тензор  $\hat{\mathbf{q}}$  — форм-фактор. В выбранной нами геометрии можно считать, что

$$\mathbf{h}_f = -m_z \mathbf{e}_z.$$

4) Следуя теории Слончевского–Берже, вклад в эффективное поле, создаваемый током инжекции, считаем равным

$$\mathbf{h}_c = G \frac{J}{J_n} [\mathbf{s} \times \mathbf{m}],$$

где  $\mathbf{s}$  — направление спиновой поляризации тока, совпадающее с направлением намагниченности в толстом слое (в данной геометрии  $\mathbf{s} \equiv \mathbf{e}_x$ ),  $J$  — размерная плотность спин-поляризованного тока,  $J_n$  — нормировочный токовый коэффициент, который равен

$$J_n = \frac{d_1 e \mu_0 M_s^2}{\hbar}, \quad (4)$$

( $\hbar$  — постоянная Планка,  $\mu_0$  — магнитная проницаемость вакуума,  $e$  — заряд электрона,  $d_1$  — толщина тонкого ферромагнитного слоя). Таким образом, безразмерная плотность тока равна  $j = J / J_n$ . Скалярная безразмерная функция  $G(\mathbf{m})$  согласно [1] имеет следующий вид:

$$G = \frac{4P^{3/2}}{(1+P)^3 (3 + (\mathbf{s}, \mathbf{m})) - 16P^{3/2}},$$

где  $P$  — параметр спиновой поляризации. С учетом  $\mathbf{s} \equiv \mathbf{e}_x$  имеем  $(\mathbf{s}, \mathbf{m}) = m_x$ . Тогда

$$G = \frac{4P^{3/2}}{(1+P)^3(3+m_x) - 16P^{3/2}} = \frac{c}{b+m_x}$$

$$(c = \frac{4P^{3/2}}{(1+P)^3}, b = 3 - 4c).$$

Учтем также, что  $[\mathbf{s} \times \mathbf{m}] = 0 \cdot \mathbf{e}_x - m_z \mathbf{e}_y + m_y \mathbf{e}_z$ . Таким образом

$$\mathbf{h}_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h + km_x \\ -jGm_z \\ jGm_y - m_z \end{pmatrix}. \quad (5)$$

После некоторых алгебраических преобразований получим

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tau} = -[\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}] + \alpha \mathbf{h}_{\text{eff}} - \alpha \mathbf{m}(\mathbf{m}, \mathbf{h}_{\text{eff}}), \quad (6)$$

где  $\tau = \frac{\tilde{\tau}}{1+\alpha^2} = |\gamma| \frac{\mu_0 M_s}{1+\alpha^2} t$ ,  $\mathbf{h}_{\text{eff}}$  определяется соотношением (5). В координатной записи система (6) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dm_x}{dt} &= -jG(m_y^2 + m_z^2) + m_y m_z + \alpha(h + km_x) - \alpha m_x L, \\ \frac{dm_y}{dt} &= jGm_x m_y - m_x m_z - hm_z - km_x m_x - \alpha jGm_z - \alpha m_y L, \\ \frac{dm_z}{dt} &= m_y(h + km_x) + jGm_x m_z + \alpha(jGm_y - m_z) - \alpha m_z L, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $L = m_x h_x + m_y h_y + m_z h_z = k - 1 - h$ . Параметры структуры Co/Cu/Co, которые были использованы в нашем численном расчете, равны:  $\alpha = 0.02$ ,  $P = 0.35$ ,  $\mu_0 M_s = 1.76$  Т,  $K_a = 0.53 \cdot 10^6$  Дж/м<sup>3</sup> [10]. При этом нормировки основных переменных были следующими:

$$\begin{aligned} t &= \frac{1+\alpha^2}{\gamma \mu_0 M_s} \tilde{\tau} \square 2.0 \cdot 10^{-12} \tau (c), \\ H &= M_s h \square 1.4 \cdot 10^6 h (\text{А/м}), \\ J &= \frac{d_1 e \mu_0 M_s^2}{\hbar} j \square 1.9 \cdot 10^{13} j (\text{А/м}^2), \\ K_a &= \frac{\mu_0 M_s^2}{2} k \square 1.23 \cdot 10^6 k (\text{Дж/м}^3). \end{aligned}$$

Отметим, что из физических соображений имеется ряд ограничений на предельные величины плотности тока инжекции  $J$  и внешнего магнитного поля  $H$ , однако в наших расчетах мы их не учитывали.

### III. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

#### A. Особые точки

Чтобы найти положения равновесия системы (7), следует приравнять к нулю правые части системы:

$$\begin{cases} (m_z h_y - m_y h_z) + \alpha h_x - \alpha m_x L = 0, \\ (m_x h_z - m_z h_x) + \alpha h_y - \alpha m_y L = 0, \\ (m_y h_x - m_x h_y) + \alpha h_z - \alpha m_z L = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Получаем полиномиальную алгебраическую систему из трех уравнений относительно трех неизвестных  $m_x, m_y, m_z$ . Параметры  $\alpha, P, k$  считаем фиксированными (внутренними) параметрами системы, а поле  $h$  и ток  $j$  — варьируемыми (внешними) параметрами. Решив эту систему относительно неизвестных  $m_x, m_y, m_z$  при текущих значениях  $h, j$  найдем положения равновесия, отвечающие данным значениям параметров. В случае  $h = 0, j = 0$  система (8) вырождается к виду

$$\begin{cases} m_y m_z + \alpha k m_x - \alpha m_x L = 0, \\ -(1+k)m_x m_z - \alpha m_y L = 0, \\ km_x m_y - \alpha m_z - \alpha m_z L = 0. \end{cases}$$

Здесь  $L = km_x^2 - m_z^2$ . При этих значениях поля и тока система (7) имеет шесть особых точек (точек равновесия) на поверхности единичной сферы, а именно:  $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$ ,  $T_{3,4}(0, \pm 1, 0)$ ,  $T_{5,6}(0, 0, \pm 1)$  (точки  $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$  являются устойчивыми фокусами,  $T_{3,4}(0, \pm 1, 0)$  — седлами,  $T_{5,6}(0, 0, \pm 1)$  — неустойчивыми фокусами).

Для отыскания особых точек при ненулевых внешних параметрах следует решить систему (8) в общем виде. Последовательно исключая степени  $m_y$  и  $m_z$  из уравнений системы, получаем уравнение относительно переменной  $m_x$ , распадающееся на множители, среди которых наиболее содержательными являются два следующих:

$$1. m_x^2 - 1 = 0, \quad (9a)$$

$$2. A_4 m_x^4 + A_3 m_x^3 + A_2 m_x^2 + A_1 m_x + A_0 = 0, \quad (9b)$$

где

$$\begin{aligned} A_4 &= k + k^2, \\ A_3 &= 2hk + 2k^2 b + h + 2bk, \\ A_2 &= b^2 k^2 + b^2 k + 4hbk + j^2 c^2 + 2hb + h^2, \\ A_1 &= 2b^2 hk + b^2 h + 2bh^2, \\ A_0 &= h^2 b^2. \end{aligned}$$

Первое уравнение отвечает двум положениям равновесия  $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$ , присутствующим в системе при любых токах и полях, второе уравнение позволяет рассчитать координаты дополнительных особых точек и выделить области их существования. Отметим интересную особенность последнего уравнения — оно не содержит параметра  $a$ .

Если компонента намагниченности  $m_x$  удовлетворяет уравнению (9b), то уравнение для определения компоненты  $m_z$  после некоторых преобразований приобретает вид

$$m_z^2 m_x - (m_x^2 - 1)(kx + h) = 0, \quad (m_x \neq 0).$$

Подстановкой найденных компонент  $m_x$  и  $m_z$  в любое из уравнений (8) можно определить компоненту  $m_y$ , например, из третьего:

$$m_y = m_z \frac{-abm_z^2 - am_x m_z^2 + ahm_x^2 + akm_x^2 + ab + abkm_x^2 + abhm_x - jcm_x}{hb + km_x^2 + bkm_x + hm_x + \alpha c j}.$$

При  $m_x = 0$ , что имеет место только при  $h = 0$ , система (7) имеет четыре аксиально-симметричные особые точки

$$\begin{aligned} m_x &= 0, \\ m_y &= \pm \frac{1}{2} \sqrt{b \mp \sqrt{b^2 - 4c^2 j^2}}, \\ m_z &= \pm \frac{1}{2} \sqrt{b \pm \sqrt{b^2 - 4c^2 j^2}}. \end{aligned}$$

Таким образом, здесь формализована процедура определения координат особых точек, что позволяет построить бифуркационные диаграммы смены типа особых точек  $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$  и диаграмму рождения/исчезновения дополнительных особых точек (следующий раздел).

### В. Бифуркационные диаграммы

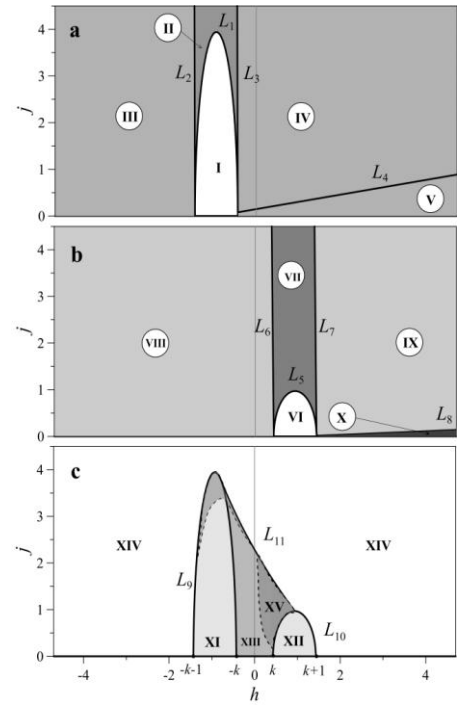
Пусть  $T_0(m_{x,0}, m_{y,0}, m_{z,0})$  — какая-либо особая точка динамической системы. Линеаризовав систему (6) в окрестности точки  $T_0$ , получим линейную систему

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = \mathbf{A}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0).$$

Здесь  $\mathbf{m}_0 = (m_{x,0}, m_{y,0}, m_{z,0})$ ,  $\mathbf{A}$  — числовая матрица размерности  $3 \times 3$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \partial_{m_x} P & \partial_{m_y} P & \partial_{m_z} P \\ \partial_{m_x} Q & \partial_{m_y} Q & \partial_{m_z} Q \\ \partial_{m_x} S & \partial_{m_y} S & \partial_{m_z} S \end{pmatrix}_{T_0},$$

где символ  $\partial_{m_i}$  означает частную производную соответствующей функции по переменной  $m_i$ ,  $P, Q, S$  — правые части системы (7). Тип особой точки определяется собственными числами этой матрицы. А поскольку фазовое пространство исследуемой системы представляет собой сферическую поверхность, (которая может быть различными способами отображена на плоскость), то классификация особых точек в данном случае совпадает с классификацией особых точек на плоскости, и для определения типа особой точки достаточно двух собственных чисел [11,12].



**Рис. 2. Бифуркационные диаграммы: а – бифуркации особой точки  $T_1(+1,0,0)$ , б – бифуркации особой точки  $T_2(-1,0,0)$ , с – бифуркации дополнительных особых точек динамической системы (7). Пояснения даны в тексте статьи.**

В точке равновесия  $T_1(+1,0,0)$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2\alpha k - 2\alpha h & 0 & 0 \\ 0 & jG_1 - \alpha h - \alpha k & -1 - k - \alpha jG_1 - h \\ 0 & k + h + \alpha jG_1 & -\alpha - \alpha k + jG_1 - \alpha h \end{pmatrix}.$$

Собственные числа этой матрицы —

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= jG_1 - \alpha h - \frac{1}{2}\alpha - \alpha k \mp \frac{1}{2}\sqrt{-U_1 V_1}, \\ \lambda_3 &= -2\alpha(k + h), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $G_1 = G|_{T_1}$ ,

$$\begin{aligned} U_1 &= 2\alpha jG_1 + 2h + 1 + 2k + \sqrt{\alpha^2 + 1}, \\ V_1 &= 2\alpha jG_1 + 2h + 1 + 2k - \sqrt{\alpha^2 + 1}. \end{aligned}$$

Подкоренное выражение в (10) отрицательно при  $j < (-2h - 2k - 1 - \sqrt{\alpha^2 + 1}) / 2\alpha G_1$  и  $j > (-2h - 2k - 1 + \sqrt{\alpha^2 + 1}) / 2\alpha G_1$ , значит при этих условиях  $\lambda_{1,2}$  комплексно сопряжены. При этом  $\lambda_3 < 0$ .

Знак выражения  $\text{Re}(\lambda_{1,2}) = jG_1 - \frac{\alpha}{2}(1 + 2k + 2h)$  при  $0 \leq j < \frac{\alpha}{2G_1}(1 + 2k + 2h)$  отрицательный — тип особой точки в трехмерном пространстве — устойчивый узел—

фокус, при  $j > \frac{\alpha}{2G_1}(1+2k+2h)$  знак  $\text{Re}(\lambda_{1,2})$  положи-

тельный, и тип точки седло-фокус. На сферическую поверхность устойчивый узел-фокус проектируется как устойчивый фокус, а седло-фокус как неустойчивый фокус; далее в тексте тип особых точек будем называть по названию их проекции на сферу. Пороговым при принятых нами значениях параметров является выражение  $j = 0.1496 + 0.1576h$  (линия раздела  $L_4$  между затененной и незатененной областью на рис. 2а) — при токах, превышающих порог, фокус  $T_1(+1, 0, 0)$  становится неустойчивым. Границы существования фокуса на плоскости  $(h, j)$  заданы параллельными линиями  $L_2$  и  $L_3$ :

$$L_2: 2\alpha jG_1 + 2h + 1 + 2k + \sqrt{\alpha^2 + 1} = 0,$$

$$L_3: 2\alpha jG_1 + 2h + 1 + 2k - \sqrt{\alpha^2 + 1} = 0.$$

Это значит, что в положительных полях при любых токах равновесие  $T_1(+1, 0, 0)$  является устойчивым (ниже  $L_4$ ) либо неустойчивым фокусом (выше  $L_4$ ). В отрицательных полях картина несколько иная. Переменно-жм  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ :

$$\lambda_1\lambda_2 = (\alpha^2 + 1)(j^2G_1^2 + h + 2kh + h^2 + k^2 + k).$$

При  $\lambda_1\lambda_2 = 0$  выражение во второй скобке является уравнением эллипса, сдвинутого на плоскости  $(h, j)$  в отрицательную область значений поля

$$4\left(h + k + \frac{1}{2}\right)^2 + 4G_1^2j^2 = 1. \quad (11)$$

Вершина эллипса находится в точке  $(-k - 1/2, 1/2G_1)$ , т.е., при данных значениях параметров, в точке  $(-0.93, 3.941)$ . Таким образом, в области I на рис. 2а, ограниченной снизу осью  $j = 0$ , сверху линией  $L_1$ , произведение  $\lambda_1\lambda_2$  отрицательно, т.е. точка  $T_1(+1, 0, 0)$  является седлом. В области II выше линии  $L_1$  произведение положительно, и с учетом знаков  $\text{Re}(\lambda_{1,2})$  заключаем, что между линиями  $L_2$  и  $L_3$  точка  $T_1(+1, 0, 0)$  является неустойчивым узлом, в области V — устойчивым фокусом, во всех остальных точках второго квадранта (областях III и IV) — неустойчивым фокусом. Разница между точками левее линии  $L_2$  и правее линии  $L_3$  состоит в направлении раскручивания траектории в окрестности фокуса  $T_1(+1, 0, 0)$ .

В точке равновесия  $T_2(-1, 0, 0)$  имеем

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2ak + 2ah & 0 & 0 \\ 0 & -jG_2 + ah - ak & 1 + k - \alpha jG_2 - h \\ 0 & -k + h + \alpha jG_2 & -\alpha - ak - jG_2 + ah \end{pmatrix}.$$

Собственные числа этой матрицы

$$\lambda_{1,2} = -jG_2 + ah - \frac{1}{2}\alpha - \alpha k \mp \frac{1}{2}\sqrt{-U_2V_2}, \quad (12)$$

$$\lambda_3 = -2\alpha(k - h),$$

где  $G_2 = G_1|_{T_2}$ ,

$$U_2 = 2\alpha jG_2 + 2h - 1 - 2k + \sqrt{\alpha^2 + 1},$$

$$V_2 = 2\alpha jG_2 + 2h - 1 - 2k - \sqrt{\alpha^2 + 1}.$$

Так же, как и в предыдущем случае, при выполнении неравенства  $j < \left(-2h + 2k + 1 - \sqrt{\alpha^2 + 1}\right) / 2\alpha G_2$  или  $j > \left(-2h + 2k + 1 + \sqrt{\alpha^2 + 1}\right) / 2\alpha G_2$  особая точка представляет собой фокус. В случае равенства эти выражения определяют на плоскости  $(h, j)$  пару параллельных прямых  $L_6$  и  $L_7$ :

$$L_6: 2\alpha jG_2 + 2h - 1 - 2k + \sqrt{\alpha^2 + 1} = 0,$$

$$L_7: 2\alpha jG_2 + 2h - 1 - 2k - \sqrt{\alpha^2 + 1} = 0.$$

Таким образом, вне полосы между параллельными прямыми тип особой точки — фокус, устойчивый при  $-jG_2 + ah - \frac{1}{2}\alpha - \alpha k < 0$  (выше линии  $L_8$  на рис. 3б) и

неустойчивый при  $-jG_2 + ah - \frac{1}{2}\alpha - \alpha k > 0$  (ниже  $L_8$ ).

Так же, как и ранее для  $T_1(+1, 0, 0)$ , внутри этой полосы особая точка может быть седлом либо узлом, в зависимости от того, одинаковы или различны знаки чисел  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ .

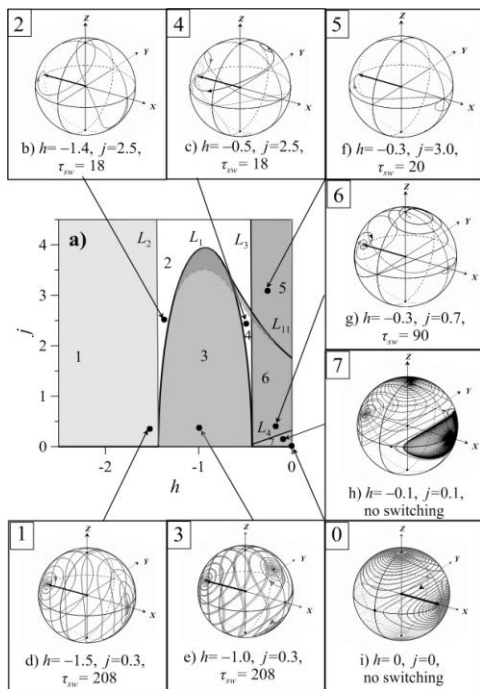
Произведение  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  равно

$$\lambda_1\lambda_2 = (1 + \alpha^2)(j^2G_2^2 + h^2 - h - 2kh + k^2 + k).$$

На плоскости  $(h, j)$  это выражение определяет верхнюю дугу эллипса ( $L_5$ ), сдвинутого в область положительных полей

$$4G_2^2j^2 + 4\left(h - \frac{1}{2} - k\right)^2 = 1. \quad (13)$$

Вершина эллипса находится в точке  $(k + 1/2, 1/2G_2)$ , т.е. в точке  $(0.93, 0.970)$ . Внутри эллипса произведение отрицательно, следовательно, при этих значениях тока и поля особая точка  $T_2(-1, 0, 0)$  относится к седловому типу. Вне эллипса особая точка на сфере может быть либо узлом, либо фокусом. Бифуркационная диаграмма особой точки  $T_2(-1, 0, 0)$  представлена на рис. 2б: область VI — седла, область VII — устойчивые узлы, области VIII и IX — устойчивые фокусы, область X — неустойчивые фокусы. Аналогично предыдущему случаю, фокус в области VIII и в области IX отличаются направлением закручивания траектории в окрестности особой точки.

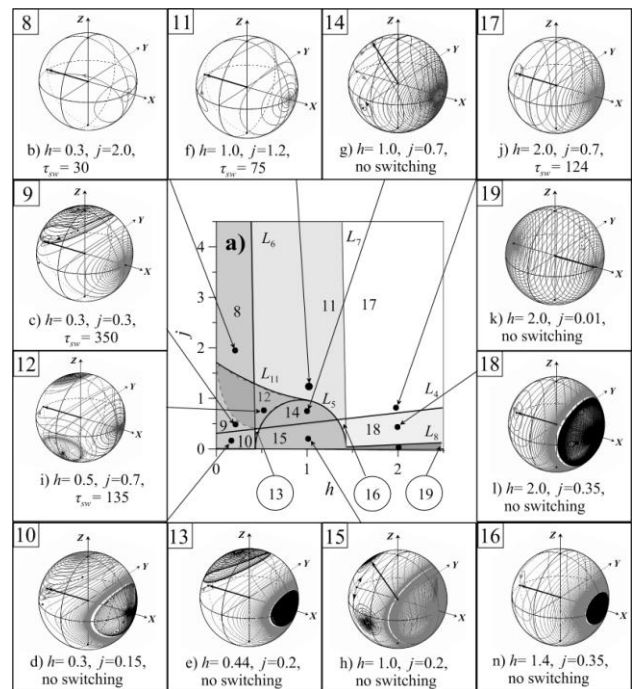


**Рис. 3.** Динамика вектора намагниченности, обусловленная током инжекции, в магнитных полях, направленных противоположно намагниченности фиксированного слоя:  $\tau_{sw}$  — приближенная оценка времени переключения в относительных единицах; рисунок (а) — суперпозиция левых частей бифуркационных диаграмм рис. 2а–с; на рисунках (b)–(i) нумерация в левом верхнем углу соответствует номеру области на бифуркационной диаграмме (а).

Помимо основных особых точек  $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$  система (7) обладает дополнительными особыми точками. Границы области существования таких точек определяются значениями  $m_x = \pm 1$ . Линия  $L_{11}$  разделяет плоскость на области, где многочлен (9) имеет либо не имеет действительных корней (получена численно). Таким образом, линии  $L_9, L_{10}, L_{11}$  делят плоскость  $(h, j)$  на четыре части (рис. 2с): область XI — область существования дополнительной осе-симметричной пары неустойчивых фокусов, XII — существования дополнительной осе-симметричной пары устойчивых фокусов, XIII — область существования двух осе-симметричных седел и двух осе-симметричных неустойчивых фокусов, XIV — область, в которой нет дополнительных особых точек. В областях, ограниченных пунктирной линией, вокруг неустойчивых фокусов существуют устойчивые предельные циклы (рис. 2с).

### С. Динамика намагниченности в зависимости от величины поля и тока

В нашем исследовании нас интересовало существование в системе (7) переключающего режима — иными словами, существование траектории, соединяющей точки равновесия  $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$ . Ответ на этот вопрос мы искали, прежде всего, в свойствах устойчивости либо неустойчивости начального и конечного



**Рис. 4.** Динамика намагниченности, обусловленная током инжекции, в положительных магнитных полях, однопольных с намагниченностью закрепленного слоя:  $\tau_{sw}$  — приближенная оценка времени переключения в относительных единицах, нумерация рисунков в левом верхнем углу соответствует номеру области на бифуркационной диаграмме (а).

положений равновесия  $T_1, T_2$ . Вместе с тем, в ходе моделирования динамики процесса переключения стало ясно, что даже в случае неустойчивости начального равновесия  $T_1$  и устойчивости конечного равновесия  $T_2$  при переключении структуры из параллельного состояния в антипараллельное возможен такой эффект как случайное переключение (рис. 4с) с тремя равновероятными исходами. Возможны также ситуации одновременной неустойчивости равновесий  $T_1, T_2$ , но устойчивости некоторой осе-симметричной пары дополнительных равновесий  $T_3-T'_3$ , что приводит к неполному переключению с двумя, а не тремя как в предыдущем случае, равновероятными исходами (рис. 4б). Обнаружение режимов с двумя и тремя равновероятными исходами представляется наиболее важным результатом данной работы. Наличие таких комбинаций значений поля и тока, в которых исход переключения не определен, приводит к неустойчивости работы памяти.

Другим недостатком рассматриваемой модели памяти являются высокие величины токов переключения. Оценка плотности критического тока переключения кобальтовой ячейки памяти MRAM с планарной анизотропией при нулевом поле дает величину  $2.8 \cdot 10^{12} \text{ А/м}^2$ , что сравнимо с величиной порога электромиграции. Это является основным недостатком памяти MRAM такой конструкции и побуждает к поиску иных конструктивных решений [14-16].

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Chappert, C., Fert, A., Nguyen van Dau, F., The emergence of spin electronics in data storage, *Nature materials*, 6, 813–823 (2007).
- [2] Daughton, J.M., Magnetic tunneling applied to memory, *J.Appl.Phys.*, 81, 3758–3763 (1997).
- [3] Engel, B. et al., A 4-Mb toggle MRAM based on a novel bit and switching method, *IEEE Trans, Magn.*, 41, 132–136 (2005).
- [4] Slonczewski, J., Current-driven excitation of magnetic multilayers, *J.Magn.Magn.Matter*, 159, L1–L7 (1996).
- [5] Berger, L., Emission of spin waves by magnetic multilayer traversed by a current, *Phys.Rev. B* 54 9353–9358 (1996).
- [6] Albert, E.J., Katine, J.A., Buhrman, R.A.& Ralph, D.C. Spin-polarized current switching of a Co thin film nanomagnet, *Appl.Phys.Lett.* 77 3809–3811 (2000). J. Grollier, V. Cros, H. Jaffres, A. Hamzic, J.M. George, G. Faini, J. Ben Youssef, H. Le Gall, and A. Fert, Field dependence of magnetization reversal by spin transfer// *Phys. Rev. B* 67, 2003, 174402 (8 pages).
- [7] Fert, V. Cros, J.M. George, J. Grollier, H. Jaffres, A. Hamzic, A. Vaures, G. Faini, J. Ben Youssef, H. Le Gall, Magnetization reversal by injection and transfer of spin: experiments and theory// *JMMM*, 2004, 272–276, pp. 1706–1711.
- [8] G. Bertotti, C. Serpico, I.D. Mayergoyz, A. Magni, M. d’Aquino, and R. Bonin, Magnetization switching and microwave oscillations in nanomagnets driven by spin-polarized currents// *PRL*, 2005, 94, 127206.
- [9] G. Bertotti, C. Serpico, I.D. Mayergoyz, A. Magni, R. Bonin, and M. d’Aquino, Current-induced magnetization dynamics in nanomagnets// *JMMM*, 316(2007), pp. 285–290.
- [10] R. O’Handly. *Modern Magnetic Materials*. Wiley, New York (2000) 768 p.
- [11] А. А. Андронов, Е.А. Леонтович, И.И. Гордон, А.Г. Майер. Качественная теория систем второго порядка, Наука, М. (1966), 568 с.
- [12] Н.Н. Баутин, Е.А. Леонтович. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости, Наука, М. (1990), 486с.
- [13] H. Frei, W.F. Brown, Jr., *Micromagnetics and Fine Particles*, *J. Appl. Phys.*, vol. 39, no 2, 1968, 993–994
- [14] Li Zhang, Weicheng Zhao, Yiqi Zhuang, Junlin Bao, Gefei Wang, Hualian Tang, Cong Li, Beilei Xu, A 16 Kb Spin-Transfer Torque Random Access Memory with Self-Enable Switching and Precharge Sensing Scheme, *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no 4, 2014, 3400107
- [15] R.L. Stamps, S. Breitkreitz, A.V. Chumak et al. The 2014 Magnetism Roadmap, *J.Phys.D: Appl.Phys.*, v. 47, no 33, 333001
- [16] A.D. Kent, D.C. Worledge A new spin on magnetic memories, *Nature Nanotechnology*, v 10, 2015, pp 187-191.

# Features of magnetization reversal in a MRAM cell with in-plane anisotropy

N.V. Ostrovskaya<sup>1</sup>, V.A. Skidanov<sup>1</sup>, I.A. Iusipova<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Institute for Design Problems in Microelectronics RAS, n.ost@ippm.ru

<sup>2</sup>National Research University of Electronic Technology MIET

**Keywords** — MRAM, perpendicular anisotropy, magnetization, free layer, fixed layer, the Landau-Lifshits-Gilbert equation, magnetization reversal.

## ABSTRACT

Magnetization dynamics in a three-layered nanopillar Co/Cu/Co structure driven by external magnetic field and spin-polarized electric current was researched using methods of the theory of bifurcations. The mathematical model is based on the Landau-Lifshits-Gilbert equation with the current term in the Slonczewski-Berger form. The direction of applied magnetic field was in line with the anisotropy axis. The physical model included the anisotropy field and the demagnetizing field. Because of a small size of the structure the space dependence of magnetization was not taken into account. The resulting system of equations has the form of the nonlinear dynamical system with the polynomial right-hand sides. The analysis of singularities of the dynamical system was performed that allows finding the values of applied field and current, for which the phase portrait of the dynamical system is topologically equivalent. The qualitative changes of the phase portraits associated with bifurcations of singular points were researched. The mathematical simulation of magnetization dynamics for typical values of field and current was performed. The range of parameters for complete switching of magnetization from parallel to anti-parallel configuration was determined. It was brought to light that there is a region of control parameters where complete switching does not take place but the free layer can be switched to the one of two intermediate axis-symmetrical positions (incomplete switching). Furthermore, the intervals of the field and the current where switching is fully impossible were found analytically. Therefore, the developed approach of qualitative theory of dynamical systems has permitted us to find such new modes of the magnetization dynamics as incomplete and accidental switching.

## REFERENCES

- [1] Chappert, C., Fert, A., Nguyen van Dau, F., The emergence of spin electronics in data storage, *Nature materials*, 6, 813–823 (2007).
- [2] Daughton, J.M., Magnetic tunneling applied to memory, *J.Appl.Phys.*, 81, 3758–3763 (1997).
- [3] Engel, B. et al., A 4-Mb toggle MRAM based on a novel bit and switching method, *IEEE Trans, Magn.*, 41, 132–136 (2005).
- [4] Slonczewski, J., Current-driven excitation of magnetic multilayers, *J.Magn.Magn.Matter*, 159, L1–L7 (1996).
- [5] Berger, L., Emission of spin waves by magnetic multilayer traversed by a current, *Phys.Rev. B* 54 9353–9358 (1996).
- [6] Albert, E.J., Katine, J.A., Buhrman, R.A.& Ralph, D.C. Spin-polarized current switching of a Co thin film nanomagnet, *Appl.Phys.Lett.* 77 3809–3811 (2000). J. Grollier, V. Cros, H. Jaffres, A. Hamzic, J.M. George, G. Faini, J. Ben Youssef, H. Le Gall, and A. Fert, Field dependence of magnetization reversal by spin transfer// *Phys. Rev. B* 67, 2003, 174402 (8 pages).
- [7] Fert, V. Cros, J.M. George, J. Grollier, H. Jaffres, A. Hamzic, A. Vaures, G. Faini, J. Ben Youssef, H. Le Gall, Magnetization reversal by injection and transfer of spin: experiments and theory// *JMMM*, 2004, 272–276, pp. 1706–1711.
- [8] G. Bertotti, C. Serpico, I.D. Mayergoyz, A. Magni, M. d’Aquino, and R. Bonin, Magnetization switching and microwave oscillations in nanomagnets driven by spin-polarized currents// *PRL*, 2005, 94, 127206.
- [9] G. Bertotti, C. Serpico, I.D. Mayergoyz, A. Magni, R. Bonin, and M. d’Aquino, Current-induced magnetization dynamics in nanomagnets// *JMMM*, 316(2007), pp. 285–290.
- [10] R. O’Handly. *Modern Magnetic Materials*. Wiley, New York (2000) 768 p.
- [11] A. A. Andronov, E.A. Leontovich, I.I. Gordon, A.G. Majer. *Kachestvennaja teorija sistem vtorogo porjadka*, Nauka, M. (1966), 568 s.
- [12] N.N. Bautin, E.A. Leontovich. *Metody i priemy kachestvennogo issledovaniya dinamicheskikh sistem na ploskosti*, Nauka, M. (1990), 486s.
- [13] H. Frei, W.F. Brown, Jr., *Micromagnetics and Fine Particles*, *J. Appl. Phys.*, vol. 39, no 2, 1968, 993–994
- [14] Li Zhang, Weicheng Zhao, Yiqi Zhuang, Junlin Bao, Gefei Wang, Hualian Tang, Cong Li, Beilei Xu, A 16 Kb Spin-Transfer Torque Random Access Memory with Self-Enable Switching and Precharge Sensing Scheme, *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no 4, 2014, 3400107
- [15] R.L. Stamps, S. Breitkreitz, A.V. Chumak et al. The 2014 Magnetism Roadmap, *J.Phys.D: Appl.Phys.*, v. 47, no 33, 333001
- [16] A.D. Kent, D.C. Worledge A new spin on magnetic memories, *Nature Nanotechnology*, v 10, 2015, pp 187–191