

# Моделирование возмущенных режимов схем фазовой автоподстройки частоты на основе передаточных характеристик блоков

М.М. Гурарий<sup>1</sup>, М.М. Жаров<sup>1</sup>, Л.П. Ионов<sup>2</sup>, И.И. Мухин<sup>2</sup>, С.Г. Русаков<sup>1</sup>, С.Л. Ульянов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН (ИППМ РАН), gourary@iprm.ru ,

<sup>2</sup>ОАО «НИИМА «Прогресс»»

**Аннотация** — В статье рассматривается метод расчета джиттера в схемах фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) под влиянием шумовых воздействий различной природы. Метод использует результаты анализа блоков ФАПЧ с помощью программ схемотехнического моделирования. Показано, что расчет джиттера сводится к получению фазовых передаточных функций на выход ФАПЧ от узлов поступления шумов каждого блока схемы. Предложена модификация известной линейной макромоделей ФАПЧ, учитывающая смещение спектров фазы на выходе делителя частоты. Для каждого блока получены выражения для вычисления искомого передаточных функций по результатам моделирования блоков ФАПЧ в режиме периодического малосигнального анализа.

**Ключевые слова** — аналоговые схемы, фазовая автоподстройка частоты, фазовый шум, джиттер, шумовой анализ, передаточная функция.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Исследование характеристик схем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) на основе непосредственного применения программ схемотехнического моделирования на транзисторном уровне требует очень высоких вычислительных затрат. Это явилось мотивацией для разработки подходов на основе построения макромоделей отдельных блоков для анализа различных характеристик ФАПЧ.

Одной из важнейших характеристик ФАПЧ является джиттер, то есть отклонение фазы выходного сигнала во временной области. Поскольку определение джиттера путем моделирования полной принципиальной схемы ФАПЧ требует неприемлемо высоких вычислительных затрат, были разработаны подходы, основанные на построении макромоделей отдельных блоков ФАПЧ. К наиболее эффективным подходам такого вида относится метод на основе фазовых макромоделей, подробно представленный в [1]. Этот метод основан на использовании результатов шумового моделирования отдельных блоков ФАПЧ универсальной программой схемотехнического моделирования Spectre RF [2]. Такой подход позволяет определить джиттер, вызванный физическими шумами компонентов схемы, но не учитывает влияние

переключательных шумов интегральной схемы, а также детерминированных помех с известным спектром, передающихся на узлы ФАПЧ через подложку или цепи питания. Под переключательным шумом далее понимаются псевдослучайные колебания напряжений в цепях подложки и питания, вызванные множественными переключениями логических элементов в цифровой части схемы. Для систем на кристалле влияние таких шумов на джиттер часто оказывается критическим.

Учет всех видов шумового воздействия на джиттер может быть основан на оценке спектральной плотности мощности (СПМ) фазового шума на выходе ФАПЧ. Для этой оценки необходимо определить СПМ источников шума, передаточные функции (ПФ) от источников к узлам ФАПЧ и фазовую ПФ от узлов ФАПЧ к ее выходу. В настоящее время достаточно подробно освещены вопросы характеристики СПМ переключательного шума [3, 4], оценки и редукции ПФ через подложку/питание [3, 5]. Поэтому задача расчета джиттера в ФАПЧ ограничена вопросами расчета ПФ от любого узла схемы ФАПЧ к выходному джиттеру. Подобная задача решается в [6], где впервые указано на необходимость учета смещения спектров фазы при делении частоты. Однако в этой работе расчет ПФ блоков основан на функции импульсной чувствительности во временной области, определение которой не является стандартным режимом современных программ схемотехнического моделирования. Другое ограничение указанной статьи состоит в отсутствии анализа ПФ для делителя частоты.

В настоящей работе предлагается подход к расчету джиттера, позволяющий учесть все виды шумового воздействия на ФАПЧ произвольного вида. Решение задачи основывается на моделировании блоков в стандартных режимах периодического малосигнального анализа [2]. Для всех блоков получены выражения для формирования требуемых ПФ по результатам моделирования.

## II. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Основное стандартное допущение при проведении шумового анализа схем состоит в предположении

достаточной малости возбуждения, что позволяет линеаризовать схему в рабочей точке. Линейный шумовой анализ [7] основан на использовании передаточных функций (ПФ), показывающих зависимость коэффициента передачи синусоидального сигнала от его частоты  $\omega$

$$U^{out} = H(\omega) \cdot U^{inp}, \quad (1)$$

где  $H(\omega)$  – это ПФ, а  $U^{inp}, U^{out}$  – амплитуды входного и выходного сигналов.

Шумы, представляющие собой стационарные случайные процессы  $\zeta(t)$ , характеризуются спектральной плотностью мощности (СПМ), которая определяется как преобразование Фурье от автокорреляционной функции процесса [8]. При линейном преобразовании (1) СПМ имеет вид

$$S_{\zeta}^{out}(\omega) = |H(\omega)|^2 \cdot S_{\zeta}^{inp}(\omega). \quad (2)$$

Мощность выходного шума равна его дисперсии и вычисляется интегрированием СПМ

$$P = \sigma^2(\zeta) = \int_{\omega} S_{\zeta}^{out}(\omega) d\omega. \quad (3)$$

ПФ вида (1) соответствуют линейным (или линеаризованным) схемам с постоянными параметрами. Они могут быть получены программами моделирования в режиме малосигнального частотного анализа схемы в статической рабочей точке.

В нелинейной схеме под периодическим воздействием с круговой частотой  $\omega_0$  установившемуся режиму соответствует стационарный периодический режим. Электрические переменные в этом случае представляются рядами Фурье с гармониками

$$X_k \exp jk\omega_0 t \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (4)$$

В результате дополнительного малого синусоидального возбуждения  $U_m^{inp} \exp j(m\omega_0 + \omega)t$  ( $|\omega| < \omega_0/2$ ) на выходе схемы появляются гармоники с комбинационными частотами  $k\omega_0 + \omega$ , имеющие вид  $U_k^{out} \exp j(k\omega_0 + \omega)t$ , с амплитудами, линейно зависящими от входных амплитуд

$$U_k^{out} = H_k(m\omega_0 + \omega) \cdot U_m^{inp}, \quad (5)$$

где  $H_k(m\omega_0 + \omega)$  – это периодическая ПФ от боковой полосы  $m$ -й гармоники ( $m\omega_0 + \omega$ ) во входном спектре к боковой полосе  $k$ -й гармоники ( $k\omega_0 + \omega$ ) на выходе.

Совокупность ПФ образует гармоническую передаточную матрицу (ГПМ)  $\tilde{H}(\omega)$  [9], для которой  $\tilde{H}_{km}(\omega) = H_k(m\omega_0 + \omega)$ , что позволяет рассматривать (5) как выражение (1) в матрично-векторной форме. Программы моделирования обеспечивают вычисление

ГПМ в режимах периодического малосигнального анализа [2]. При этом за один сеанс работы можно получить либо строку (анализ периодической ПФ – Periodic Transfer Function), либо столбец (анализ малого синусоидального возбуждения в периодическом режиме – Periodic AC) ГПМ.

Для расчета выходной СПМ выражение (2) в периодическом случае меняется на следующее выражение

$$S_{\zeta}^{out}(k\omega_0 + \omega) = \sum_m |H_{km}(\omega)|^2 \cdot S_{\zeta}^{inp}(m\omega_0 + \omega). \quad (6)$$

Периодическое малосигнальное возмущение имеет особенности для схем на основе автогенераторов, включая ФАПЧ. Возмущенный сигнал таких схем близок к фазово-модулированному сигналу. То есть возмущенные гармоники (4) имеют вид

$$X_k \exp jk(\omega_0 t + \varphi(t)) \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (7)$$

где фаза  $\varphi(t)$  при входном синусоидальном возбуждении также синусоида

$$\varphi(t) = \Phi \cdot \exp j\omega t \quad (8)$$

с амплитудой, определяемой фазовой ПФ

$$\Phi = \hat{H}_m(\omega) \cdot U_m^{inp}. \quad (9)$$

Фазовая ПФ  $\hat{H}_m(\omega) = \hat{H}(m\omega_0 + \omega)$ , в отличие от компонентов ГПМ для электрической переменной, на выходе не содержит индекса  $k$  и определяется только для основной полосы ( $k = 0$ ) частот выходного сигнала  $\varphi(t)$ . Это объясняется следующим образом. Зависимость  $\varphi(t)$  практически полностью определяется величинами  $\varphi(nT)$  – значениями фазового сдвига в моменты, кратные периоду большого сигнала  $T = 2\pi / \omega_0$ . При этом результаты модуляции фазы с частотой  $k\omega_0 + \omega$  совпадают с результатами модуляции с частотой  $\omega$  в моменты  $nT$ , что следует из цепочки равенств:

$$\begin{aligned} \varphi(nT) &= \Phi \exp j(k\omega_0 + \omega)nT = \\ &= \Phi \exp j(2\pi kn + \omega nT) = \Phi \exp j\omega nT \end{aligned} \quad (10)$$

Это означает, что наличие в фазовом сигнале гармоник вида  $\Phi_k \exp j(k\omega_0 + \omega)t$  эквивалентно присутствию только одной гармоники  $\Phi \exp j\omega t$  с суммарной амплитудой

$$\Phi = \sum_{k=0}^K \Phi_k. \quad (11)$$

Этот эффект называется наложением спектров (spectrum aliasing) при дискретизации [8].

Выражение (7) для гармоник фазово-модулированного сигнала соответствует представлению этого сигнала во временной области как  $x(t + \tau(t))$ , где  $x(t)$  – невозмущенный сигнал, а

$\tau(t)$  – изменяющаяся во времени задержка сигнала. Эта задержка определяет простейшую метрику джиттера  $j_{ee}(t) = \tau(t)$ . Другие метрики [1] – это изменение длительности интервала из  $k$  периодов  $j_k(t) = \tau(t + kT) - \tau(t)$  и изменение разницы соседних периодов  $j_{cc}(t) = \tau(t + 2T) - 2 \cdot \tau(t + T) + \tau(t)$ . Так как  $\tau(t) = \varphi(t)/\omega_0 = \varphi(t) \cdot T/2\pi$ , то эти метрики можно записать как линейные преобразования фазы  $\Phi$  в джиттер  $J = H^J \cdot \Phi$  с ПФ

$$\begin{aligned} H_{ee}^J(\omega) &= T/2\pi, H_{cc}^J(\omega) = T \sin^2(\omega T/2)/2\pi, \\ H_k^J(\omega) &= T(\exp.jk\omega T - 1)/2\pi \end{aligned} \quad (12)$$

В качестве статистической характеристики джиттера берется среднеквадратичное отклонение, которое можно найти интегрированием выходной СПМ в требуемом диапазоне частот (3). СПМ джиттера схемы ФАПЧ определяется по выражению вида (6) после нахождения ПФ от источника шума к выходу ФАПЧ. Эта ПФ является произведением следующих ПФ: начальная ПФ вида (1) паразитной связи источника шума с узлом схемы ФАПЧ; конечная ПФ (12) преобразования фазы в джиттер; фазовая периодическая ПФ вида (9) от указанного узла к выходу ФАПЧ, расчет которой рассматривается далее в этой статье.

### III. ФАЗОВАЯ МАКРОМОДЕЛЬ ФАПЧ

Блок-схема ФАПЧ (рис. 1) содержит [10] фазовый детектор (ФД, PD), фильтр нижних частот (ФНЧ, LF), генератор, управляемый напряжением (ГУН, VCO), и делитель частоты (ДЧ, FD). Здесь в скобках приведены как русские, так и английские аббревиатуры для соответствующих блоков. Для ФАПЧ с подкачкой заряда мы объединяем частотно-фазовый детектор и токовый ключ в один блок ФД.

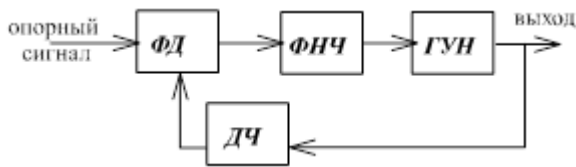


Рис. 1. Блок-схема ФАПЧ

Основные характеристики блоков ФАПЧ:

- зависимость (близкая к линейной) частоты ГУН от входного напряжения  $v$ :  $\omega_{vco} = F^{VCO}(v)$ ;
- зависимость (2 $\pi$ -периодическая) постоянной составляющей напряжения на выходе ФД от разности фаз опорного сигнала и сигнала обратной связи на выходе ДЧ:  $v = F^{PD}(\varphi_{REF} - \varphi_{FD})$ ;
- частотная ПФ ФНЧ –  $K^{LF}(\omega)$ ;
- коэффициент деления ДЧ –  $N$ , т. е.  $\omega_{FD} = \omega_{vco}/N$ ,  $\varphi_{FD} = \varphi_{vco}/N$ .

Стационарный режим ФАПЧ легко определяется по заданной частоте опорного сигнала  $\omega_R$ . При этом

учитывается, что в таком режиме частоты сигналов, поступающих на ФД, равны между собой ( $\omega_{FD} = \omega_R$ ), и частота ГУН устанавливается равной  $\omega_{vco} = N\omega_R$ . Найдя  $\omega_{vco}$ , можно определить входное напряжение ГУН через обратную функцию к  $F^{VCO}$ . После этого аналогичным образом можно найти значение  $\varphi_{FD}$ , так как  $\varphi_{REF}$  известна.

Зависимости  $F^{VCO}$ ,  $F^{PD}$  определяются путем моделирования ГУН и ФД в стационарном периодическом режиме (PSS) [2] с прогоном значений параметров в требуемых диапазонах. Результаты моделирования, соответствующие найденным величинам  $v$ ,  $\varphi_{FD}$ , являются периодической рабочей точкой для проведения последующего моделирования блоков в периодическом малосигнальном режиме.

При малом шумовом воздействии схема ФАПЧ может быть представлена макромоделью, полученной линеаризацией характеристик блоков вблизи стационарного режима. Модель ФД представляется безынерционным коэффициентом передачи  $K^{PD} = dF^{PD}/d\varphi$  (для ФАПЧ с токовым ключом  $K^{PD} = I_{max}/2\pi$ , где  $I_{max}$  – максимальный ток ключа). ГУН характеризуется коэффициентом чувствительности его частоты ( $\omega_{vco}$ ) к входному напряжению ( $V_{inp}$ ):  $K^{VCO} = \partial\omega_{vco}/\partial V_{inp}$ . Фазовая модель ГУН описывается как интегратор с ПФ  $K^{VCO}/j\omega$ . Это следует из известного представления мгновенной частоты как производной от фазы по времени. ДЧ преобразует фазу и частоту с ПФ  $1/N$ , где  $N$  – коэффициент деления.

В целом макромодель ФАПЧ представляется [2] в виде линейной системы с обратной связью (рис. 2), переменными состояниями которой являются возмущения напряжения на выходе ФНЧ и фазы на выходах ГУН и ДЧ.

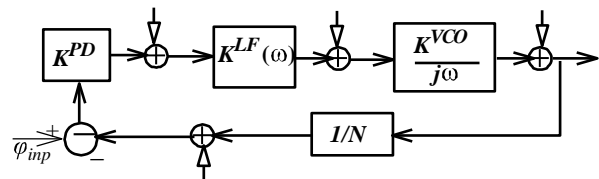


Рис. 2. Линейная макромодель ФАПЧ с шумовыми входами, на выходах блоков

Из линейной макромодели (рис. 2) легко получить ПФ от шумовых входов (показаны стрелками) на выходе каждого блока к выходу ФАПЧ [2]:

$$\begin{aligned} G^{VCO}(\omega) &= \frac{j\omega}{j\omega + K(\omega)}, G^{FD}(\omega) = \frac{-K(\omega)}{j\omega + K(\omega)}, \\ G^{PD}(\omega) &= \frac{K^{VCO} K^{LF}(\omega)}{j\omega + K(\omega)}, G^{LF}(\omega) = \frac{K^{VCO}}{j\omega + K(\omega)}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $K(\omega) = K^{PD} K^{VCO} K^{LF}(\omega) / N$ .

Линейная макромоделль ФАПЧ справедлива при частоте фазового возмущения меньше опорной частоты ( $\omega < \omega_R$ ). Однако на выходе ГУН могут возникнуть возмущения с частотой  $\omega_{FD} < \omega' < \omega_{VCO}$ . Прохождение такого сигнала через ДЧ определяется эффектом смещения спектров (10), (11), приводящего к тому, что фазовое возмущение с частотой  $\omega' = m\omega_{FD} + \omega$  ( $m \ll N, \omega < \omega_{FD}$ ) преобразуется на выходе ДЧ в возмущение с частотой  $\omega$ . Такое преобразование представлено на рис. 3 в виде измененной макромоделли ДЧ в схеме на рис. 2.

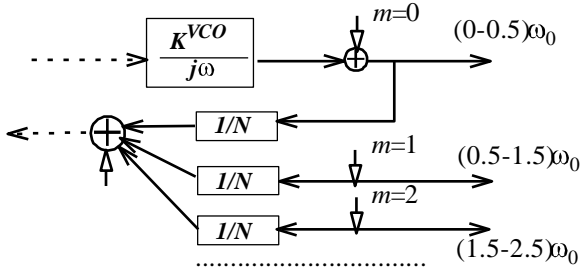


Рис. 3. Модификация линейной макромоделли ФАПЧ с учетом эффекта наложения частот в ДЧ

В модифицированной макромоделли шумовой вход на выходе ГУН представляется в виде нескольких входов, каждый из которых соответствует  $m$ -й полосе частот вблизи  $m\omega_{FD}$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ). Аналогичным образом “расщепляется” выход ФАПЧ, совпадающий с выходом ГУН.

Эти изменения макромоделли требуют изменения ПФ  $G^{VCO}$  от выхода ГУН. ПФ должна представляться в матричном виде как ГПМ  $\tilde{G}^{VCO}$  с ПФ компонентами  $\tilde{G}_{km}^{VCO}$ . Из рис. 3 легко найти, что при  $k = m = 0$  эта ПФ совпадает с  $G^{VCO}$  (13), т.е.  $\tilde{G}_{00}^{VCO}(\omega) = G^{VCO}(\omega)$ . Остальные диагональные элементы ГПМ имеют единичные значения, что соответствует прямому поступлению сигнала на выход ФАПЧ (рис. 3) без прохождения ДЧ. При  $k = 0, m > 0$  элементы ГПМ определяются с учетом прохождения сигнала фазовой модуляции с частотой  $m\omega_{FD} + \omega$  через ДЧ с преобразованием частоты в  $\omega$  и последующим прохождением сигнала по петле обратной связи –  $\tilde{G}_{0m}^{VCO}(\omega) = G^{FD}(\omega) / N$ . Остальные недиагональные элементы ГПМ – нулевые, что отражает отсутствие преобразования частоты фазового сигнала  $m\omega_{FD} + \omega$  в  $k\omega_{FD} + \omega$  при  $k > 0, k \neq m$ . Окончательно имеем

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{00}^{VCO} &= G^{VCO}, \tilde{G}_{mm}^{VCO} = 1, \tilde{G}_{mk}^{VCO} = 0, \\ \tilde{G}_{0m}^{VCO}(\omega) &= \frac{-jK(\omega)}{N \cdot (j\omega + K(\omega))} \quad (m > 0, m \neq k). \end{aligned} \quad (14)$$

Для остальных блоков ФАПЧ изменение ПФ (13) не требуется, так как шум на их выходах содержит лишь низкие частоты.

#### IV. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОЛНЫХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ БЛОКОВ ФАПЧ

В этом разделе мы рассмотрим для каждого блока вывод выражений для фазовой ПФ на выход ФАПЧ от узла блока, к которому прилагается гармоническое возмущение. В общем случае эта ПФ представляется как гармоническая передаточная матрица (ГПМ)  $\tilde{H}_{(n)}^{B,PLL}$ , где  $B$  – обозначение рассматриваемого блока,  $n$  – индекс узла приложения возмущения, который указывается в скобках для того, чтобы отличить его от индексов гармоник в элементах ГПМ. В матричной форме искомую ПФ можно определить как суперпозицию  $\tilde{H}_{(n)}^{B,PLL} = \tilde{H}_{(n)}^B \cdot \tilde{G}^B$ , где  $\tilde{G}^B$  – ГПМ от выхода блока  $B$  к выходу ФАПЧ, определенная в (13, 14), а  $\tilde{H}_{(n)}^B$  – ГПМ от узла  $n$  к выходу блока  $B$ , определяемая с помощью моделирования блока в режиме периодического малосигнального анализа. Имеется, однако, ряд особенностей отдельных блоков, связанных с ограниченностью полосы пропускания фильтра, фазовым выходом некоторых блоков и др., которые не позволяют формально осуществить расчет на основе приведенного выше выражения для любого блока. Определение конкретных выражений для каждого блока представлено ниже.

##### A. Фазовый детектор

Выходная переменная ФД – электрическая величина, поэтому результаты периодического малосигнального анализа позволяют непосредственно получить ПФ от шумового узла  $n$  к выходу ФД. Учитывая, что интерес представляет лишь диапазон выходных частот ФД в пределах полосы пропускания ФНЧ, которая всегда меньше опорной частоты, можно не рассматривать полосы высших гармоник на выходе и определить ПФ как  $H_{(n)}^{PD}(m\omega_{REF} + \omega) = \tilde{H}_{0,m(n)}^{PD}(\omega)$ .

Умножение этой ПФ на  $G^{PD}$  (13) приводит к фазовой ПФ от  $n$ -го узла ФД на выход ФАПЧ в виде

$$\begin{aligned} H_{(n)}^{PD,PLL}(m\omega_R + \omega) &= \\ &= H_{(n)}^{PD}(m\omega_R + \omega) \frac{j\omega K^{VCO} K^{LF}(\omega)}{j\omega + K(\omega)}. \end{aligned} \quad (15)$$

##### B. Генератор, управляемый напряжением

Для определения фазовой ПФ для ГУН мы рассматриваем возмущение с частотой  $\omega' = m\omega_R + \omega$ , возникающее на выходе ГУН при поступлении на его узел  $n$  синусоидального сигнала с частотой  $k\omega_{VCO} + \omega'$ , где  $k$  – номер гармоники ГУН. Как показано в [11], при малых  $\omega'$ , по сравнению с  $\omega_{VCO}$ , можно получить выражение для фазовой ПФ на выход автогенератора от его  $n$ -го узла в виде

$$\hat{H}_{(n)}^{VCO}(k\omega_{VCO} + \omega') = \frac{\omega_{VCO} V_{k(n)}}{j\omega'} \quad (16)$$

Здесь  $V$  – вектор проекции возмущений (ВПВ) [12] генераторной схемы в частотной области. Современные программы моделирования включают возможность вычисления ВПВ [2].  $V_{k(n)}$  – это компонента ВПВ для  $k$ -й гармоники и  $n$ -го узла. Фазовая ПФ  $\hat{H}_{l(n)}^{VCO,PLL}(k\omega_{VCO} + m\omega_R + \omega)$  от  $n$ -го узла ГУН к частоте  $l\omega_R + \omega$  на выходе ФАПЧ определяется умножением (16) на соответствующую компоненту ГПМ  $\hat{G}^{VCO}$  от выхода ГУН (14)

$$\hat{H}_{l(n)}^{VCO,PLL}(k\omega_{VCO} + m\omega_R + \omega) = \begin{cases} \omega_{VCO} V_{k(n)} / (j\omega + K(\omega)) & \text{при } l = m = 0 \\ \frac{-\omega\omega_R V_{k(n)} K(\omega)}{(j\omega + K(\omega))(m\omega_R + \omega)} & \text{при } l = 0, m > 0 \\ j\omega_{VCO} V_{k(n)} / (m\omega_R + \omega) & \text{при } l = m > 0 \end{cases} \quad (17)$$

Отметим, что расчеты по формуле (17) не требуют проведения малосигнального анализа ГУН, так как ВПВ формируется на этапе моделирования периодического стационарного режима.

### С. Фильтр нижних частот

ФНЧ является линейной схемой относительно любого входа, поэтому его анализ сводится к определению обычной ПФ  $H^{LPF}(\omega)$  в режиме частотного анализа в статической рабочей точке. Фильтрующие свойства ФНЧ гарантируются только от основного входа, а от других входов высокие частоты могут пропускаться. Поэтому нельзя получить фазовую ПФ как  $H_{(n)}^{LPF} \cdot G^{LPF}$ , так как  $G^{LPF}(\omega)$  определена только для низких частот. Используя выражение (16) для учета прохождения высоких частот через основной вход ГУН (узел  $inp$ ), получим

$$\begin{aligned} \hat{H}_{l(n)}^{LPF,PLL}(k\omega_{VCO} + m\omega_R + \omega) &= \\ &= H_{(n)}^{LPF} \cdot \hat{H}_{l(inp)}^{VCO,PLL}(k\omega_{VCO} + m\omega_R + \omega), \end{aligned} \quad (18)$$

где  $\hat{H}_{l(inp)}^{VCO,PLL}$  определена в (17) для узла  $n = inp$ .

### Д. Делитель частоты

Выходной переменной ДЧ в линейной макромодели (рис. 2, 3) является фаза сигнала, что не позволяет непосредственно использовать результаты периодического малосигнального анализа для получения ПФ от малосигнального напряжения в шумовом узле. Для применения этих результатов нужно определить зависимость амплитуды фазовой модуляции  $\Phi$  (8) от амплитуд гармоник возмущения  $U_k$ . Для малых значений  $\Phi$  линеаризация (7) и сравнение полученных результатов с (4) приводит к выражению

$$U_k = kX_k \Phi \text{ или } \Phi = U_k / X_k \quad (19)$$

Для оценки фазовой модуляции можно взять соотношение (19) при некотором  $k$ . Например, при  $k=1$   $\Phi = U_1 / X_1$ , что соответствует известному соотношению между фазовым и электрическим шумом [12]. Из (6, 10) следует такое же соотношение между фазовой ПФ (9) и электрической ПФ (5):  $\hat{H}_{(n)}^{FD} = H_{1,(n)}^{FD} / X_1^{FD}$ , что позволяет найти  $\hat{H}_{(n)}^{FD}$ , из  $H_{1,(n)}^{FD}$ , после чего ПФ на выход ФАПЧ определяется как

$$\hat{H}_{(n)}^{FD}(m\omega_R + \omega) = H_{1,(n)}^{FD}(m\omega_R + \omega) / X_1^{FD} \quad (20)$$

Если поведение возмущенной схемы достаточно точно соответствует процессу фазовой модуляции, то метод (20) является корректным в том смысле, что определение амплитуды фазы по первой гармонике (20) приводит к выполнению (19) для всех гармоник. Однако ДЧ, вообще говоря, не является чистым фазовым модулятором в отношении любого шумового входа, поэтому (20) является некоторой аппроксимацией для выделения фазового возмущения из полного возмущения на выходе. Не всегда такая аппроксимация может быть подходящим решением, поэтому мы рассмотрим другие варианты оценки, учитывающие все гармоники.

В работе [13] оценку джиттера для одиночных переключений предлагается производить методом наименьших квадратов. Здесь мы рассмотрим применение этой идеи для периодического режима.

В этом случае  $\Phi$  определяется значением, которое минимизирует среднеквадратичную ошибку равенств (19), то есть квадратичную форму  $\sum_m |U_m - mX_m \Phi|^2$ , минимум которой достигается при значении  $\Phi = \sum_m mX_m U_m / \sum_m |mX_m|^2$ , что соответствует представлению фазовой ПФ в виде

$$\hat{H}_{(n)}^{FD}(m\omega_R + \omega) = \frac{\sum_k kX_k^{FD} H_{k(n)}^{FD}(m\omega_R + \omega)}{\sum_k |kX_k^{FD}|^2} \quad (21)$$

Такой метод представляется эффективным для аналоговых систем.

Для импульсных систем целесообразнее определение фазовой ПФ на основе известной оценки сдвига сигнала  $x(t)$  по времени в заданный момент под воздействием аддитивной помехи  $\Delta x(t)$  [3]:

$$\tau(t_0 + nT) = \frac{\Delta x(t_0 + nT)}{x'(t_0)}, \text{ где } x' = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=t_0} \quad (22)$$

Здесь  $t_0$  для периодического сигнала – это заданный момент времени на периоде, который соответствует максимальной крутизне сигнала:  $x'(t_0) = \max_{0 \leq t < T} |x'(t)|$ .

Для определения фазовой ПФ от  $n$ -го узла ДЧ на его выход следует определить помеху  $\delta x(t)$ , возникающую

на выходе ДЧ при единичной гармонике с частотой  $m\omega_R + \omega$ . Эта поеха состоит из гармоник  $k\omega_{REF} + \omega$  с амплитудами  $H_{k(n)}^{FD}(m\omega_R + \omega)$ . Записав выражение для  $\delta x$ , подставим его в (22) и распространим его область определения с дискретных значений  $t_0 + nT$  на всю непрерывную ось времени. В результате, учитывая, что  $\Phi(t) = \omega_R \cdot \tau(t)$ , получим формулу:

$$\hat{H}_{(n)}^{FD}(m\omega_R + \omega) = \omega_R \frac{\sum_k H_{k(n)}^{FD}(m\omega_R + \omega) \exp jk\omega_R t_0}{\sum_k kX_k^{FD} \exp jk\omega_R t_0} \quad (23)$$

Полученные в данном разделе выражения (15-18, 20, 21, 23) полностью определяют систему фазовых ПФ от любого узла ФАПЧ к его выходу и позволяют разработать программу обработки результатов малосигнального моделирования блоков ФАПЧ для расчета джиттера от произвольных возмущений.

#### V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена методика расчёта джиттера в схемах ФАПЧ для шумовых воздействий произвольного происхождения. Методика предполагает использование результатов схемотехнического моделирования блоков ФАПЧ в режиме периодического малосигнального анализа. При обосновании методики получен ряд новых результатов, в том числе:

- предложена модификация линейной макромодели ФАПЧ с учетом эффекта наложения частот в делителе частоты;

- получены выражения для передаточной функции в контуре обратной связи ФАПЧ с учетом эффекта наложения частот в делителе частоты;

- получены выражения для фазовой передаточной функции от произвольного узла каждого блока к выходу ФАПЧ.

Для аналоговых и импульсных сигналов рассмотрены различные варианты методик получения амплитуды фазового возмущения по значениям аддитивного возмущения, определяемого из периодического малосигнального анализа блока. На

основе рассмотрения получены дополнительные варианты выражений для фазовой передаточной функции делителя частоты.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Kundert K., Modeling and simulation of jitter in PLL frequency synthesizers. <http://www.designers-guide.org/> August 2006.
- [2] Virtuoso® Spectre. Circuit Simulator User Guide. Product Version 7.0.1. Cadence Design Systems Inc., 2008.-373 pp.
- [3] Heydari P., Analysis of the PLL Jitter Due to Power/Ground and Substrate Noise // IEEE Trans. Circ. Syst. I. – 2004. - vol. 54. - no. 12. - P. 2404 -2416.
- [4] Chan H., Zilic Z., Modeling Simultaneous Switching Noise-Induced Jitter for System-on-Chip Phase-Locked Loops// 44th ACM/IEEE Design Automation Conf. - 2007. - P. 430 – 435.
- [5] Costa, J.P. Chou, M. Silveira, K.M., Efficient techniques for accurate extraction and modeling of substrate coupling in mixed-signal IC's // Design, Automat. and Test in Europe. – 1999. - P. 396 - 400.
- [6] Vamvakos, S.D. Stojanovic, V. Nikolic, B., Discrete-Time, Linear Periodically Time-Variant Phase-Locked Loop Model for Jitter Analysis // IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Regular Papers. – 2011. - vol. 58. - No. 6. - P. 1211 – 1224.
- [7] Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. Основные методы. М.: Мир, 1982 – 428 с.
- [8] Proakis J. G., Manolakis D. G. Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and Applications, 3rd Ed., New York: MacMillan, 1992.
- [9] Vanassche P., Gielen G. and Sansen W. Symbolic modeling of periodically time-varying systems using harmonic transfer matrices // IEEE Trans. on Computer-Aided Design. – 2002. - vol. 21. - No. 9.- P. 1011-1024.
- [10] Banerjee D., PLL Performance, Simulation, and Design, Dean Banerjee Pubns, 2006. - 344 pp.
- [11] Gourary M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L., Zharov M.M., Mulvaney B.J., Evaluation of Oscillator Phase and Frequency Transfer Functions // In: Scientific Computing in Electrical Engineering, Book series: Mathematics in Industry, 14. - Springer, 2010. - P. 183-190.
- [12] Demir A., Mehrotra A., and Roychowdhury J., Phase Noise in Oscillators: A Unifying Theory and Numerical Methods for Characterization // IEEE Trans. on Circuits and Systems – I. – 2000. - vol. 47. - No. 5 - P. 655-674.
- [13] Gourary M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L., Zharov M.M., Mulvaney B.J., Approximation Approach for Timing Jitter Characterization in Circuit Simulators // Proc. of DATE 2003 Conf., Munich. – 2003. - P. 156-161 .

# Simulation of PLL Perturbation Based on Blocks Transfer Functions

M.M. Gourary<sup>1</sup> M.M., L.P. Ionov<sup>2</sup>, I.I. Muhin<sup>2</sup>, S.G. Rusakov<sup>1</sup>, S.L. Ulyanov<sup>1</sup>, M.M. Zharov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institute for Design Problems in Microelectronics of Russian Academy of Sciences (IPPM RAS)  
gourary@ippm.ru

<sup>2</sup>Progress Microelectronic Research Institute (JSC Progress MRI)

**Keywords** — analog circuits, jitter, noise analysis, phase noise, PLL, transfer function.

## ABSTRACT

An approach to analyze PLL jitter under noise excitations of different origin is considered in the paper. Both device noise and switching noise can be captured by the proposed approach. It is shown that jitter evaluation is reduced to obtaining phase transfer functions from any circuit node to the PLL output. The modification of the known linear PLL macromodel taking into account phase spectrum aliasing in the frequency divider is obtained. Expressions for the evaluation of required phase transfer functions derived in the paper are based on the periodic AC simulation results of PLL blocks. Different approaches to the transform of the frequency divider electrical noise into its phase noise are discussed.

## REFERENCES

- [1] Kundert K., Modeling and simulation of jitter in PLL frequency synthesizers. <http://www.designers-guide.org/> August 2006.
- [2] Virtuoso® Spectre. Circuit Simulator User Guide. Product Version 7.0.1. Cadence Design Systems, Inc. 2008. 373 pp.
- [3] Heydari P., Analysis of the PLL Jitter Due to Power/Ground and Substrate Noise // IEEE Trans. Circ. Syst. I, vol. 54, no. 12, pp. 2404 -2416, Dec. 2004
- [4] Chan H., Zilic Z., Modeling Simultaneous Switching Noise-Induced Jitter for System-on-Chip Phase-Locked Loops// 44th ACM/IEEE Design Automation Conference, DAC '07, pp. 430 - 435, 2007.
- [5] Costa, J.P. Chou, M. Silveira, K.M., Efficient techniques for accurate extraction and modeling of substrate coupling in mixed-signal IC's // Design, Automat. and Test in Europe, pp. 396 - 400,1999.
- [6] Vamvakos, S.D. Stojanovic, V. Nikolic, B., Discrete-Time, Linear Periodically Time-Variant Phase-Locked Loop Model for Jitter Analysis // IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Regular Papers, Vol.58 , No. 6, pp. 1211 – 1224, 2011
- [7] Otnes R.K., Enochson L., Applied Time Series Analysis, Basic Techniques, A Willey-Interscience Publication, John Willey and Sons, New York-Chicister-Brisbane-Toronto, 1978, pp. 428
- [8] Proakis J. G., Manolakis D. G. Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and Applications, 3rd Ed., New York: MacMillan, 1992, pp. 968.
- [9] Vanassche P., Gielen G. and Sansen W. Symbolic modeling of periodically time-varying systems using harmonic transfer matrices // IEEE Trans. on Computer-Aided Design, vol. 21, No. 9, 2002, pp. 1011-1024
- [10] Dean Banerjee, PLL Performance, Simulation, and Design Dean Banerjee Pubns, 2006. - 344 pp.
- [11] Gourary M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L., Zharov M.M., Mulvaney B.J., "Evaluation of Oscillator Phase and Frequency Transfer Functions." In: Scientific Computing in Electrical Engineering, Book series: Mathematics in Industry, 14, Springer, 2010, pp. 183-190.
- [12] Demir A., Mehrotra A., and Roychowdhury J., "Phase Noise in Oscillators: A Unifying Theory and Numerical Methods for Characterization," IEEE Trans. on Circuits and Systems - I, vol. 47, pp. 655-674, May 2000.
- [13] Gourary M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L., Zharov M.M., Mulvaney B.J., "Approximation Approach for Timing Jitter Characterization in Circuit Simulators," Proc. of DATE 2003 Conf., Munich, March 2003, pp. 156-161 .