

Анализ искажений от модуляции выходной ёмкости в ЦАП с коммутацией токов

Г.А. Свизев

ИТА ЮФУ, АО «НИИМА «Прогресс», grits1989@mail.ru

Аннотация — Рассмотрена модуляция выходной ёмкости ЦАП и вызываемые ей нелинейные искажения выходного сигнала. Предложена новая модель этой модуляции. Получены оценки её влияния на SFDR.

Ключевые слова — ЦАП, гармонические искажения, HD3, интермодуляционные искажения, IMD3, SFDR.

I. ВВЕДЕНИЕ

Для большинства современных приложений быстродействующих ЦАП (например, телекоммуникации) основной интерес, кроме разрядности N и частоты выборки f_{clk} , представляет спектральная «чистота» синтезируемых сигналов и соответствующие частотные параметры искажений (SFDR, IMD и др.).

В статье подробно рассмотрено влияние одного из наиболее часто обсуждаемых факторов, создающих искажения в спектре выходного сигнала ЦАП с коммутацией токов, а именно – модуляции выходной ёмкости (импеданса) ЦАП. Предложена новая математическая модель этого фактора. При анализе модели получены выражения, позволяющие численно оценить влияние модуляции выходной ёмкости на основной частотный параметр ЦАП – динамический диапазон, свободный от паразитных составляющих (SFDR).

II. ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Среди существующих архитектур ЦАП наибольшее быстродействие имеет архитектура с коммутацией токов [1], [2], что сделало её стандартом для реализации быстродействующих ЦАП.

Базовым элементом таких ЦАП являются токовые ячейки, составляющие разряды ЦАП.

Выходное сопротивление и ёмкость токовой ячейки отличаются во включенном и выключенном состояниях. Поэтому при их переключении наблюдается изменение (модуляция) выходного импеданса ЦАП, что вызывает нелинейные искажения выходного сигнала.

Для достаточно низкочастотных сигналов выходной импеданс ЦАП аппроксимируется его выходным сопротивлением (R_{out}). При этом нелинейные искажения выходного сигнала определяются статической нелинейностью

преобразования, возникающей из-за модуляции R_{out} , коррелированной с входным кодом ЦАП.

Однако с повышением частоты синтезируемых сигналов ёмкостная составляющая выходного импеданса уменьшается и при достаточно высоких частотах доминирующим образом определяет выходной импеданс. Поэтому требуется дополнительный анализ её влияния на искажения выходного сигнала.

Кроме того, паразитные ёмкости транзисторов являются режимозависимыми величинами и в режиме большого сигнала могут значительно изменяться. По этой причине возникает паразитная модуляция выходной ёмкости ЦАП (C_{out}), которая в совокупности с модуляцией выходного сопротивления вызывает модуляцию выходного импеданса ЦАП. В свою очередь, модуляция выходного импеданса обуславливает соответствующую модуляцию выходной постоянной времени ($\tau_{out} = R_{out} C_{out}$). Поэтому при переключении разрядов (нормированная) форма импульсов переходного процесса на выходе ЦАП изменяется в зависимости от текущей выходной постоянной времени. Наконец, искажения формы выходного сигнала говорят о наличии нелинейных искажений, создающих паразитные составляющие в спектре выходного сигнала ЦАП.

Аналізу описанных эффектов посвящён ряд работ.

В частности, в [1] и [3] влияние модуляции выходного импеданса на спектр выходного сигнала анализируется на базе модели рис. 1.

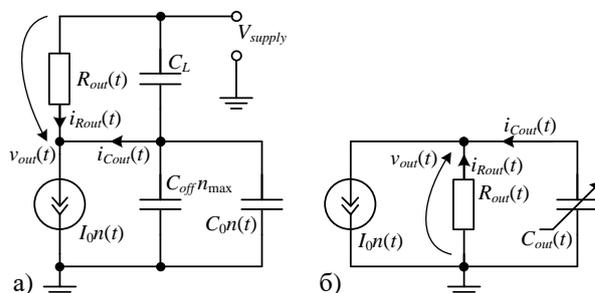


Рис. 1. Используемая в [1] и [3] модель эффекта модуляции выходной ёмкости ЦАП при однофазном выходе (а) и её упрощённый эквивалент для приращений сигналов (б)

Здесь суммарная ёмкость на выходе ЦАП (C_{out}) определяется параллельным соединением ёмкости нагрузки (C_L) и выходной ёмкости токовых ячеек. Если при этом учитывать, что транзисторы и, соответственно, реализуемые на них токовые ячейки имеют разную выходную ёмкость во включенном и выключенном состояниях, то можно показать, что C_{out} содержит кодовзависимую составляющую.

Пусть выходная ёмкость элементарной (1 *LSB*) токовой ячейки во включенном и выключенном состояниях равна C_{on} и C_{off} , соответственно. При этом если в заданный момент времени t в соответствии с входным кодом ЦАП включено $n(t)$ элементарных токовых ячеек, то полная выходная ёмкость всех включенных токовых ячеек (разрядов) равна $C_{on}n(t)$, а всех (оставшихся) выключенных – равна $C_{off}[n_{max} - n(t)]$, где $n_{max} = 2^N - 1$. Тогда суммарная ёмкость на выходе ЦАП

$$C_{out} = C_L + C_{on}n(t) + C_{off}[n_{max} - n(t)]. \quad (1)$$

Если обозначить разницу между выходными ёмкостями элементарной токовой ячейки во включенном и выключенном состояниях через $C_0 = C_{on} - C_{off}$, тогда $C_{on} = C_{off} + C_0$, а формулу (1) можно привести к виду

$$C_{out} = C_L + n_{max}C_{off} + C_0n(t). \quad (2)$$

Как видно из (2), выходная ёмкость ЦАП содержит постоянную составляющую $C_L + n_{max}C_{off}$ и переменную составляющую $C_0n(t)$, модулируемую кодом ЦАП $n(t)$.

Соответствующая модель для дифференциального выхода ЦАП (рис. 2) получается из модели рис. 1б за счёт добавления второго однофазного выхода, управляемого входным кодом $[n_{max} - n(t)]$.

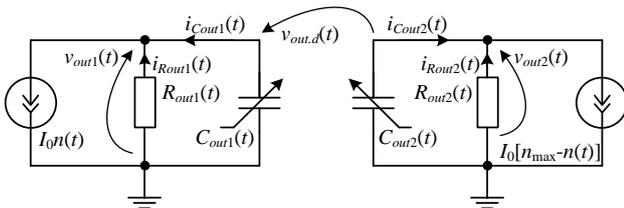


Рис. 2. Модель дифференциального выхода ЦАП

Влияние выходного импеданса на нелинейные искажения выходного сигнала ЦАП также рассмотрено в [2]. Однако авторы [2] проводят анализ не для дифференциального, а для однофазного выхода, имеющего значительно большую нелинейность. Кроме того, авторы делают ряд необоснованных допущений:

- пренебрегаются паразитные ёмкости (и, соответственно, их модуляция) выходных коммутирующих транзисторов токовой ячейки, а учитываются лишь ёмкости во внутренних узлах токовой ячейки;
- модуляция выходной ёмкости явно никак не рассматривается и, по-видимому, при оценке нелинейных искажений как вызывающий их фактор учиты-

вается полная выходная ёмкость, а не только её переменная (модулируемая) составляющая.

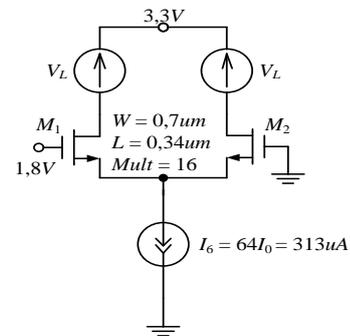
Поэтому модель и её анализ из [2] в дальнейшем не рассматриваются.

III. ПРЕДЛАГАЕМАЯ МОДЕЛЬ МОДУЛЯЦИИ ВЫХОДНОЙ ЁМКОСТИ ЦАП

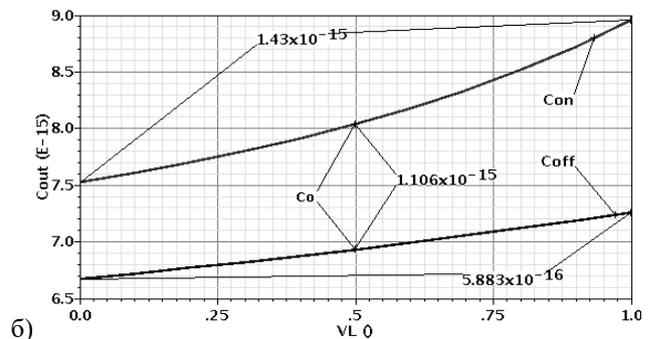
Возвращаясь к модели, используемой в [1], [3] (рис. 1, 2), нужно отметить её существенный недостаток. Он заключается в том, что эта модель не учитывает составляющую модуляции выходной ёмкости, обусловленную изменением выходного напряжения.

Действительно, при изменении выходного напряжения изменяются также напряжения между электродами выходных транзисторов, что приводит к изменению паразитных ёмкостей этих транзисторов и, как следствие, к изменению полной выходной ёмкости.

В качестве численного примера рассмотрим идеализированную схему (рис. 3а) термометрической токовой ячейки (с весом 64 *LSB*) для 12-разрядного ЦАП с типовым током полной шкалы $I_{FS} = 20 \text{ mA}$. Здесь источник тока I_6 выполняет роль токовзвешивающей части токовой ячейки, а источники напряжения V_L имитируют изменение выходного напряжения. Коммутирующие транзисторы M_1 (включенный) и M_2 (выключенный) имеют модели реальных транзисторов толстооксидной опции (3,3 V) КМОП-технологии с нормой 0,18 μm .



а)



б)

Рис. 3. Пример численных значений модуляции выходной ёмкости: схема (а) и результаты моделирования (б)

Как видно из результатов моделирования на рис. 3б, в рассматриваемом примере при размахе выходного сигнала $V_L = 1 \text{ V}$ соответствующее

изменение C_{out} на включенном выходе составляет примерно $1,4 fF$, а на выключенном – около $0,59 fF$. Указанные значения сравнимы по величине с $C_0 \approx 1,1 fF$ и требуют учёта при оценке нелинейных искажений.

Для учёта этих величин необходимо соответственно усовершенствовать модель (2), описывающую модуляцию выходной ёмкости ЦАП.

Из рис. 3б видно, что зависимости C_{out} от напряжения на нагрузке (от выходного сигнала) имеют доминирующие линейные составляющие. Поэтому приращения выходной ёмкости элементарной токовой ячейки во включенном и выключенном состояниях соответственно могут быть (в целях оценки) аппроксимированы прямыми вида

$$\Delta C_{out0} = m_0 v_L(t), \quad \Delta C_{outX} = m_X v_L(t), \quad (3)$$

где коэффициенты m_0 и m_X могут быть определены как средние значения производных dC_{out}/dV_L в заданном диапазоне изменения V_L , а $v_L(t)$ – напряжение на нагрузке (выходной сигнал).

Тогда в зависимости от входного кода ЦАП $[n(t)]$ полное приращение выходной ёмкости под действием выходного напряжения с учётом (3) составляет

$$\begin{aligned} \Delta C_{VL} &= \Delta C_{out0} n(t) + \Delta C_{outX} [n_{max} - n(t)] = \\ &= m_0 v_L(t) n(t) + m_X v_L(t) [n_{max} - n(t)] \end{aligned} \quad (4)$$

При дальнейшем анализе дифференциального выхода (рис. 2) используемая интерпретация входного кода – $[n(t)]$ для первого однофазного выхода и $[n_{max} - n(t)]$ для второго однофазного выхода – создаёт определённые неудобства, так как нулевому входному коду $[n(t) = 0]$ соответствует минимальное (отрицательное) значение выходного сигнала. Поэтому для устранения этих неудобств заранее используем формальную замену (подстановку) кода

$$n(t) = \frac{n_{max}}{2} + k(t), \quad (5)$$

при которой нулевому входному коду $[k(t) = 0]$ соответствует нулевой выходной дифференциальный сигнал. При этом $k(t)$ может изменяться в пределах от $-n_{max}/2$ до $+n_{max}/2$ в отличие от $n(t)$, который может изменяться в пределах от 0 до n_{max} .

Тогда (4) с учётом (5) приводится к виду

$$\Delta C_{VL} = m_0 v_L(t) \left[\frac{n_{max}}{2} + k(t) \right] + m_X v_L(t) \left[\frac{n_{max}}{2} - k(t) \right]. \quad (6)$$

Раскрывая скобки в правой части (6) и перегруппировывая, получаем

$$\Delta C_{VL} = v_L(t) \left[\frac{n_{max}}{2} (m_0 + m_X) + k(t) (m_0 - m_X) \right]. \quad (7)$$

Если учесть, что $|k(t)| \leq n_{max}/2$ и $m_0 - m_X$ значительно меньше $m_0 + m_X$ (например, на рис. 3б примерно в 2,4 раза), то вторым слагаемым в скобках правой части (7) можно пренебречь:

$$\Delta C_{VL} \approx \frac{n_{max}}{2} (m_0 + m_X) v_L(t). \quad (8)$$

Обозначим среднее $(m_0 + m_X)/2$ в (8) через \bar{m} :

$$\Delta C_{VL} \approx n_{max} \bar{m} v_L(t). \quad (9)$$

Прибавляя (9) к (2), с учётом (5) получаем новую модель выходной ёмкости ЦАП:

$$C_{out} = C_{const} + C_0 k(t) + n_{max} \bar{m} v_L(t), \quad (10)$$

$$C_{const} = C_L + n_{max} \left(C_{off} + \frac{C_0}{2} \right),$$

учитывающую как модуляцию C_{out} вследствие включения / выключения разрядов (член $C_0 k(t)$), так и модуляцию C_{out} вследствие изменения выходного напряжения ЦАП (член $n_{max} \bar{m} v_L(t)$).

IV. АНАЛИЗ ИСКАЖЕНИЙ ОТ МОДУЛЯЦИИ ВЫХОДНОЙ ЁМКОСТИ ЦАП

Что касается методов анализа влияния модуляции выходного импеданса (и модуляции C_{out} в частности) на нелинейные искажения в уже упомянутых источниках [1] и [3], то они также требуют комментариев.

Авторы [3] оценивают влияние модуляции выходного импеданса на основе выражения, полученного при анализе модуляции выходного сопротивления за счёт формальной замены сопротивления R_0 элементарной токовой ячейки на модуль импеданса $|Z_0|$ для параллельного соединения R_0 и C_0 .

Такая замена упрощает анализ, но требует математического обоснования, так как исходное выражение получено при помощи разложения в ряд Тейлора, не учитывающего инерционные (частотные) свойства рассматриваемого объекта. Однако авторы никак не комментируют использование такой замены.

Как уже отмечалось, модуляция выходной постоянной времени приводит к изменению (нормированной) формы импульсов выходного сигнала ЦАП и времени нарастания фронта в частности. Исходя из этих соображений, авторы [1] интерпретируют возникающие искажения через временную задержку и [1, с. 49] «анализируют в [4] влияние модуляции выходного импеданса с помощью методов анализа широтно-импульсной модуляции (ШИМ) после трансляции интегральной ошибки выходного сигнала за время импульса в эквивалентную временную задержку». Далее, нелинейные искажения оцениваются с помощью

функции Бесселя 1-го рода как результат детерминированной модуляции последовательности ШИМ-импульсов.

В данной же работе предлагается использовать стандартный метод анализа нелинейных искажений в системах с малой нелинейностью – разложение в функциональный ряд Вольтерра ([5], [6], [7]).

По сути ряд Вольтерра аналогичен ряду Тейлора, однако, в отличие от ряда Тейлора, ряд Вольтерра учитывает инерционные свойства анализируемой системы.

В общем случае при разложении в ряд Вольтерра реакция системы $y(t)$ на входное воздействие $x(t)$ представляется бесконечной суммой вида

$$\begin{aligned} y(t) &= y_0 + y_1[x(t)] + y_2[x(t)] + \dots = \\ &= y_0 + \int_0^t h_1(\tau_1)x(t-\tau_1)d\tau_1 + \\ &+ \int_0^t \int_0^t h_2(\tau_1, \tau_2)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \dots, \end{aligned} \quad (11)$$

где $y_i[x(t)]$ определяют реакцию i -го порядка (y_0 – постоянная составляющая), а функции $h_i(\tau_1, \dots, \tau_i)$ называются ядрами Вольтерра i -го порядка.

Если в ряде Вольтерра ограничиться членом первого порядка, то (11) принимает вид интеграла свёртки (широко известного в теории обработки сигналов), описывающего реакцию линейной системы на входной сигнал $x(t)$:

$$y(t) = \int_0^t h_1(\tau_1)x(t-\tau_1)d\tau_1$$

или в более привычном виде (опуская индексы 1)

$$y(t) = \int_0^t h(\tau)x(t-\tau)d\tau, \quad (12)$$

где $h(t)$ (в (12) $t=\tau$) является импульсной характеристикой, описывающей реакцию линейной системы на единичный импульс $\delta(t)$ (функцию Дирака).

Отметим свойство преобразования Лапласа, согласно которому изображение интеграла свёртки от оригиналов функций равно произведению изображений этих функций. Тогда, применяя преобразование Лапласа к (12), получаем широко известное выражение, описывающее реакцию линейной системы в частотной области:

$$\begin{aligned} y(s) &= L\{y(t)\} = L\left\{\int_0^t h(\tau)x(t-\tau)d\tau\right\} = \\ &= L\{h(t)\}L\{x(t)\} = H(s)x(s), \\ y(s) &= H(s)x(s), \end{aligned}$$

где $H(s)$ является передаточной функцией линейной системы:

$$H(s) = L\{h(t)\} = \int_0^{\infty} h(t)e^{-st} dt.$$

Таким образом, изображение по Лапласу ядра Вольтерра 1-го порядка соответствует передаточной функции линейной (части) системы.

Аналогичным образом в частотной области могут быть определены реакции более высоких порядков ряда Вольтерра. Тогда, применяя к членам $y_i(t) = y_i[x(t)]$ в (11) многомерное преобразование Лапласа, получаем

$$y_i(s_1, \dots, s_i) = H_i(s_1, \dots, s_i)x(s_1) \dots x(s_i),$$

где $H_i(s_1, \dots, s_i)$ называется (многомерной) передаточной функцией i -го порядка и соответствует изображению ядра Вольтерра i -го порядка:

$$\begin{aligned} H_i(s_1, \dots, s_i) &= L\{h_i(t_1, \dots, t_i)\} = \\ &= \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} h_i(t_1, \dots, t_i)e^{-s_1 t_1} \dots e^{-s_i t_i} dt_1 \dots dt_i. \end{aligned} \quad (13)$$

Каждая из функций $H_i(s_1, \dots, s_i)$ описывает нелинейные искажения (своего) i -го порядка в частотной области и позволяет определить соответствующие продукты гармонических и интермодуляционных искажений.

Таким образом, исходная задача анализа нелинейных искажений ЦАП, возникающих вследствие модуляции выходного импеданса (главным образом емкостной составляющей), сводится к:

- получению зависимости выходного сигнала ЦАП,
- её аппроксимации несколькими первыми членами ряда Вольтерра,
- нахождению требуемых многомерных передаточных функций $H_i(s_1, \dots, s_i)$
- и определению с их помощью интересующих параметров искажений.

Зависимость дифференциального выходного сигнала ЦАП может быть получена с помощью модели рис. 2:

$$v_{out,d}(t) = v_{out}(t) - v_{out2}(t). \quad (14)$$

При этом $v_{out1}(t)$ и $v_{out2}(t)$ с учётом замены кода (5) соответствуют напряжениям на однофазных выходах (рис. 1б) при противофазных управляющих кодах $k(t)$ и $-k(t)$:

$$v_{out1}(t) = v_{out}[k(t)], \quad v_{out2}(t) = v_{out}[-k(t)]. \quad (15)$$

В свою очередь, напряжение на однофазном выходе $v_{out}(t)$ может быть найдено из системы уравнений, полученных с помощью 1-го и 2-го законов Кирхгофа для схемы рис. 1б:

$$\begin{cases} I_0 \left[\frac{n_{\max}}{2} + k(t) \right] = i_{R_{out}}(t) + i_{C_{out}}(t), \\ v_{out}(t) = v_{R_{out}}(t) = v_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (16)$$

При этом

$$v_{out}(t) = v_{C_{out}}(t) = \frac{1}{C_{out}(t)} \int_0^t i_{C_{out}}(t) dt. \quad (17)$$

В (17) начальные условия $v_{C_{out}}(0)$, задаваемые напряжением на выходной ёмкости при $t = 0$, не учитываются, так как они определяют лишь затухающую составляющую переходного процесса и не влияют на установившуюся вынужденную составляющую, определяемую периодическим входным воздействием.

Умножив обе части (17) на $C_{out}(t)$ и проинтегрировав по времени, находим ток через выходную ёмкость:

$$\frac{d}{dt} [v_{out}(t) C_{out}(t)] = i_{C_{out}}(t). \quad (18)$$

Можно показать, что требования к R_0 , возникающие вследствие модуляции выходного сопротивления ЦАП (R_{out}), при использовании дифференциального выхода ЦАП являются достаточно мягкими и могут быть легко удовлетворены, например, за счёт применения усиленных каскодов (как правило, это не требуется). Поэтому для упрощения анализа можно считать, что модуляция выходного импеданса ЦАП определяется только модуляцией выходной ёмкости, а модуляцией выходного сопротивления можно пренебречь:

$$R_{out}(t) = R_L, \quad (19)$$

где R_L – сопротивление нагрузки ЦАП.

Выразим $i_{C_{out}}(t)$ из первого уравнения (16) и подставим в (18). Тогда с учётом $i_{R_{out}}(t) = v_{out}(t)/R_{out}(t)$ и (19) приводим (18) к виду

$$\begin{aligned} v'_{out}(t) C_{out}(t) + v_{out}(t) C'_{out}(t) = \\ = I_0 \frac{n_{\max}}{2} + I_0 k(t) - \frac{1}{R_L} v_{out}(t), \end{aligned} \quad (20)$$

где «штрих» над функциями обозначают операцию дифференцирования по t .

Перегруппировав (20), получаем зависимость выходного напряжения на однофазном выходе

$$\begin{aligned} v_{out}(t) = R_L \left[I_0 \frac{n_{\max}}{2} + I_0 k(t) - \right. \\ \left. - v'_{out}(t) C_{out}(t) - v_{out}(t) C'_{out}(t) \right] \end{aligned} \quad (21)$$

Выходное дифференциальное напряжение ЦАП определяется с помощью (21) согласно (14) и (15).

Определим количество членов ряда Вольтерра, достаточное для аппроксимации выходного дифференциального напряжения с целью оценки обсуждаемых нелинейных искажений.

Как видно из (17), нелинейность выходного напряжения $[v_{out}(t) = v_{C_{out}}(t)]$ возникает вследствие модулируемого множителя $1/C_{out}(t)$, в котором $C_{out}(t)$ определяется предложенной моделью (10) выходной ёмкости ЦАП. Если разложить $1/C_{out}(t)$ в ряд Тейлора, то становится видно, что вклад его членов с повышением порядка резко уменьшается.

В то же время общим свойством дифференциальных симметричных выходов является подавление искажений чётных порядков.

Поэтому, учитывая оба указанных выше обстоятельства, при разложении в ряд Вольтерра рассмотрены только члены до третьего порядка включительно.

Опуская подробности разложения в ряд, приведём полученное выражение для передаточных функций:

$$H_1(j\omega_1) = \frac{I_0 R_L}{1 + j\omega_1 R_L C_{const}}. \quad (22)$$

Полученное выражение для $H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)$ весьма громоздко, но может быть эффективно огрублено при условии, что частоты $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ много меньше граничной частоты передаточной функции $H_1(j\omega_1)$ линейной части системы:

$$\omega_1 \ll \frac{1}{R_L C_{const}}, \quad \omega_2 \ll \frac{1}{R_L C_{const}}, \quad \omega_3 \ll \frac{1}{R_L C_{const}}. \quad (23)$$

Тогда $H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)$ аппроксимируется выражением

$$\begin{aligned} H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = -\frac{2}{3} I_0 R_L^3 (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)^2 \cdot \\ \cdot (2\bar{m} I_{FS} R_L + C_0) (\bar{m} I_{FS} R_L + C_0) \end{aligned} \quad (24)$$

Для оценочных целей (24) обеспечивает достаточную точность аппроксимации вплоть до $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, меньших граничной частоты в 5÷6 раз.

Частота гармонической составляющей, для которой определяется передача через $H_i(j\omega_1, \dots, j\omega_i)$, задаётся суммой частот $(\omega_1 + \dots + \omega_i)$ её аргументов.

В частности, при синтезе однотонового сигнала

$$k(t) = A \cos(\omega t),$$

где A выражается в LSB , передаточная функция третьего порядка $H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)$ обуславливает 2 передачи:

- на частоту основной составляющей $\omega + \omega - \omega = \omega$ с амплитудой

$$A_1 = a_1 |H_3(j\omega, j\omega, -j\omega)| \quad (25)$$

- и на утроенную частоту $\omega + \omega + \omega = 3\omega$ с амплитудой

$$A_3 = a_3 |H_3(j\omega, j\omega, j\omega)|, \quad (26)$$

где коэффициенты a_1 и a_3 определяются из выражения, возводящего входной сигнал в соответствующую степень (в нашем случае – третью):

$$\begin{aligned} [k(t)]^3 &= [A \cos(\omega t)]^3 = \\ &= \frac{3}{4} A^3 \cos(\omega t) + \frac{1}{4} A^3 \cos(3\omega t) = \\ &= a_1 \cos(\omega t) + a_3 \cos(3\omega t) \end{aligned} \quad (27)$$

Преобразования в (27) выполнены с помощью основных тригонометрических преобразований.

Таким образом, $H_3(j\omega, j\omega, j\omega)$ описывает гармонические искажения третьего порядка ($HD3$) и соответствующую паразитную составляющую на частоте 3ω :

$$HD3 = 20 \log \left(\frac{A^2 |H_3(j\omega, j\omega, j\omega)|}{4 |H_1(j\omega)|} \right), [dBc], \quad (28)$$

а $H_3(j\omega, j\omega, -j\omega)$ описывает передачу на частоту основной гармоники (ω) – линейное искажение. При этом вкладом $H_3(j\omega, j\omega, -j\omega)$ в A_1 можно пренебречь на фоне вклада основной (линейной) передачи $H_1(j\omega)$.

Переходя от циклической частоты к обычной ($\omega = 2\pi f$), из (28) получаем

$$HD3 = 20 \log \left[6(\pi f A R_L)^2 (\bar{m} I_{FS} R_L + C_0) \cdot (2\bar{m} I_{FS} R_L + C_0) \right], [dBc]. \quad (29)$$

При синтезе однотонового сигнала гармонические искажения определяют $SFDR$ в диапазоне частот $f \leq f_{clk}/6$, где f_{clk} – частота выборки ЦАП:

$$SFDR = -HD3, [dBc]. \quad (30)$$

При $f > f_{clk}/6$ паразитная составляющая от $HD3$ выходит из диапазона рабочих частот ($3f > f_{clk}/2$) и формально перестаёт влиять на $SFDR$, который теперь определяется интермодуляционными искажениями третьего порядка ($IMD3$).

Интермодуляция возникает вследствие наличия в выходном токе ЦАП спектральных образов синтезируемой гармоники, находящихся на частотах $n f_{clk} \pm f$. А соответствующие продукты искажений от каждой тройки участвующих гармоник находятся на частотах $(\pm n_1 f_{clk} \pm f) + (\pm n_2 f_{clk} \pm f) + (\pm n_3 f_{clk} \pm f) = (\pm n_1 \pm n_2 \pm n_3) f_{clk} + (\pm f \pm f \pm f)$. Для комбинаций $\pm n_1 \pm n_2 \pm n_3 = 1$ и $-f - f - f = -3f$ соответствующие паразитные компоненты от $IMD3$ находятся на частоте $f_{clk} - 3f$ и попадают в диапазон рабочих частот $0 \leq f \leq f_{clk}/2$ при $f_{clk}/6 < f \leq f_{clk}/2$.

Полученная передаточная функция третьего порядка $H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)$ позволяет определять и параметры $IMD3$. Из указанных выше паразитных компонент доминирующий вклад в паразит на частоте $f_{clk} - 3f$ вносится интермодуляцией основной гармоники (f) и её первого образа ($f_{clk} - f$), так как они имеют наибольшие амплитуды:

$$IMD3_{-f, -f, f_{clk}-f} = 20 \log \left(\frac{3}{4} A_1 A_2 \frac{|H_3(j\omega, j\omega, j\omega)|}{|H_1(j\omega)|} \right), \quad (31)$$

где A_1 и A_2 определяются влиянием огибающей спектра несущего импульса (в нашем случае – функции кардинального синуса) на амплитуду гармоник:

$$A_1 = A \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi f}{f_{clk}} \right), \quad A_2 = A \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi (f_{clk} - f)}{f_{clk}} \right).$$

Из (31) получаем

$$\begin{aligned} IMD3_{-f, -f, f_{clk}-f} &= 20 \log \left\{ \frac{2}{f (f_{clk} - f)} \cdot \right. \\ &\cdot \left[f_{clk} A R_L (f_{clk} - 3f) \sin \left(\frac{\pi f}{f_{clk}} \right) \right]^2 \\ &\cdot (2\bar{m} I_{FS} R_L + C_0) (\bar{m} I_{FS} R_L + C_0) \Big\}, [dBc] \end{aligned} \quad (32)$$

Тогда $SFDR$ в диапазоне частот $f_{clk}/6 < f \leq f_{clk}/2$ может быть аппроксимирован выражением

$$SFDR \approx -IMD3_{-f, -f, f_{clk}-f}, [dBc]. \quad (33)$$

V. ПРОВЕРКА ПРЕДЛОЖЕННЫХ ОЦЕНОК С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для адекватности выводов по результатам моделирования создавать искажения выходного сигнала ЦАП должен только анализируемый фактор, в то время как влияние остальных факторов должно быть исключено или минимизировано до недоминирующего уровня. В рассматриваемом случае модуляции выходной ёмкости ЦАП такая изоляция анализируемого фактора в транзисторной схеме не представляется возможной. Поэтому проводилось моделирование структурно-алгоритмической схемы, соответствующей уравнению выходного дифференциального напряжения:

$$v_{out,d}(t) = v_{out1}(t) - v_{out2}(t), \quad (34)$$

$$\begin{aligned} v_{out1}(t) &= \frac{1}{C_L + n_{\max} \left(C_{off} + \frac{C_0}{2} \right) + C_0 k(t) + n_{\max} \bar{m} v_{out}(t)} \cdot \\ &\cdot \int_0^t \left[I_0 \left(\frac{n_{\max}}{2} + k(t) \right) - \frac{v_{out1}(t)}{R_L} \right] dt, \end{aligned}$$

$$v_{out2}(t) = \frac{1}{C_L + n_{\max} \left(C_{off} + \frac{C_0}{2} \right) - C_0 k(t) + n_{\max} \bar{m} v_{out2}(t)} \cdot \int_0^t \left[I_0 \left(\frac{n_{\max}}{2} - k(t) \right) - \frac{v_{out2}(t)}{R_L} \right] dt.$$

Составляющие уравнения (34) выведены из исходной системы уравнений (16), полученной на основе законов Кирхгофа из эквивалентной схемы выходной цепи ЦАП (рис. 2).

Структурно-алгоритмическая схема уравнения (34) построена на идеализированных элементах (интеграторы, сумматоры, умножители, делители).

Параметры C_0 и \bar{m} получены из результатов моделирования (рис. 3б) схемы токовой ячейки (рис. 3а) с весом 64 LSB. Полный набор параметров моделируемой схемы представлен в табл. 1.

Таблица 1

Параметры моделируемой схемы

N , bit	f_{clk} , GS/s	R_L , Ω	I_{FS} , mA	A , LSB	C_{const} , pF	C_0 , fF	\bar{m} , fF/V
12	2	50	20	2048	0,48 / 1	0,017	0,016

Результаты измерений и расчётов $SFDR$ отображены на рис. 4, где кривая $SFDR_{sim1}$ с треугольными маркерами построена по измерениям (в точках с маркером) результатов моделирования, а кривая $SFDR_e$ соответствует расчёту по предложенным оценкам.

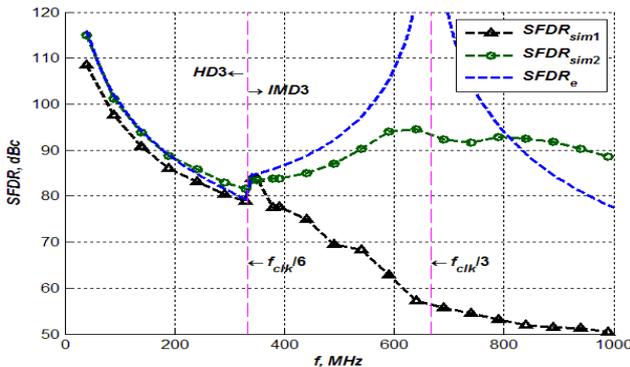


Рис. 4. Сравнение $SFDR$ по результатам моделирования и по предложенным оценкам

Как видно, оценка $SFDR$ в диапазоне частот $0 \leq f \leq f_{clk}/6$ хорошо согласуется с оценкой по $HD3$.

Однако при $f > f_{clk}/6$ оценка $SFDR$ по $IMD3$ резко расходится с результатами моделирования. Это объясняется тем, что при оценке $IMD3$ учитывался только вклад доминирующей тройки интермодулирующих гармоник, а вклады остальных пренебрегались.

Тем не менее влияние этих неучтенных составляющих (спектральных образов синтезируемой гармоники) может быть значительно уменьшено с помощью их фильтрации, например, за счёт увеличения постоянной составляющей выходной

ёмкости C_{const} , которая в рассмотренном случае равнялась 0,48 pF. Действительно, при увеличении её номинала до 1 pF соответствующая характеристика $SFDR_{sim2}$ по результатам моделирования (кривая с круглыми маркерами в точках измерений) резко смещается вверх на частотах $f_{clk}/6 < f$ и проходит значительно ближе к характеристике оценки (рис. 4). При этом граничная частота выходной цепи ($\approx 3,2 GHz$) остаётся значительно выше диапазона рабочих частот ($0 \div 1 GHz$).

Что касается резкого подъёма характеристики оценки $SFDR$ в окрестности частоты $f_{clk}/3$, то он также обусловлен учётом только доминирующей тройки интермодулирующих гармоник, для которой наличие в выражении (32) члена $(f_{clk} - 3f)^2$ приводит к уменьшению (вплоть до нуля) $IMD3_{f,f,clk-f}$ по мере приближения к частоте $f_{clk}/3$.

Несмотря на потерю точности оценки $SFDR$ в окрестности частоты $f_{clk}/3$, полученные результаты имеют высокую практическую важность. В частности, при параметрической оптимизации ЦАП по обеспечению $SFDR$ не хуже заданного целесообразно исходить из расчётов для $f = f_{clk}/6$. А на этой частоте точность оценки $SFDR$ достаточно высока ($\approx 2 dB$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модуляция выходной ёмкости ЦАП создаёт нелинейные искажения выходного сигнала.

Показано, что используемая в [1] и [3] модель модуляции выходной ёмкости учитывает только составляющую модуляции от включения / выключения разрядов, но не учитывает составляющую, возникающую вследствие изменения выходного напряжения ЦАП. На численных примерах показано, что эта неучтенная составляющая по величине может быть сравнима с первой составляющей и поэтому требует учёта для повышения точности модели.

Предложена новая модель (10) модуляции выходной ёмкости, учитывающая обе эти составляющие. Анализ предложенной модели с помощью разложения выходного сигнала ЦАП в функциональный ряд Вольтерра позволил определить возникающие нелинейные искажения и получить выражения (оценки) (29), (30) и (32), (33), описывающие $SFDR$ во всём диапазоне рабочих частот ($0 \div f_{clk}/2$). Показано, что в диапазоне частот $0 \div f_{clk}/6$ $SFDR$ определяется гармоническими искажениями третьего порядка ($HD3$), а в диапазоне частот $f_{clk}/6 \div f_{clk}/2$ – интермодуляционными искажениями третьего порядка ($IMD3$).

Адекватность предложенной модели и полученных оценок подтверждается результатами моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] K. Doris, A. van Roermund, D. Leenaerts. Wide-Bandwidth High Dynamic Range D/A Converters. Springer, 2006. 204 p.
- [2] A. V. den Bosch, M. Steyaert, W. Sansen. Static and Dynamic Performance Limitations for High Speed D/A Converters. Kluwer Academic Publisher, 2004. 218 p.

- [3] C.-H. Lin et. al. "A 12 bit 2.9 GS/s DAC with IM3 < -60 dBc beyond 1 GHz in 65 nm CMOS" // IEEE Journal of Solid-State Circuits. V. 44, № 12. Dec. 2009. P. 3285-3293.
- [4] K. Doris, D. Leenaerts, A. v. Roermund. "High-Speed Digital to Analog Converter issues with applications to Sigma Delta Modulators" // in Workshop on Advances in Analog Circuit Design (AACD), 2002.
- [5] Данилов Л.В., Матханов П.Н., Филиппов Е.С. Теория нелинейных электрических цепей. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. Отд-ние, 1990. 256 с.
- [6] Пупков К.А., Капалин В.И., Ющенко А.С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. – Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», М., 1976, 448 с.
- [7] W.J. Rugh. Nonlinear System Theory. The Volterra / Wiener Approach. The John Hopkins University Press, 1981.

Analysis of Distortions Caused by Output Capacitance Modulation in Current-Steering DAC

G.A. Svizev

Southern Federal University, JSC NIIMA Progress, grits1989@mail.ru

Keywords — DAC, harmonic distortions, HD3, intermodulation distortions, IMD3, SFDR.

ABSTRACT

Basic elements of current-steering DAC architecture are current cells that compose the bits of the DAC.

Output resistance and capacitance of current cell are different in on- and off-states. Therefore, the output impedance of the DAC changes (is modulated) because of current cells switching. This modulation causes non-linear distortions of the output signal.

For sufficiently low-frequency signals, the output impedance of DAC can be approximated by its output resistance. Thus, non-linear distortions of the output signal are determined by the static non-linearity, arising from output resistance modulation correlated with the input code of the DAC.

However, at increase of output signals' frequency the capacitive component of DAC output impedance decreases and at sufficiently high frequencies plays the dominant role in determining the output impedance. Therefore, additional analysis of its influence on output signal distortions is required.

At the same time, stray capacitances of transistors are mode-dependent values and can change significantly in large signal mode.

For the mentioned reasons, parasitic modulation of DAC output capacitance arises. In conjunction with output resistance modulation, it causes modulation of DAC output impedance. In its turn, the modulation of output impedance causes corresponding modulation of output time constant. Therefore, because of cell switching, the (normalized) pulse shape of transition process on the DAC output varies according to the current output time constant. Finally, distortions of the output signal pulses shape indicate the presence of non-linear distortions, that create spurious components in the spectrum of the DAC output signal.

The paper analyses the existing researches [1], [2], [3] on DAC output capacitance modulation.

It is shown, that the output capacitance modulation model used in [1] and [3] takes into account only modulation component caused by current cell switching on/off, but does not take into account modulation component caused by DAC output voltage changing.

The given numerical example illustrate that this unaccounted component can be comparable with the first component and, therefore, requires consideration to improve the accuracy of the model.

The new model of DAC output capacitance modulation is proposed. It considers both of the specified components.

Analysis of the presented model by means of Volterra functional series expansion ([5], [6], [7]) allowed to determine the arising non-linear distortions and to derive expressions that describe SFDR in the whole range of operating frequencies $0 \div f_{clk}/2$, where f_{clk} is the DAC sampling frequency. Shown, that in the frequency range $0 \div f_{clk}/6$ SFDR is determined by third-order harmonic distortions (HD3) and in the frequency range $f_{clk}/6 \div f_{clk}/2$ – by the third-order intermodulation distortions (IMD3).

The adequacy of the proposed model and the obtained expressions is confirmed by simulation results.

REFERENCES

- [1] K. Doris, A. van Roermund, D. Leenaerts. Wide-Bandwidth High Dynamic Range D/A Converters. Springer, 2006. 204 p.
- [2] A. V. den Bosch, M. Steyaert, W. Sansen. Static and Dynamic Performance Limitations for High Speed D/A Converters. Kluwer Academic Publisher, 2004. 218 p.
- [3] C.-H. Lin et. al. A 12 bit 2.9 GS/s DAC with IM3 < -60 dBc beyond 1 GHz in 65 nm CMOS. IEEE Journal of Solid-State Circuits. Vol. 44, No. 12. Dec. 2009. pp. 3285-3293.
- [4] K. Doris, D. Leenaerts, A. v. Roermund. High-Speed Digital to Analog Converter issues with applications to Sigma Delta Modulators, in Workshop on Advances in Analog Circuit Design (AACD), 2002.
- [5] Danilov L.V., Mathanov P.N., Filippov E.S. Theory of non-linear circuits. – L.: Jenergoatomizdat. Leningradskoe Otdelenie, 1990. 256 p.
- [6] Pupkov K.A., Kapalin V.I., Jushhenko A.S. Functional series in theory of non-linear systems. – Glavnaja redakcija fiziko-matematicheskoy literatury izdatel'stva «Nauka», Moscow, 1976, 448 p.
- [7] W.J. Rugh. Nonlinear System Theory. The Volterra / Wiener Approach. The John Hopkins University Press, 1981