



Распределённая система и алгоритмы поиска
минимальных и близких к ним контактных схем для
булевых функций от малого числа переменных

Ложкин С.А., Шуплецов М.С., Коноводов В.А.,
Данилов Б.Р., Жуков В.В., Багров Н.Ю.

МГУ им. М.В. Ломоносова,
Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики
кафедра математической кибернетики

Задача синтеза контактных схем

Контактная схема

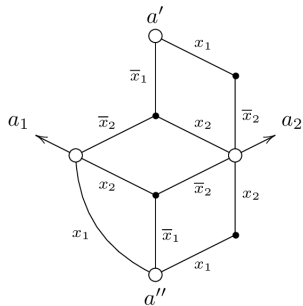
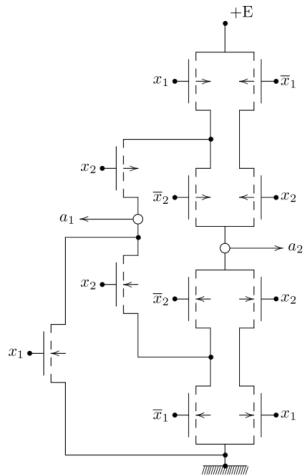


Схема на КМОП-транзисторах



Задача синтеза контактных схем

- ▶ Сложностью $L(\Sigma)$ контактной схемы Σ называется общее число контактов в этой схеме.
- ▶ Сложностью $L(f)$ ФАЛ $f \in P_2(n)$ называется минимальная сложность контактной схемы, реализующей ФАЛ f .
- ▶ Функция Шеннона для сложности КС:

$$L^K(n) = \max_{f \in P_2(n)} L^K(f)$$

Известные результаты

- ▶ В 1954-1959 гг. появились первые каталоги оптимальных и близких к ним КС для функций от четырёх переменных:
 - ▶ $L^K(4) \leq 14$ (Поварова Г.Н., 1954)
 - ▶ $L^K(4) \leq 13$ (Васильев Ю.Л., 1959)
- ▶ В 1981 г. Сусов В.Ю. при помощи переборных алгоритмов уточнил каталог Васильева Ю.Л.
- ▶ Для функции Шеннона для сложности КС от пяти переменных известны следующие оценки:
 - ▶ $L^K(5) \leq 30$ (Шеннон К.Э., 1949)
 - ▶ $L^K(5) \leq 28$ (Поваров Г.Н., 1959)
 - ▶ $L^K(5) \geq 19$ (Сусов В.Ю., 1981)

Инверсно-конгруэнтные типы функций алгебры логики

- ▶ Инверсно-конгруэнтным типом ФАЛ будем называть множество ФАЛ, получаемых друг из друга при помощи применения операций перестановки и инвертирования переменных.
- ▶ Так как операции переименования и инвертирования переменных не меняют структуры КС, то можно считать, что КС Σ , реализующая ФАЛ f , соответствует инверсно-конгруэнтному, которому принадлежит указанная ФАЛ.
- ▶ Множество $P_2^*(n)$ всех инверсно-конгруэнтных типов образует разбиение на классы эквивалентности всех ФАЛ из $P_2(n)$.
- ▶ $|P_2(5)| = 4, 294, 967, 296$
- ▶ $|P_2^*(5)| = 1, 228, 158$

Ранее полученные результаты

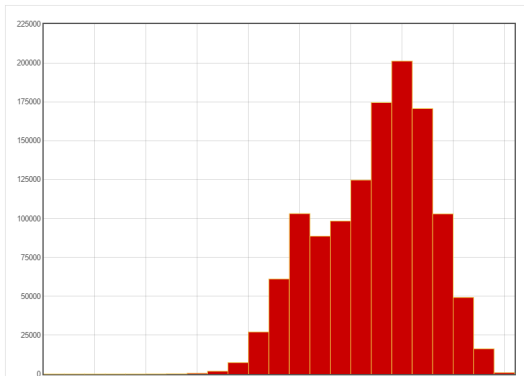
- ▶ Был разработан ряд алгоритмов синтеза оптимальных и близких к ним контактных схем.
- ▶ Данные алгоритмы были основаны на методе каскадов, стохастическом градиентном спуске и построении КС по тупиковым ДНФ.
- ▶ Используя разработанные алгоритмы, был составлен каталог оптимальных и близких к ним КС для функций не более, чем от пяти переменных.
- ▶ На основе построенного каталога КС была получена следующая оценка:

$$L^K(5) \leq 22$$

Ранее полученные результаты

<http://mks2.cs.msu.ru>

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	1	2	4	12	40	112	461	1797	7319	27036	61068	103125	88630	98343	124698	174489	201197	170662	102913	49196	16182	869



Использование базы для синтеза оптимальных схем

Все разработанные ранее алгоритмы строят КС по столбцу значений конкретной ФАЛ f , не опираясь на уже имеющиеся в базе результаты.

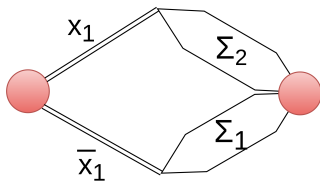
Использование базы для синтеза оптимальных схем

Метод Шеннона

Разложим функцию f по одной из переменных. Без ограничения общности положим, что это переменная x_1 :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_5) = \bar{x}_1 f(0, x_2, \dots, x_5) \vee x_1 f(1, x_2, \dots, x_5)$$

Так как для функций $f(0, x_2, \dots, x_5)$ и $f(1, x_2, \dots, x_5)$ в базе уже есть реализации Σ_1 и Σ_2 в классе КС, можно построить КС, реализующую ФАЛ f , построив соответствующую КС:



Использование базы для синтеза оптимальных схем

Модификации имеющихся схем

Ещё один подход к синтезу КС — модификация уже имеющихся в базе КС. Вот некоторые из них:

- ▶ Изменение пометки переменной у одного из контактов
- ▶ Присоединение одного из существующих контактов к другим вершинам
- ▶ Добавление или удаление контакта
- ▶ Перестановка пометок у двух контактов
- ▶ ...

Описанные модификации приводят к тому, что после неё КС, реализующая ФАЛ f , может реализовывать уже другую ФАЛ f' , причём с меньшей сложностью, чем имеющаяся в базе реализация.

Использование базы для синтеза оптимальных схем

Модификации имеющихся схем

Пусть в базе существует КС Σ , реализующая ФАЛ f .

- ▶ Добавим к схеме Σ некоторое число N случайных контактов, таким образом, чтобы КС по прежнему реализовывала ФАЛ f .
- ▶ Случайным образом удалим из получившейся схемы M «лишних» контактов.
- ▶ В результате может получиться так, что множество удалённых контактов не совпадёт с множеством добавленных контактов.
- ▶ При этом, если $M > N$, то мы получили более оптимальную КС.

Результаты

Разработанные алгоритмы позволили получить следующую оценку:

$$L^K(5) \leq 19$$

Принимая во внимание результаты Сусова В.Ю., получаем точное значение функции Шеннона для сложности КС от пяти переменных:

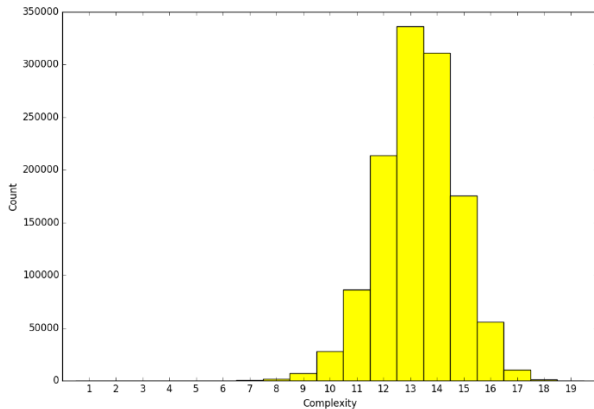
$$L^K(5) = 19$$

Результаты

$$L^K(5) = 19$$

<http://mks2.cs.msu.ru:8000>

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	2	4	12	40	112	461	1797	7319	27676	86604	213860	336134	311239	175488	56030	10444	924	9



Новая версия системы — <http://mks2.cs.msu.ru:8000>

В июне 2016 года была разработана новая версия сайта.

Система разработана на языках C++, Node.js и Python. В качестве БД используется MySQL.

Схемы теперь можно массово отправлять на проверку из web-интерфейса. Скорость верификации увеличена более чем в 10 раз.

Новая версия системы — <http://mks2.cs.msu.ru:8000>

Spoon Engine

Dashboard

Functions

Tracker

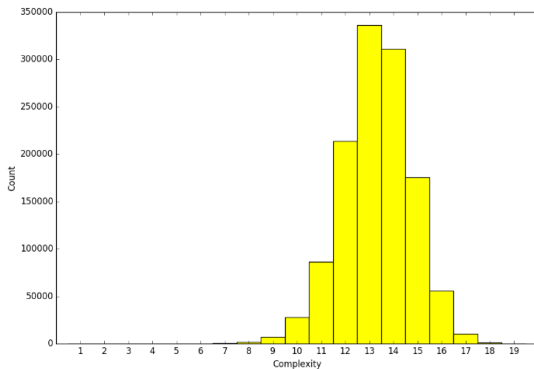
Vladimir Zhukov

Summary

Contact Circuit

And-Inverter Graph

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	2	4	12	40	112	461	1797	7319	27676	86604	213860	336134	311239	175488	56030	10444	924	9



Новая версия системы — <http://mks2.cs.msu.ru:8000>

Spoon Engine

Dashboard

Functions

Tracker

Vladimir Zhukov

Model:

Complexity:

1

Function	Mincode	Complexity
0001 0110 0110 1001 0110 1001 1001 1110	376007070	19
0001 0110 0110 1001 0110 1011 1101 0110	376007638	19
0001 0110 0110 1001 1000 0001 0001 0110	376013078	19
0001 0110 0110 1001 1000 0001 0001 0111	376013079	19
0001 0111 1110 1001 1110 1001 1001 0110	401205654	19
0110 1001 1001 0110 1001 0110 0110 1011	1771476587	19
0110 1001 1001 0110 1001 0111 1110 1001	1771476969	19
0110 1011 1011 1101 1011 1101 1101 0110	1807597014	19
0110 1011 1011 1101 1101 0110 0110 1011	1807603307	19

Новая версия системы — <http://mks2.cs.msu.ru:8000>

Spoon Engine

Dashboard

Functions

Tracker

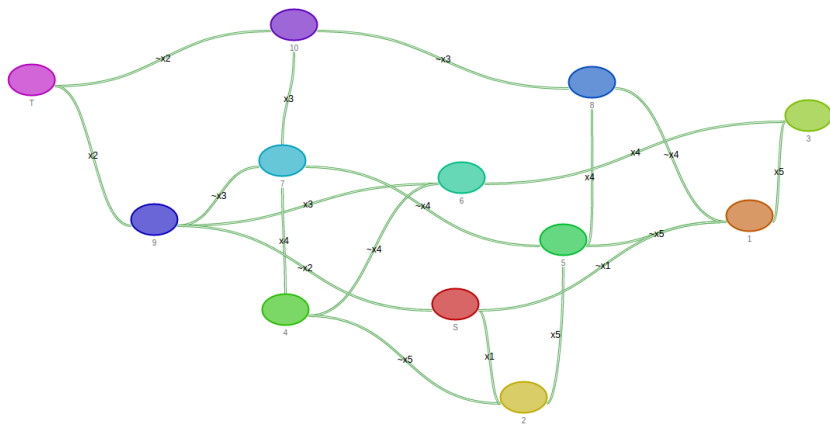
Vladimir Zhukov

Function: 0001 0110 0110 1001 1000 0001 0001 0111

Mincode: 376013079

Complexity: 19

Added by: Vladimir Zhukov



Solution:

19

0 11

Job queue

Job id	User	Timestamp
	Empty	

Completed jobs

Job id	User	Timestamp	Accepted	Not better	Fail
187	Vladimir Zhukov	Fri Aug 05 2016 15:22:56	564	79	0
186	Vladimir Zhukov	Fri Jul 29 2016 20:31:06	838	2	0
185	Vladimir Zhukov	Fri Jul 29 2016 19:51:37	4	0	0
184	Vladimir Zhukov	Fri Jul 29 2016 19:08:41	168	1	0
183	Vladimir Zhukov	Fri Jul 29 2016 18:24:29	10	0	0
182	Vladimir Zhukov	Fri Jul 29 2016 18:13:07	36	0	0
181	Vladimir Zhukov	Fri Jul 29 2016 17:08:52	1179	0	0
180	Vladimir Zhukov	Fri Jul 29 2016 17:05:01	0	0	0
179	Vladimir Zhukov	Thu Jul 21 2016 18:53:49	3803	0	0
178	Vladimir Zhukov	Thu Jul 21 2016 17:58:49	32	0	0
177	Vladimir Zhukov	Thu Jul 21 2016 17:46:55	0	0	1
176	Vladimir Zhukov	Thu Jul 21 2016 17:42:12	2065	0	0
175	Vladimir Zhukov	Thu Jul 21 2016 17:24:02	12160	0	0
174	Vladimir Zhukov	Thu Jul 21 2016 15:52:54	51864	0	0
173	Vladimir Zhukov	Thu Jul 21 2016 14:54:51	279477	1569	0
172	Vladimir Zhukov	Thu Jul 21 2016 13:36:02	1570	0	0
171	Vladimir Zhukov	Thu Jul 21 2016 10:35:58	0	0	0
170	Vladimir Zhukov	Wed Jul 20 2016 23:44:36	5864	0	0
169	Vladimir Zhukov	Wed Jul 20 2016 19:55:21	109306	21607	0
168	Vladimir Zhukov	Wed Jul 20 2016 18:06:41	21607	0	0

Send solution

 No file chosen