

# О возможности хаотических колебаний заряда сегнетоэлектрического конденсатора с отрицательной дифференциальной ёмкостью в колебательном контуре с фрактальным входным напряжением

А.А. Потапов<sup>1,2,4</sup>, И.В. Ракуть<sup>3,4</sup>, А.Э. Рассадин<sup>4</sup>, А.А. Тронов<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, г. Москва

<sup>2</sup> Совместная китайско-российская лаборатория информационных технологий и фрактальной обработки сигналов, Университет ДжиНан, Гуанджоу

<sup>3</sup>Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород

<sup>4</sup>Нижегородское математическое общество, г. Нижний Новгород, brat\_ras@list.ru

**Аннотация** — В статье описано интегрированное сегнетоэлектрическое устройство нового типа, представляющее собой колебательный контур с сегнетоэлектрическим конденсатором с отрицательной дифференциальной ёмкостью, на который воздействует фрактальное напряжение. Теоретически и численно доказано, что в широком диапазоне параметров эта система является генератором хаотических электрических колебаний. Тем самым на простейшем примере продемонстрировано, что синтез двух новейших научных направлений — интегрированных сегнетоэлектриков и фрактальных радиосистем — приводит к появлению радиоэлектронных устройств с качественно новыми свойствами.

**Ключевые слова** — гомоклиническая петля, функция расщепления сепаратрис, полосно-пропускающий фильтр, функция Вейерштрасса, фрактальная размерность, цирконат-титанат свинца, титанат стронция.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что применение явления динамического хаоса в радиоэлектронике — одно из перспективных направлений развития систем передачи информации [1]-[2]. Значительный интерес к таким схемам обусловлен естественной широкополосностью хаотических сигналов, что позволяет обеспечивать с их помощью достаточно высокую помехозащищённость, конфиденциальность и скорость передачи информации [1]-[2].

Ключевой компонентой таких систем является генератор хаотического сигнала. В книге [1] рассмотрены разнообразные схемы таких генераторов, в которых к хаосу приводит наличие в этих последних полупроводниковых элементов. Однако прогресс в области физики твёрдого тела и физического

материаловедения постепенно расширяет набор систем с наличием динамического хаоса. В частности, в докладе [3] доказано, что генератор хаоса может быть физически реализован как колебательный контур, находящийся под воздействием гармонического напряжения, в который вместо обычного конденсатора включён недавно открытый сегнетоэлектрический конденсатор с отрицательной дифференциальной ёмкостью [4]-[5]. Мы будем называть такой конденсатор  $NC$ -конденсатором.



Рис. 1. Структурная схема концепции А.А. Потапова «Фрактальная радиофизика и фрактальная радиоэлектроника»

С другой стороны, с 80-х годов XX века в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН интенсивно ведутся работы по созданию прорывных информационных технологий в рамках междисциплинарного научного направления «Фрактальная радиофизика и фрактальная радиоэлектроника» на базе синергетических принципов теории фракталов, эффектов скейлинга и детерминированного хаоса (см. [6] и рис. 1). Это обстоятельство указывает на возможность синтеза двух новейших научных направлений, заключающихся в

изучении фрактальных радиосистем с NC-конденсаторами.

В данной статье на основе критерия Мельникова [7] установлено, что колебательный контур с NC-конденсатором под воздействием фрактального сигнала, схема которого представлена на рис. 2, демонстрирует сложную динамику, и, следовательно, может быть применён в качестве генератора хаотического сигнала в системах прямохаотической передачи информации [1]-[2].

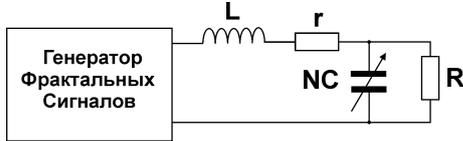


Рис. 2. Колебательный контур с NC-конденсатором под воздействием фрактального напряжения

Далее статья имеет следующую структуру: в части II выведено уравнение движения колебательного контура с NC-конденсатором под воздействием произвольного внешнего напряжения. Часть III посвящена обсуждению свойств наиболее подходящего для использования в качестве источника входного напряжения для рассматриваемого нами колебательного контура генератора фрактальных сигналов и вычислению функции расщепления сепаратрис (функции Мельникова). В заключении обсуждены полученные результаты и перспективы дальнейших исследований.

## II. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА С NC-КОНДЕНСАТОРОМ

### A. Электрофизические свойства NC-конденсатора

Заряд  $q$  на обкладках NC-конденсатора связан с напряжением  $U_{NC}$  на нём выражением:

$$U_{NC}(q) = -\alpha \cdot q + \beta \cdot q^3, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0. \quad (1)$$

Термодинамически устойчивая физическая реализация зависимости (1) согласно результатам статей [4]-[5] возможна для гетероструктуры из двух сегнетоэлектриков с различными температурами Кюри, но с близкими параметрами кристаллических решёток. При этом рабочая температура всей системы будет находиться между этими температурами Кюри.

Из формулы (1) следует, что:

$$\frac{1}{C(q)} = \frac{dU_{NC}(q)}{dq} = -\alpha + 3 \cdot \beta \cdot q^2, \quad (2)$$

т.е. такая гетероструктура в довольно широком диапазоне электрического заряда на ней обладает отрицательной дифференциальной ёмкостью. Этот эффект был продемонстрирован экспериментально в двуслойной системе из цирконата-титаната свинца  $Pb(Zr_{0.2}Ti_{0.8})O_3$  и титаната стронция  $SrTiO_3$  [4], а позднее — в системе из титаната бария  $BaTiO_3$  и того же титаната стронция  $SrTiO_3$  [5]. Для образца  $Pb(Zr_{0.2}Ti_{0.8})O_3$  толщиной 28 нм на  $SrTiO_3$  толщиной 48

нм и площадью 30 мкм x 30 мкм параметры  $\alpha$  и  $\beta$ , входящие в формулы (1) и (2), оцениваются как  $\alpha \sim 10^{10}$  В/Кл и  $\beta \sim 0,5 \cdot 10^{29}$  В · Кл<sup>-3</sup> [4].

### B. Дифференциальное уравнение для заряда NC-конденсатора в колебательном контуре

Имея в виду технические приложения будем сразу рассматривать реалистичную модель колебательного контура с NC-конденсатором, соответствующую электрической схеме, приведённой на рис. 2, а именно, будем учитывать не только малое сопротивление индуктивности  $r$ , но и утечку заряда  $q$  NC-конденсатора с помощью большого сопротивления  $R$ , включённого параллельно ему.

Первый закон Кирхгофа для схемы на рис. 2 даёт:

$$\frac{dq}{dt} = I_r + I_R, \quad (3)$$

где  $I_r$  и  $I_R$  — токи через сопротивления  $r$  и  $R$ , соответственно.

Второй закон Кирхгофа для замкнутого контура на рис. 2 слева от NC-конденсатора есть:

$$L \cdot \frac{dI_r}{dt} + r \cdot I_r + U_{NC}(q) = U(t), \quad (4)$$

где  $U_{NC}(q)$  — это зависимость (1), а вид напряжения  $U(t)$ , выдаваемого генератором фрактальных сигналов, мы конкретизируем в следующей части.

Второй закон Кирхгофа для замкнутого контура на рис. 2 справа от NC-конденсатора есть:

$$R \cdot I_R + U_{NC}(q) = 0. \quad (5)$$

Комбинируя уравнения (3)-(5), найдём, что заряд NC-конденсатора подчиняется следующему нелинейному нестационарному обыкновенному дифференциальному уравнению 2-го порядка:

$$L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} + \left(1 + \frac{r}{R}\right) \cdot U_{NC}(q) + \left[r + \frac{L}{R \cdot C(q)}\right] \cdot \frac{dq}{dt} = U(t). \quad (6)$$

Предположим, что  $\alpha \cdot L/R < r$ ,  $r \ll R$ , и введём следующие безразмерные величины:

$$\begin{aligned} \tau &= \sqrt{\frac{\alpha}{L} \cdot \left(1 + \frac{r}{R}\right)} \cdot t, \quad x = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \cdot q, \\ \delta &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\alpha \cdot L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + r/R}} \cdot \left(r - \frac{\alpha \cdot L}{R}\right), \\ \gamma &= \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{\alpha \cdot L}{1 + r/R}}, \quad u(\tau) = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha^3}} \cdot \frac{U(t)}{1 + r/R}. \end{aligned} \quad (7)$$

Физический смысл безразмерных переменных и параметров (7) состоит в том, что с их помощью мы видим масштабы физических величин в исследуемой нами задаче, например, характерный масштаб заряда на

НС-конденсаторе из цирконата-титаната свинца и титаната стронция есть  $\sqrt{\alpha/\beta} \sim 0,5$  нКл.

Подставив переменные (7) в уравнение (6), получим:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} - x + x^3 = -2 \cdot \delta \cdot \frac{dx}{d\tau} - 3 \cdot \gamma \cdot x^2 \cdot \frac{dx}{d\tau} + u(\tau) . \quad (8)$$

Представление математической модели электрической цепи на рис. 2 в виде уравнения (8) гораздо удобнее, чем её представление (6) в размерных переменных. Более того, запись (8) позволяет легко выделить эффекты, обусловленные неидеальностью элементов исследуемой системы и внешним воздействием, а именно, все они сосредоточены в правой части уравнения (8).

Переход к идеальным элементам в схеме на рис. 2, т.е. к индуктивности без учёта её омического сопротивления и к НС-конденсатору без учёта утечки, сводится к предельным переходам  $r \rightarrow 0$  и  $R \rightarrow \infty$  в формулах (7). Это означает, что  $\delta \rightarrow 0$  и  $\gamma \rightarrow 0$ .

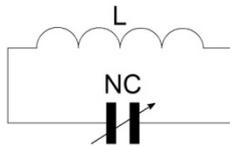


Рис. 3. Идеальный колебательный контур с идеальным НС-конденсатором

Далее, отключая источник внешнего напряжения, мы получим, что уравнение (8) сведётся к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx}{d\tau} = y, \quad \frac{dy}{d\tau} = x - x^3 . \quad (9)$$

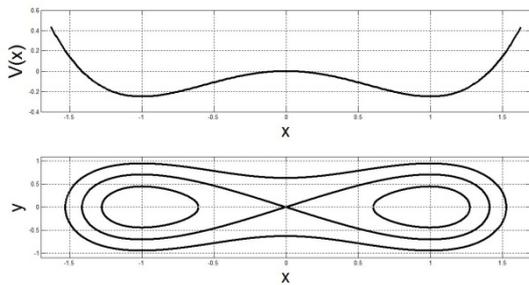


Рис. 4. К построению фазового портрета идеального колебательного контура с идеальным НС-конденсатором

Система (9) является гамильтоновой системой с гамильтонианом [8]:

$$H(x, y) = \frac{y^2}{2} + V(x) , \quad (10)$$

соответствующим одномерному движению в потенциале  $V(x) = -x^2/2 + x^4/4$  материальной точки с единичной массой.

Фазовые траектории системы (9) приведены на рис. 4 внизу. Они являются линиями уровня гамильтониана (10) (см. [8] и ссылки там).

Для дальнейшего имеет принципиальное значение нулевой уровень этого гамильтониана, который задаёт гомоклинические петли — две сепаратрисы, выходящие из начала координат и через бесконечное время возвращающиеся к нему.

Эти сепаратрисы параметризуются следующим образом [8]:

$$X(\tau) = \pm \frac{\sqrt{2}}{ch(\tau + \tau_0)}, \quad Y(\tau) = m \frac{\sqrt{2} \cdot sh(\tau + \tau_0)}{ch^2(\tau + \tau_0)}, \quad (11)$$

где  $\tau_0$  — произвольный временной сдвиг вдоль гомоклинической петли.

### III. ФУНКЦИЯ РАСЩЕПЛЕНИЯ СЕПАРАТРИС ДЛЯ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА С НС-КОНДЕНСАТОРОМ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ФРАКТАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

С помощью гамильтониана (10) уравнение (8) можно переписать в виде квазигамильтоновой системы:

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{\partial H(x, y)}{\partial y}, \quad \frac{dy}{d\tau} = -\frac{\partial H(x, y)}{\partial x} + f(x, y, \tau) , \quad (12)$$

где

$$f(x, y, \tau) = -2 \cdot \delta \cdot y - 3 \cdot \gamma \cdot x^2 \cdot y + u(\tau) . \quad (13)$$



Рис. 5. Классификация фрактальных множеств по А.А. Потанову

Для того, чтобы мы могли прояснить вопрос о наличии сложного поведения в системе (12) с помощью критерия Мельникова, доказанного в статье [7], функция (13) должна быть периодической в безразмерном времени  $\tau$  с неким периодом  $\theta$  :  $f(x, y, \tau + \theta) = f(x, y, \tau)$  . Это означает, что выходное напряжение генератора фрактальных сигналов на рис. 2. должно быть периодическим в физическом времени  $t$  с периодом  $T$  :  $U(t+T) = U(t)$  , причём безразмерный период  $\theta$  связан с размерным периодом  $T$  первой из формул (7).

Для конкретизации вида напряжения  $U(t)$ , выдаваемого генератором фрактальных сигналов на рис. 2, рассмотрим функцию Вейерштрасса:

$$W(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cdot \cos(b^n \cdot \omega_0 \cdot t), \quad (14)$$

где  $\omega_0$  — величина с размерностью циклической частоты, при значениях параметров  $b > 1$ ,  $0 < a < 1$  и  $a \cdot b \geq 1$  обладающая фрактальной размерностью  $D = 2 + \ln a / \ln b$  и нигде не имеющая производной (см. [6] и ссылки там).

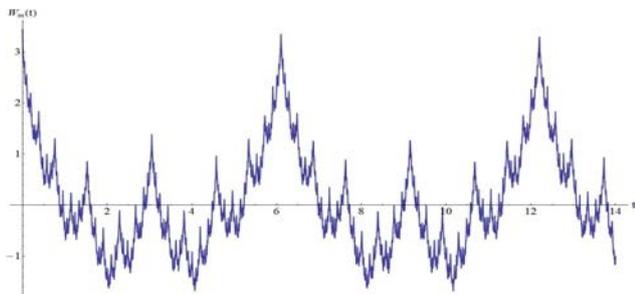


Рис. 6. Физическая функция Вейерштрасса

Для того, чтобы функция (14) была периодической с периодом  $T = 2 \cdot \pi / \omega_0$ , должно быть  $b = 2, 3, 4, K$ .

Поскольку реализовать в микроэлектронной системе суммирование бесконечного ряда (14) крайне сложно, то, следуя принципу разделения фракталов на математические и физические (см. рис. 5), предложенному А.А. Потаповым [6], учтём в сумме (14) только  $m$  первых членов:

$$W_m(t) = \sum_{n=0}^m a^n \cdot \cos(b^n \cdot \omega_0 \cdot t). \quad (15)$$

Назовём эту сумму физической функцией Вейерштрасса (ФФВ). Легко видеть, что при заданной точности  $\delta > 0$  и при числе членов суммы (15)  $m > \ln[\delta \cdot (1/a - 1)] / \ln a$  в любой момент времени  $t$ :

$$|W(t) - W_m(t)| < \delta. \quad (16)$$

На рис. 6 представлено поведение ФФВ при  $a = 0,71$ ,  $b = 2$  и  $\omega_0 = 1,03 \text{ с}^{-1}$ . Она периодична с периодом  $T \approx 6,1 \text{ с}$  и обладает фрактальной размерностью  $D \approx 1,51$ . В сумме (15) выбрано  $m = 17$ , что соответствует  $\delta = 10^{-2}$ . Из неравенства (16) следует, что при этих значениях параметров математическая функция Вейерштрасса (14) лежит в полосе толщины  $2 \cdot \delta$  вокруг своей физической версии (15).

Далее мы будем рассматривать варианты генераторов фрактальных сигналов, выходное напряжение которых для заданных значений  $a$ ,  $b$ ,  $\omega_0$  и  $\delta$  есть:

$$U(t) = U_0 \cdot W_m(t), \quad (17)$$

где  $U_0$  — характерный масштаб выходного напряжения генератора.

#### А. Подбор оптимального генератора физической функции Вейерштрасса

Одна из возможных схем генерации функции (17), предложенная в докладе [9], приведена на рис. 7. Её особенностью является генерация каждой гармоники с частотой  $\omega_0 \cdot b^n$ , входящей в сумму (17), отдельным генератором Ван дер Поля (ГВдП) (рис. 8). Нелинейные искажения сигнала, обусловленные малым отличием предельного цикла ГВдП на его фазовой плоскости от эллипса убираются полосно-пропускающим фильтром. Итоговое напряжение (17) получается на выходе сумматора на рис. 7, который может быть реализован с помощью операционного усилителя.

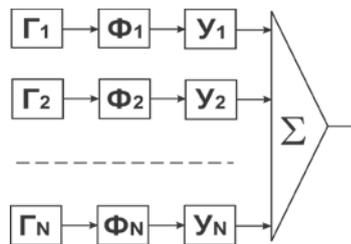


Рис. 7. Структурная схема генератора физической функции Вейерштрасса на основе генераторов Ван дер Поля

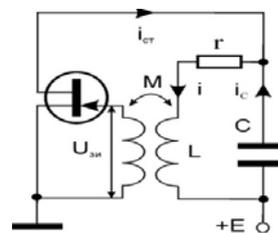


Рис. 8. Электрическая схема генератора Ван дер Поля на полевом транзисторе

Из схемы на рис. 8 ясно, что циклическая частота  $n$ -го ГВдП  $\omega_n = 1 / \sqrt{L_n \cdot C_n}$ , т.е. теоретически колебательными контурами на рис. 8 может быть реализована геометрическая прогрессия частот с любым знаменателем  $b$  из множества  $b = 2, 3, 4, K$ . Однако на практике частоты  $\omega_n$  за счёт разброса значений индуктивности и ёмкости в каждом из ГВдП могут весьма сильно отличаться от величин  $\omega_0 \cdot b^n$  в ту или в другую сторону, что приводит к эффекту квазипериодичности выходного напряжения, существенно усложняющему теорию (см. [10] и ссылки там). Кроме того, каждый из ГВдП за счёт флуктуаций напряжения в полевом транзисторе и в колебательном контуре привносит в генерируемую им гармонику случайный сдвиг фаз [9]. Таким образом, для исключения этих фаз из выходного напряжения генератора на рис. 7 требуются дополнительные меры.

Свободным от описанных выше недостатков является схема генератора ФФВ (см. рис. 9), описанная в патенте [11].

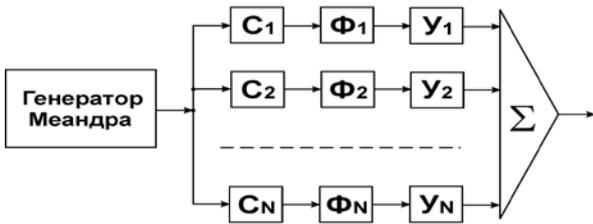


Рис. 9. Структурная схема генератора физической функции Вейерштрасса на основе генератора меандра

На вход каждого из делителей частоты на рис. 9 поступает напряжение с периодом  $T_0$  вида:

$$V_0(t, T_0) = \begin{cases} U_0, & 0 \leq t < T_0/2 \\ 0, & T_0/2 \leq t < T_0 \end{cases}. \quad (18)$$

От его воздействия на выходах делителей частоты, реализованных в виде синхронного двоичного счётчика на JK-триггерах, возникают напряжения:

$$V_k(t) = V_0(t, T_k), \quad k = \overline{1, N}, \quad (19)$$

повторяющие форму напряжения (18), но с периодами, растущими как  $T_k = T_0 \cdot 2^k$ .

Каждое из напряжений (19) имеет следующее разложение в ряд Фурье:

$$V_k(t) = \frac{U_0}{2} + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2 \cdot U_0}{\pi \cdot (2 \cdot l - 1)} \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot l - 1) \cdot t}{T_k}. \quad (20)$$

Далее, подавая напряжение (19) на полосно-пропускающий фильтр, настроенный на частоту  $2 \cdot \pi / T_k$  и сдвигающий фазу сигнала на  $\pi/2$ , мы выделим из каждой суммы (20) по первой гармонике, причём частоты этих гармоник образуют геометрическую прогрессию со знаменателем  $b = 2$ .

Наконец, настраивая должным образом амплитуды этих гармоник с помощью усилителей с регулируемым коэффициентом усиления, мы получим на выходе сумматора на рис. 9 сигнал в виде ФФВ (17).

### В. Вычисление функции расщепления сепаратрис

Согласно общему методу, развитому в статье [7], для квазигамильтоновой системы (12) функция расщепления сепаратрис (функция Мельникова), равна:

$$\Delta(\tau_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} Y(\tau) \cdot f(X(\tau), Y(\tau), \tau) \cdot d\tau, \quad (21)$$

где  $f(x, y, \tau)$  — это функция (13), аргументы которой — явные выражения (11) для сепаратрис системы (9).

Входящая в выражение (13) функция  $u(\tau)$  имеет вид:

$$u(\tau) = A_0 \cdot \sum_{n=0}^m a^n \cdot \cos(2^n \cdot \Omega_0 \cdot \tau), \quad (22)$$

где

$$A_0 = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha^3}} \cdot \frac{U_0}{1+r/R}, \quad \Omega_0 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+r/R}} \cdot \sqrt{\frac{L}{\alpha}}. \quad (23)$$

Таким образом, по формулам (21) и (22) получим для функции расщепления сепаратрис системы (12) следующее выражение:

$$\Delta(\tau_0) = -\frac{8 \cdot \delta}{3} - \frac{16 \cdot \gamma}{5} - \sum_{n=0}^m \frac{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot A_0 \cdot \Omega_0 \cdot (2 \cdot a)^n}{ch(\pi \cdot \Omega_0 \cdot 2^{n-1})} \cdot \sin(2^n \cdot \Omega_0 \cdot \tau_0). \quad (24)$$

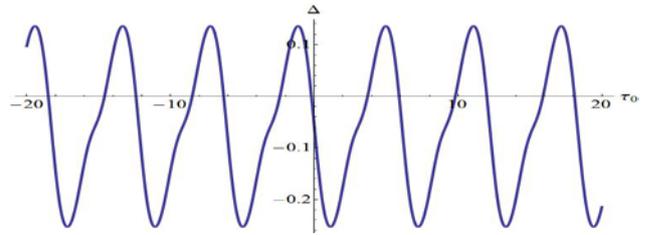


Рис. 10. Функция Мельникова

Функция Мельникова (24) показывает, на какое расстояние сепаратрисы невозмущённой системы (9) расходятся под действием возмущения (13). На рис. 10 приведён график функции (24) при следующих значениях параметров:  $a = 0,71$ ,  $b = 2$ ,  $m = 17$ ,  $\Omega_0 = 1,03$ ,  $A_0 = 0,1$ ,  $\delta = \gamma = 0,01$ . Из этого графика видно, что при таких значениях параметров функция Мельникова знакопеременна, значит, в соответствии с критерием Мельникова [7] исследуемая нами система должна демонстрировать хаотическое поведение.

На рис. 11 представлен график зависимости напряжения (1) на  $NC$ -конденсаторе, записанного в безразмерном виде, от безразмерного времени  $\tau$  при тех же значениях параметров. Рис. 11 получен с помощью численного решения системы (12) с начальными условиями  $x(0) = 1,43$  и  $y(0) = 0,1$ . Из этого графика видно, что временная динамика напряжения на  $NC$ -конденсаторе на довольно большом интервале времени остаётся весьма сложной — в полном соответствии с критерием Мельникова [7].



Рис. 11. Безразмерное напряжение на  $NC$ -конденсаторе

Далее, если NC-конденсатор выполнен из цирконата-титаната свинца и титаната стронция [4], то характерный масштаб напряжения на нём есть  $\sqrt{\alpha^3/\beta} \sim 5$  В. Это означает, что согласно графику на рис. 11 пиковые значения размерного напряжения на NC-конденсаторе  $U_{NC} \sim 10$  В. Для выбранных нами параметров  $\delta$  и  $\gamma$  вследствие выражений (7)  $r/R \sim 10^{-4}$ , поэтому в силу первой из формул (23) характерная амплитуда ФФВ (17), выдаваемой генератором на рис. 9, есть  $U_0 \sim 0,5$  В, что вполне приемлемо для цифровой техники.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье найден явный вид функции расщепления сепаратрис (24) для колебательного контура с NC-конденсатором, находящегося под воздействием фрактального входного напряжения в виде ФФВ (17). Вычислительный эксперимент показал, что в широком диапазоне значений параметров эта функция остаётся знакопеременной, следовательно, квазигамильтонова система (12) будет демонстрировать при таких параметрах хаотическое поведение. Кратко суть обнаруженного эффекта можно описать следующим образом: фрактал порождает хаос. Следовательно, система на рис. 2. может рассматриваться как генератор хаотического электрического сигнала.

На Западе и на Востоке интерес к NC-конденсаторам обусловлен тем, что их использование в качестве подзатворного диэлектрика в полевых транзисторах позволяет на порядок снизить потребление энергии микропроцессорами на таких транзисторах по сравнению с микропроцессорами на обычных транзисторах [12]. Однако при этом упускается из вида то обстоятельство, что открытие NC-конденсатора даёт возможность создания нового поколения радиотехнических устройств, обладающих нетривиальными особенностями при своём функционировании, что и демонстрирует как данная статья, так и работы [3]-[8].

#### БЛАГОДАРНОСТИ

И.В. Ракуть и А.Э. Рассадин благодарят профессоров Л.М. Лермана и А.Д. Морозова за ценные замечания по части III данной статьи.

#### ПОДДЕРЖКА

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-08-01356-а.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Максимов Н.А., Панас А.И. Генерация хаоса / Под ред. А.С. Дмитриева. М.: Техносфера. 2012. 436 с.
- [2] Леонов К.Н., Потапов А.А., Ушаков П.А. Использование инвариантных свойств хаотических сигналов в синтезе новых помехоустойчивых широкополосных систем передачи информации // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. №. 12. С. 1209-1229.
- [3] Potapov A.A., Rassadin A.E., Tronov A.A. Generators of Chaotic Electrical Oscillations on Basis of Ferroelectric Capacitor with a Negative Capacitance // Proc. 14th Sino - Russia Symposium on Advanced Materials and Technologies / Ed. Mingxing Jia (Sanya, Hainan Province, China: November 28 - December 1, 2017).- Beijing: Metallurgical Industry Press (China, <http://www.cnmp.com.cn>). 2017. P. 487 – 490. (ISBN 978-7-900853-01-1). (дата обращения: 22.03.2018)
- [4] Khan A.I., Bhowmik D., Yu P., Kim S.J., Pan X., Ramesh R., Salahuddin S. Experimental evidence of ferroelectric negative capacitance in nanoscale heterostructures // Applied Physics Letters. 2011. V. 99. N. 11. P. 113501-1-3.
- [5] Appleby D.J.R., Ponon N.K., Kwa K.S.K., Zou B., Petrov P.K., Wang T., Alford N.M., O'Neill A. Experimental Observation of Negative Capacitance in Ferroelectrics at Room Temperature // Nano Letters. 2014. V. 14. N. 7. P. 3864-3868.
- [6] Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. М.: Университетская книга. 2005. 848 с.
- [7] Мельников В.К. Об устойчивости центра при периодических по времени возмущениях // Тр. ММО. 1963. Т. 12. С. 3 – 52.
- [8] Kostromina O.S., Potapov A.A., Rakut I.V., Rassadin A.E. Total harmonic distortions in an oscillatory circuit with a ferroelectric capacitor with a negative capacitance // Eurasian Physical Technical Journal. 2017. V. 14. N 2 (28). P. 14-21.
- [9] Potapov A.A., Rakut I.V., Rassadin A.E., Stepanov A.V., Tronov A.A. Generator of fractal voltage: practical scheme // International conference on Dynamical Systems 'Shilnikov WorkShop 2017' (Nizhny Novgorod, Russia, December 15-16, 2017). <http://www.shilnikov.unn.ru/en> (дата обращения: 22.03.2018). Book of abstracts. P. 28.
- [10] Морозов А.Д., Морозов К.Е. О квазипериодических возмущениях двумерных гамильтоновых систем // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53. № 12. С. 1607-1615.
- [11] Кудасов Ю.Б., Макарова Н.Н., Дубинов А.Е. Генератор фрактального сигнала. 2001. Патент РФ 2168848.
- [12] Rollo T., Esseni D. New design perspective for Ferroelectric NC-FETs // IEEE Electron Device Letters. January 2018. P. 1-1.

# About the Possibility of Chaotic Oscillations of Charge on Ferroelectric Capacitor with Negative Differential Capacity in Oscillatory Circuit with Fractal Input Voltage

A.A. Potapov<sup>1,2,4</sup>, I.V. Rakut<sup>3,4</sup>, A.E. Rassadin<sup>4</sup>, A.A. Tronov<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS, Moscow

<sup>2</sup>JNU-IRE RAS Joint Laboratory of Information Technology and Fractal Processing of Signals, JiNan University, Guangzhou

<sup>3</sup>National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod

<sup>4</sup>Nizhny Novgorod Mathematical Society, Nizhny Novgorod, brat\_ras@list.ru

**Abstract** — In this paper a new kind of integrated ferroelectric device has been described. The device is the oscillatory circuit with ferroelectric capacitor with negative differential capacitance under the action of fractal input voltage. We underline that we have considered realistic model of oscillatory circuit taking into account resistance of inductance and leakage of charge from ferroelectric capacitor. Also two different architectures for generator of fractal signal have been compared, only one of them has been selected as source of input voltage. For the oscillatory circuit under investigation, the Mel'nikov function has been calculated explicitly. This function proves to be alternating in sign under the wide range of its parameters. In accordance with the Mel'nikov criterion, it means that under these parameters the system is the generator of chaotic electrical oscillations. In brief, the essence of the effect discovered one can describe by the following words: fractal gives rise to chaos. This theoretical conclusion has been verified in the framework of numerical simulation, estimations of orders for physical values for the sample of bilayer ferroelectric capacitor with negative differential capacitance have been done. Thus, in the simplest example, it has been demonstrated that synthesis of two the newest scientific directions, namely, integrated ferroelectrics and fractal radio systems, results in appearance of radio engineering devices with qualitatively new properties. The feature of the investigated system is compatibility with CMOS-technology therefore this system can be placed on a single chip. It means that it is convenient to use the above described generator of chaotic electric signals in broadband communication systems.

**Keywords** — homoclinic loop, split separatrix function, band-pass filter, the Weierstrass function, fractal dimension, lead zirconate-titanate, strontium titanate.

## REFERENCES

- [1] Dmitriev A.S., Efremova E.V., Maksimov N.A., Panas A.I. Generatsiya haosa (Generation of chaos) / Pod red. A.S. Dmitrieva. M.: Tehnosfera. 2012. 436 s.
- [2] Leonov K.N., Potapov A.A., Ushakov P.A. Application of invariant properties of chaotic signals in the synthesis of noise-immune broadband systems for data transmission // Journal of Communications Technology and Electronics. 2014. V. 59. N. 12. P. 1393-1411.
- [3] Potapov A.A., Rassadin A.E., Tronov A.A. Generators of Chaotic Electrical Oscillations on Basis of Ferroelectric Capacitor with a Negative Capacitance // Proc. 14th Sino - Russia Symposium on Advanced Materials and Technologies / Ed. Mingxing Jia (Sanya, Hainan Province, China: November 28 - December 1, 2017).- Beijing: Metallurgical Industry Press (China, <http://www.cnmp.com.cn>). 2017. P. 487 – 490. (ISBN 978-7-900853-01-1). (access date: 22.03.2018)
- [4] Khan A.I., Bhowmik D., Yu P., Kim S.J., Pan X., Ramesh R., Salahuddin S. Experimental evidence of ferroelectric negative capacitance in nanoscale heterostructures // Applied Physics Letters. 2011. V. 99. N. 11. P. 113501-1-3.
- [5] Appleby D.J.R., Ponon N.K., Kwa K.S.K., Zou B., Petrov P.K., Wang T., Alford N.M., O'Neill A. Experimental Observation of Negative Capacitance in Ferroelectrics at Room Temperature // Nano Letters. 2014. V. 14. N. 7. P. 3864-3868.
- [6] Potapov A.A. Fraktali v radiofizike i radiolokatsii: Topologija viborki (Fractals in radiophysics and radiolocation: Sample Topology). M.: Universitetskaya kniga. 2005. 848 s.
- [7] Melnikov V.K. Ob ustoychivosti centra pri periodicheskikh po vremeni vozmusheniyah (On stability of center under periodic on time perturbations) // Trudi Moskovskogo matematicheskogo obshestva. 1963. T. 12. S. 3 – 52.
- [8] Kostromina O.S., Potapov A.A., Rakut I.V., Rassadin A.E. Total harmonic distortions in an oscillatory circuit with a ferroelectric capacitor with a negative capacitance // Eurasian Physical Technical Journal. 2017. V. 14. N 2 (28). P. 14-21.
- [9] Potapov A.A., Rakut I.V., Rassadin A.E., Stepanov A.V., Tronov A.A. Generator of fractal voltage: practical scheme // International conference on Dynamical Systems 'Shilnikov WorkShop 2017' (Nizhny Novgorod, Russia, December 15-16, 2017). <http://www.shilnikov.unn.ru/en> (access date: 22.03.2018). Book of abstracts. P. 28.
- [10] Morozov A.D., Morozov K.E. O kvaziperiodicheskikh vozmusheniyah dvumernih gamil'tonovih sistem (On quasi-periodic perturbations of two-dimensional Hamiltonian systems) // Differentsial'nie uravneniya. 2017. T. 53. № 12. S. 1607-1615.
- [11] Kudasov Yu.B., Makarova N.N., Dubinov A.E. Generator fraktalnogo signala (Generator of fractal signal). 2001. Patent RF 2168848.
- [12] Rollo T., Esseni D. New design perspective for Ferroelectric NC-FETs // IEEE Electron Device Letters. January 2018. P. 1-1.