

Восстановление сигнала и параметров Σ - Δ модулятора

Хохряков Евгений Игоревич

Оглавление

- Теория хаоса
- Восстановление сигнала
- Восстановление параметров

Основные понятия

- Области движения фазового пространства ограничена
- Законы и уравнения движения
- Случайность и закономерность

Основные понятия

- Предельные циклы и предельное множество множества L
 - Периодические и непериодические точки
 - Устойчивые и неустойчивые точки
- Странные аттракторы и basin of attraction множества L
- Управляющие и управляемые параметры

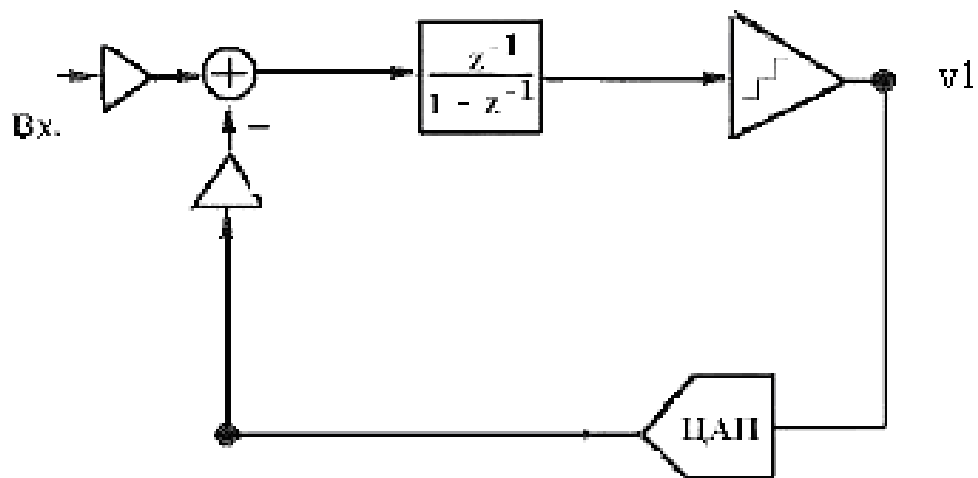
Основные аксиомы теории хаоса

- Некоррелированность близких орбит
- Любая точка из L будет рано или поздно пройдена (транзитивность L)
- Периодическое множество всюду плотно в L

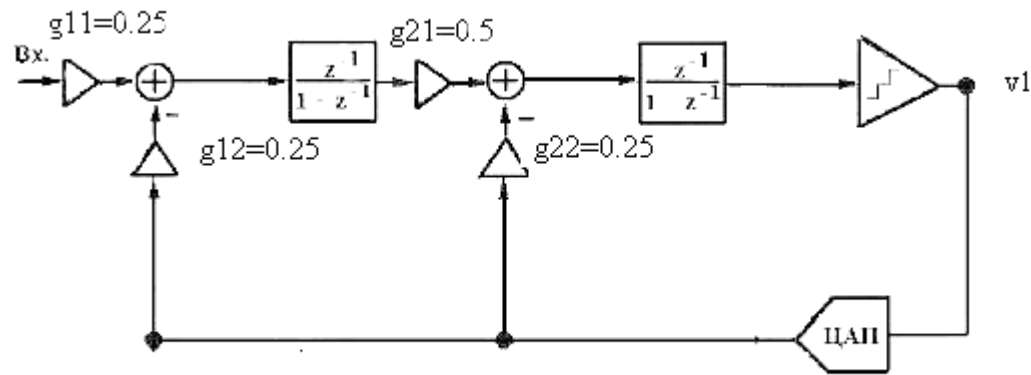
Примеры

- Фазовые переходы I,II рода
- Машина катастроф Зимана
- Бильярды
- Турбулентность
- Универсальность Фейгенбаума
- Сигма-дельта модулятор

Первый порядок сигма-дельта



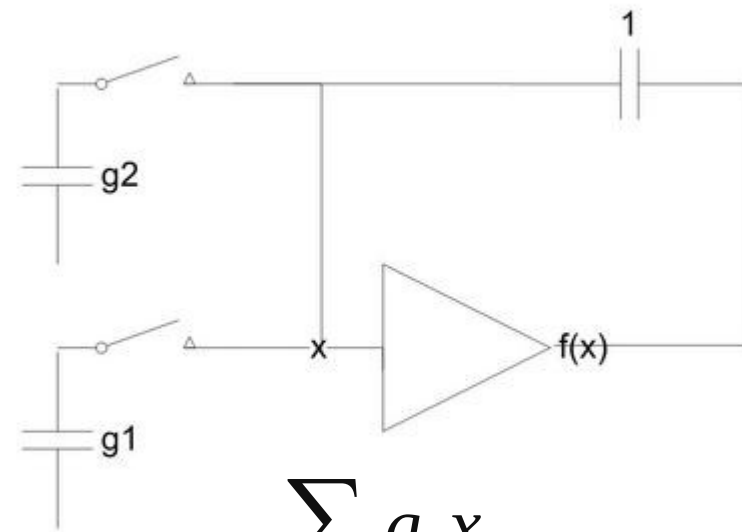
Второй порядок сигма-дельта



Интегратор с конечным усилением

$$y = -kx + V_0$$

$$y^0 = -kx^0 + V_0$$

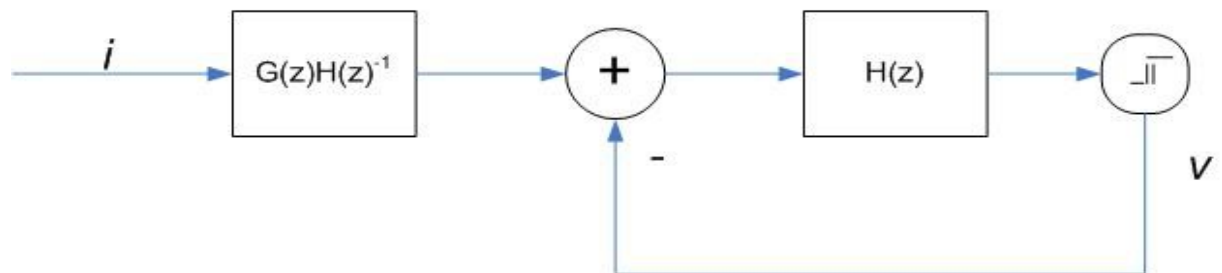
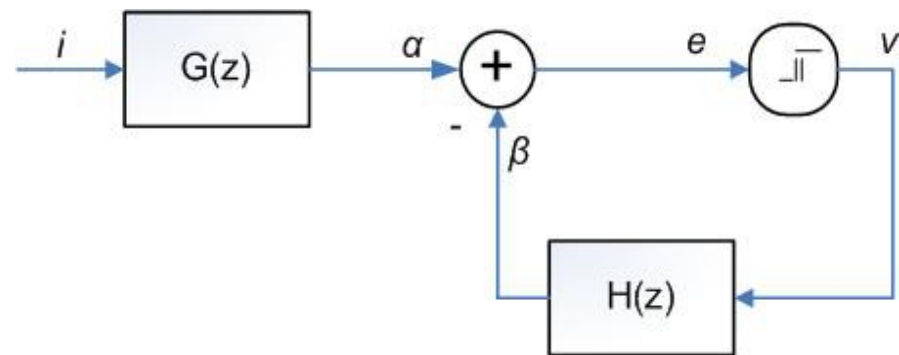


$$y = y^0 \frac{1 + k^{-1}}{1 + k^{-1} + k^{-1} \sum g_i} + \frac{\sum g_i x_i}{1 + k^{-1} + k^{-1} \sum g_i}$$

Обобщенное представление SDM

$$H(z) = \frac{((g_{12}g_{21} - ag_{22})z^{-1} + g_{22})z^{-1}}{(1 - az^{-1})^2}$$

$$G(z) = g_{11}g_{12}z^{-2} / (1 - az^{-1})^2$$



Кусочно-линейное отображение

$$x_{n+1}^{(i)} = \sum_j A_{ij} x_n^{(j)} + b_{np}^{(i)}$$

$$b_{n1}^{(i)} = i_n \delta_i^1 - g_{i2}, \quad x_n^{(2)} \geq 0$$

$$b_{n2}^{(i)} = i_n \delta_i^1 + g_{i2}, \quad x_n^{(2)} < 0$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ g_{21} & a_2 \end{pmatrix}$$

Ограничение на движение в фазовом пространстве

- Для **первого** порядка движение будет ограничено тогда и только тогда, когда
- $|ax_n/g_{12} - v_n| < 1 \Leftrightarrow |x_n| < -2H(0) = 2g_{12}/a$
- $|i_n| < (2/a - 1)\mu$
- $\mu = g_{12}/g_{11} = 1$
- $1 \leq a < 2$
- $0 < a < 1$

Ограничение на движение в фазовом пространстве

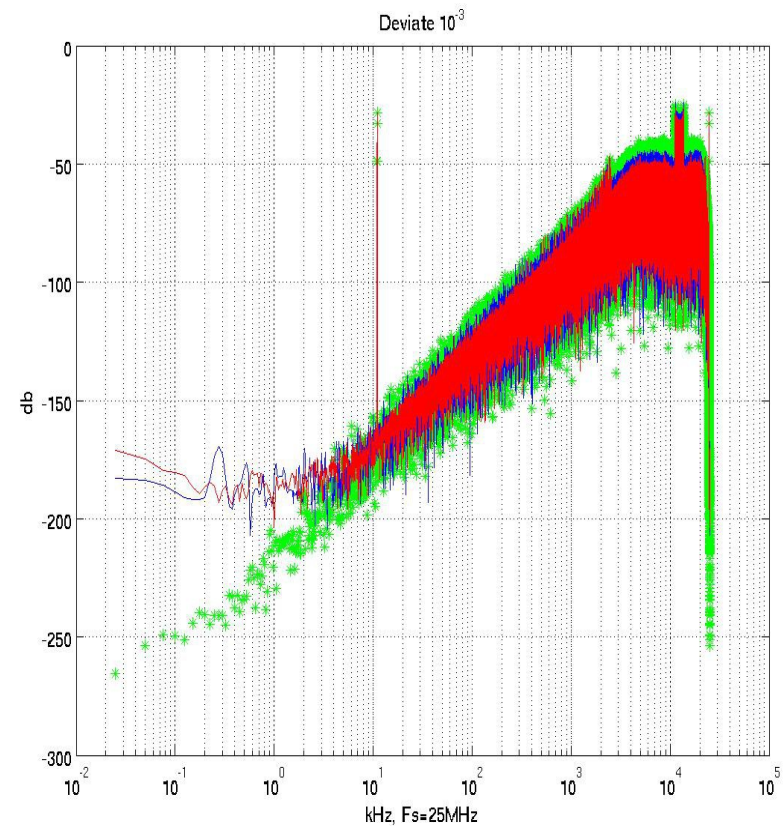
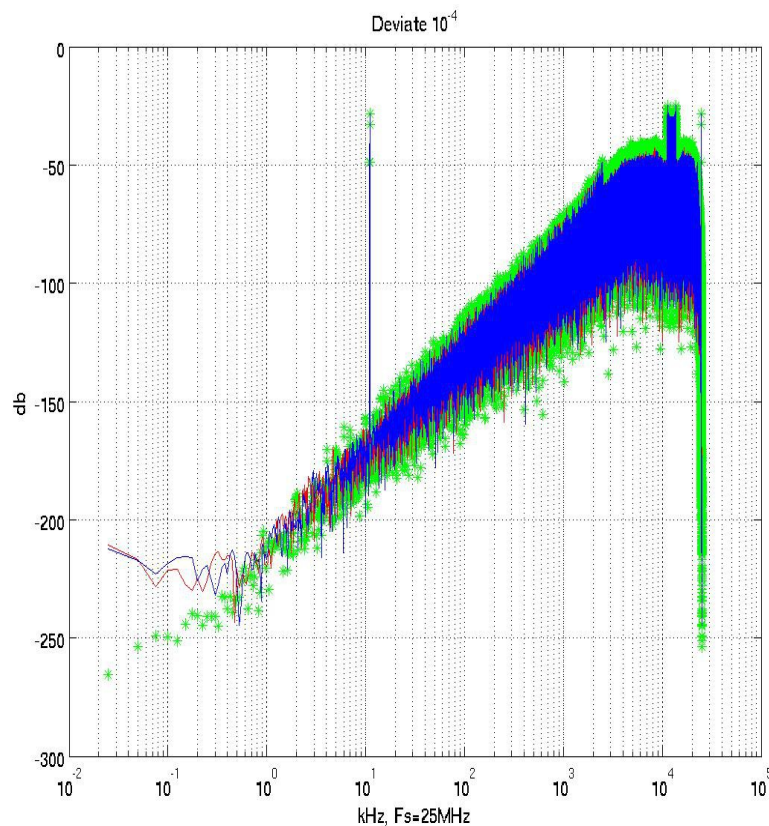
- Для **второго** порядка движение будет ограничено, когда
- $|i_n| < \mu / g_{21} (2/a - 1)(1 - a) + g_{12} / g_{11}$
- $|x_n^{(1)}| < (2/a - 1)\mu$
- $|ax_n^{(2)} / g_{22} - v_n| < 1$
- $\mu = g_{22} / g_{21} = 2$
- $1 \leq a < 2 - g_{12} g_{21} / \mu$
- $0 < a < 1$

Условие хаоса

- *Множество начальных состояний, входящие в периодические циклы имеют меру ноль в фазовом пространстве, когда $\det(A) > 1$*
- $\det(A) = a_1 a_2$
- $a = (1+k^{-1})/(1+k^{-1}(1+\sum g_i)) < 1$

Спектры для α вблизи 1. 2-ой порядок

- $f=11\text{кГц}$, $A=0.1$, отрицательная/положительная добавка синяя/красная.



Зависимость NTF и STF от a

- В частотном представлении для $f \ll f_s$ и $|a-1| \ll 1$

$$NTF(\omega) \approx (a-1)^2 / g_{12} g_{21}$$

$$STF(\omega) \approx g_{11} / g_{12} + \frac{g_{11} g_{22}}{g_{12} g_{21}} ((a-1) - j\omega)$$

Выводы

- Найдена причина хаоса в модуляторе
- Получены спектры варьируя $a=1$ для разных знаков, найдена связь с айделтонами
- Уровень айделтонов зависит как $(a-1)^2$

Восстановление сигнала

- OSR и полезная полоса
- Продвинуто-запаздывающий фильтр
- Интермодуляция и нелинейность

АЧХ и ФЧХ

- К. передачи

$$T(\omega) = \frac{2\lambda^2}{\omega^2 + \lambda^2} = \frac{i\lambda}{\omega + i\lambda} - \frac{i\lambda}{\omega - i\lambda}$$

- Импульсная функция

$$T(n) = \lambda [\theta(-i+m) \exp(\lambda(n-m)) + \theta(i-m) \exp(-\lambda(n-m))]$$

$$m \simeq [20\pi/\lambda] + 0.5, F_s = 1, \text{length}(T(n)) = 2m + 1$$

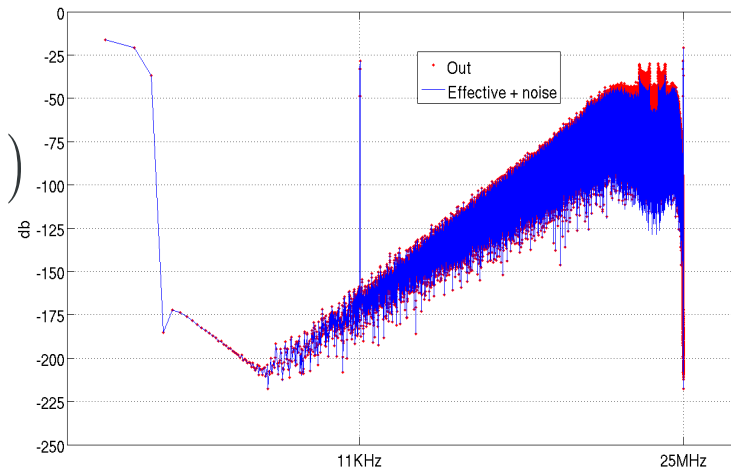
- $(1 - T(\omega))^k, k = 1, 2, \dots \quad F_s/2 \rightarrow F_s$

Нелинейные шумы

- Шум квантователя
- Интермодуляция с высоких частот
- Введение в модель источника шума
- Выделение шума по выборке

квантователя

$$+0.4 \cdot G^{-1}(\omega)(1 - T(\omega))^2 \cdot V(\omega)$$



Низкочастотный фильтр

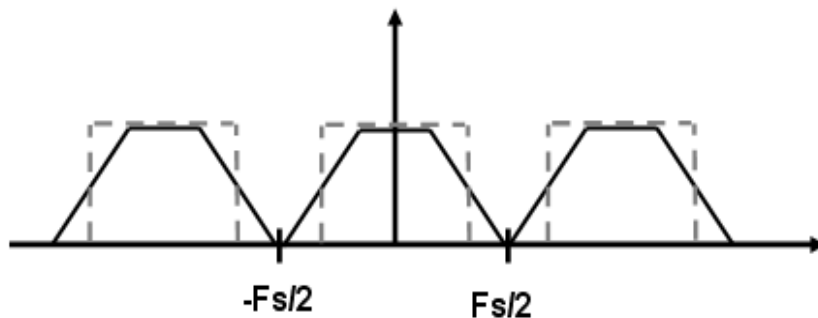
$$T(i)' = \sum_{j=0}^p c_j \cdot \lambda \cdot [(\theta(-i+m+\varphi_j)e^{\lambda\varphi_j} + \theta(-i+m-\varphi_j)e^{-\lambda\varphi_j})e^{\lambda(i-m)}/2 + (\theta(i-m+\varphi_j)e^{-\lambda\varphi_j} + \theta(i-m-\varphi_j)e^{\lambda\varphi_j})e^{-\lambda(i-m)}/2]$$

- ВЕСОВЫЕ К.

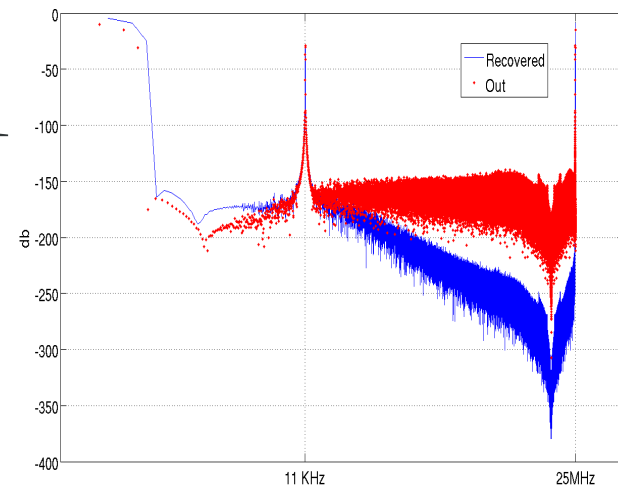
$$\sum_{j=0}^p c_j \frac{2\cos(\lambda\varphi_j/s)}{(1/s)^2 + 1} = 1, s=2, \dots, p+1$$

$$2 \sum_{j=0}^p c_j = \{0, 1\}, \varphi_j = (2j+1)\pi/2\lambda$$

$$m \simeq 2 \lceil (10(2p+1)\pi/\lambda) \rceil + 0.5, F_s = 1$$



$$T(i)^k, k=1, 2$$



Выводы

- Фазовая корреляция с шумами
- Идеальная передача сигнала

Восстановление параметров

- Поиск глобального минимума
- Размерность задачи, наложение связей
- Монте-Карло и температурный отжиг

Постановка задачи

- Целевая функция

$$\delta v = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N |v_i - v_i^H|$$

v^H текущая выборка

v_i золотой вектор

- Линейные связи

$$\begin{cases} g_{i1}' = 1, & i = 1, 2 \\ g_{12}' = g_{12} / g_{11}, & g_{22}' = g_{22} / (g_{21} g_{11}) \end{cases}$$

- Связь STF(z=1)

Алгоритм МК поиска экстремума

- Вероятностная сходимость

$$(a_1, a_2, g_{2i}', x_0^{(i)}), i=1,2, STF(z=1) = \frac{\langle v * win \rangle}{\langle i * win \rangle}$$

- Псевдослучайная величина r

$$r < \exp(-(\delta v_2 - \delta v_1)/T), \delta v_2 - \delta v_1 > 0$$

- Процент принятия и сходимость

$$0.3 < \bar{r} < 0.7$$

Выводы

- Получена золотая выборка линейной модели длиной 10^3 для искажённых параметров нехаотического модулятора
- Получен генератор эффективной последовательности управляющих параметров
- Вероятностная сходимость последовательности и 98% совпадение

Спасибо за внимание!

Хохряков Евгений Игоревич

zhen_khokh@mail.ru