УДК 621.38+621.373.1 DOI: 10.31114/2078-7707-2020-2-9-15

Применение методов огибающих для анализа автогенераторных схем

М.М. Гурарий, С.Г. Русаков

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН (ИППМ РАН), г. Москва
gourary@ippm.ru

Аннотация — В статье предлагаются новые подходы к решению ряда задач ускоренного моделирования многочастотных интегральных схем при использовании методов огибающих. Рассмотрена новая формулировка задачи в виде записи дифференциального уравнения для огибающего процесса, что позволяет использовать стандартные процедуры организации процесса интегрирования. Предложены новые алгоритмы моделирования медленно меняющихся колебательных процессов в автогенераторных схемах, учитывающие изменяющийся период как дополнительную переменную медленного процесса.

Ключевые слова **— схемотехническое моделирование, метод пристрелки, метод продолжения огибающей, метод переходного гармонического баланса, осциллятор.**

I. Введение

Для поведения радиотехнических схем типовым режимом является совместное протекание быстрых периодических и медленных апериодических процессов. Моделирование электрических характеристик во временной области в этом случае требует очень высоких вычислительных затрат. Например, моделирование переходного процесса при возбуждении схемы модулированным сигналом с несущей частотой 1 ГГц и частотой модуляции 1 кГц требуют 10^7 - 10^8 временных шагов на одном периоде модуляции.

Существенное ускорение схемотехнического моделирования в этом случае достигается при использовании так называемых методов огибающих (см., например, [1-11]). Вычислительные методы огибающих основаны на предположении малости изменения формы сигнала на соседних периодах высокой частоты. Это позволяет не осуществлять моделирование достаточно длительной последовательности периодов, избегая излишних затрат.

Методы огибающих ориентированы на представление модели схемы системой обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ). Численное решение таких СОДУ связано с известной проблемой моделирования быстрых и медленных процессов. Реализация методов основана на двухуровневых алгоритмах. При этом на нижнем уровне моделируется процесс на одном периоде высокой частоты, а на верхнем уровне огибающей осуществляется выбор следующей точки для выполнения очередного моделирования нижнего уровня.

В зависимости от метода решения СОДУ нижнего уровня методы огибающих разделяются на метод продолжения огибающей (во временной области) и метод Фурье-огибающей (в частотной области).

Несмотря на известные разработки высокоэффективных вычислительных алгоритмов на базе методов огибающих, в этой области исследований остаётся ряд открытых проблем. В их числе задачи моделирования автогенераторных схем.

Это объясняется тем, что методы огибающих разрабатывались для анализа схем с вынужденными колебаниями, в которых длительность текущего периода однозначно определяется внешним сигналом. В то же время в автогенераторных схемах текущий период зависит как от параметров схемы, так и от искомого решения уравнений схемы. Фактически в медленно меняющихся автоколебательных процессах величина периода должна рассматриваться как дополнительная системная переменная на уровне медленного сигнала.

Имеются статьи, посвященные решению этих задач методом продолжения огибающей [4-9]. Однако в них отсутствуют выражения для оценки матрицы Якоби на шаге медленного интегрирования. Анализу медленных процессов в автогенераторах на основе частотных методов посвящена работа [11], но в ней не рассматривается вопрос о вычислении матрицы Якоби на шаге медленного интегрирования.

Кроме того, известные описания методов огибающих обычно ориентированы на конкретные формулы интегрирования, например, на обратный метод Эйлера или метод трапеций). Это затрудняет внедрение алгоритмов интегрирования с выбором шага и порядка [12, 13].

Данная работа посвящена решению указанных проблем. Статья организована следующим образом.

В разделе II приводятся известные сведения и основные выражения для решения периодической задачи в рамках зарядовой модели электронной схемы с помощью решения уравнений в вариациях. В разделе III представлены математические формулировки двух основных направлений методов огибающих – метода продолжения огибающей и метода Фурье-огибающей. Раздел IV посвящен разработке подходов к применению методов огибающих к анализу автогенераторных схем. Предлагаемые подходы детально учитывают изменение высокочастотного периода в процессе построения огибающей.

II. Предварительные сведения

A. Численное решение уравнений электронных схем в задачах схемотехнического моделирования

Моделирование схем в современных симуляторах основано на описании поведения электронной схемы неявной системой обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ) в зарядовой форме вида

$$\frac{dq(x)}{dt} + i(x,t) = 0, \tag{1}$$

где $x(t)$, $q(t)$, $i(x,t)$ – векторы узловых потенциалов, узловых зарядов и узловых токов, соответственно.

Для решения (1) используется разностная форма представления производной в n-й временной точке t_n

$$\frac{dq(x)}{dt} \approx \frac{a \cdot q(x_n)}{h_n} + b_n\left(q_{pr}, h_{pr}, h_n\right). \tag{2}$$

Здесь $h_n = t_n - t_{n-1}$ – шаг по времени, a – коэффициент, зависящий от метода, $b_n\left(q_{pr}, h_{pr}, h_n\right)$ - величина, зависящая от метода, текущего шага и предыдущих значений зарядов $q_{pr} = \{q(x_{n-k})\}$ и шагов $h_{pr} = \{h_{n-k}\}$. После подстановки (2) в (1) получаем нелинейную систему относительно x_n

$$r(x_n, t_n) = \frac{a \cdot q(x_n)}{h_n} + b_n + i(x_n, t_n) = 0, \tag{3}$$

которую решаем ньютоновскими итерациями вида

$$J\left(x_n^{(k)}, t_n\right) \Delta x_n^{(k)} = r\left(x_n^{(k)}, t_n\right), \tag{4'}$$

$$x_n^{(k+1)} = x_n^{(k)} + \Delta x_n^{(k)}, \tag{4''}$$

где $x_n^{(k)}$, $\Delta x_n^{(k)}$- решение системы и его приращение на n-м шаге k–й итерации. Матрица Якоби J определяется значениями матриц емкостей $c(x) = \partial q(x)/\partial x$ и проводимостей $g(x) = \partial i(x)/\partial x$:

$$J(x_n, t_n) = \frac{\partial r(x_n, t_n)}{\partial x_n} = \frac{a}{h_n} c(x_n) + g(x_n, t_n). \tag{5}$$

B. Эволюционная функция СОДУ

Зависимость решения (1) от начальных условий описывается векторной эволюционной функцией $\phi(x_{init}, t_{init}, t)$, которая представляет собой решение $x(t)$ при начальных условиях $x(t_{init}) = x_{init}$. То есть, значение этой функция показывает зависимость текущего состояния системы в момент t от ее исходного состояния x_{init} в момент t_{init}.

Матрица частных производных эволюционной функции по вектору начальных условий определяется фундаментальной матрицей СОДУ (также называемой матрицей чувствительностей), которая находится решением системы уравнений в вариациях для (1)

$$c \cdot \frac{d\Phi(x_{init}, t_{init}, t)}{dt} + g \cdot \Phi(x_{init}, t_{init}, t) = 0 \tag{6}$$

с начальными условиями

$$\Phi(x_{init}, t_{init}, t_{init}) = E, \tag{7}$$

где E – единичная матрица. В любой момент t

$$\Phi(x_{init}, t_{init}, t) = \frac{\partial \phi(x_{init}, t_{init}, t)}{\partial x_{init}}. \tag{8}$$

Частная производная от $\phi(x_{init}, t_{init}, t)$ по последнему аргументу – это просто временная производная от соответствующего решения (1)

$$\dot{\phi}(x_{init}, t_{init}, t) = \frac{\partial \phi(x_{init}, t_{init}, t)}{\partial t} = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t). \tag{9}$$

Выражения (8, 9) используются при применении метода Ньютона к решению периодической задачи.

Частная производная от $\phi(x_{init}, t_{init}, t)$ по t_{init} находится из выражения

$$\frac{\partial \phi(x_{init}, t_{init}, t)}{\partial t_{init}} = -\Phi(x_{init}, t_{init}, t) \cdot \dot{x}(t_{init}), \tag{10}$$

вывод которого дан в Приложении 1.

III. Общая характеристика методов огибающих

Пусть внешнее возбуждение в (1) имеет вид медленно меняющегося периодического сигнала

$$\frac{dq(x)}{dt} + i(x) = u(t,t), \tag{11}$$

где $u(t,t)$ - функция внешнего сигнала, которая является T-периодической по второму аргументу, то есть $u(t, \tau + T) = u(t, \tau)$, и медленно изменяющейся по первому аргументу.

Прямое решение (11) на основе (3, 4) требует больших затрат времени, которое можно существенно сократить, представив решение (11) в виде медленно изменяющегося периодического сигнала. При этом медленные изменения можно приближенно описать с помощью СОДУ относительно “медленных” переменных y вида

$$\frac{d\tilde{q}(y)}{dt} + \tilde{\imath}(y,t) = 0. \tag{12}$$

Функции $\tilde{q}(y), \tilde{\imath}(y,t)$ и их матрицы $\tilde{c}, \tilde{g}$ определяются для дискретных моментов t_n и значений y_n в эти моменты из приближенного решения краевой задачи для (11) на одном периоде “быстрого” процесса, которое задается функцией $\hat{x}(y(t_n), \tau) = \hat{x}(y_n, \tau)$, где τ обозначает “быстрое” время, $y(t_n)$ – значение огибающей для момента n-го периода

$$\frac{dq\big(\hat{x}(y_n,\tau)\big)}{dt} + i\big(\hat{x}(y_n,\tau)\big) \approx u(\tau,\tau),$$
$$0 \le \tau - t_n \le T. \qquad (13)$$

Для решения краевой задачи на периоде могут быть использованы либо частотные, либо временные методы. Соответственно, методы огибающих разделяются на два основных класса:

- методы продолжения огибающей (МПО) [4-9], основанные на анализе "быстрого" процесса путем решения СОДУ схемы во временной области;

- методы Фурье-огибающей (МФО) [10, 11]), основанные на частотном методе гармонического баланса (ГБ) [3] для анализа "быстрого" процесса.

Ниже дается краткая математическая формулировка обоих методов.

A. Метод продолжения огибающей

В рамках этого метода $y(t)$ — это функция, определяющая начальные значения решения $x(t)$ системы (11) в моменты nT: $y(nT) = x(nT)$. Тогда, используя разложение в ряд Тейлора, запишем

$$y(t+T) \approx y(t) + \frac{dy}{dt}T. \qquad (14)$$

С другой стороны, значение в конце периода $y(t+T)$ по известному значению в начале периода $y(t)$ можно получить с помощью эволюционной функции системы (11), которая в данном случае определяет "медленную" функцию $y(t)$ из (12)

$$y(t+T) = x(y(t),t+T) = \phi(y(t),t,t+T), \qquad (15)$$

Исключив $y(t+T)$ из (14), (15), получим систему ОДУ вида (12) для огибающей $y(t)$

$$\frac{d\tilde{q}(y)}{dt} + \tilde{\imath}(y,t) = T\cdot\frac{dy}{dt} + y - \phi(y,t,t+T) = 0. \quad (16)$$

На шаге медленного сигнала нелинейная алгебраическая система (3) имеет вид

$$\tilde{r}(y_n,t_n) = \frac{a\cdot\tilde{q}(y_n)}{h_n} + b_n + \tilde{\imath}(y_n,t_n),$$
$$\tilde{q}(y) = Ty,\ \tilde{\imath}(y,t) = y - \phi(y,t,t+T), \qquad (17)$$

а матрицы Якоби (4) для ньютоновских итераций вычисляются по выражениям

$$\tilde{J}(y_n,t_n) = \frac{a}{h_n}\tilde{c}(y_n) + \tilde{g}(y_n,t_n), \tilde{c} = \frac{\partial\tilde{q}(y)}{\partial y} = TE,$$
$$\tilde{q}(y) = Ty,\ \tilde{\imath}(y,t) = y - \phi(y,t,t+T). \qquad (18)$$

Отметим, что в отличие от интегрирования СОДУ общего вида (1) при интегрировании СОДУ для огибающей (16) моменты n-й временной точки не могут выбираться произвольно, а должны соответствовать одной и той же фазе входного возбуждения, т.е. t_n могут принимать только дискретные значения

$$t_n = n\cdot T. \qquad (19)$$

B. Метод Фурье-огибающей

В рамках этого метода предполагается, что решение системы (11) на периоде "быстрого" процесса $[t, t+T]$ приближенно представляется в виде ряда Фурье с медленно меняющимися коэффициентами $y(t)$, которые представляют векторную огибающую

$$\hat{x}(y(t),\tau) = y(t)\,exp\,j\Omega\tau = \sum_{k,l} y_{kl}(t)\,exp(jk\omega\tau)\,, (20)$$

где k, l – индексы гармоник и узлов, соответственно.

Медленно меняющиеся гармоники $y(t)$ можно найти из приближенной системы ОДУ, формируемой на основе метода ГБ

$$\frac{dQ(y)}{dt} + j\Omega Q(y) + I(y) - U(t) = 0. \qquad (21)$$

При этом гармоники зарядов (Q), токов (I) и правых частей (U) вычисляются с помощью обратного (Γ) и прямого (Γ^{-1}) преобразования Фурье

$$Q(y) = \Gamma q(\Gamma^{-1}y), I(y,t) = \Gamma i(\Gamma^{-1}y), U(t) = \mathrm{u}(t).(22)$$

Система (21) представляет собой систему (12) с

$$\tilde{q}(y) = Q(y),\ \tilde{\imath}(y,t) = I(y) - U(t). \quad (23)$$

Матрицы для ньютоновских итераций имеют вид:

$$\tilde{c} = C,\ \tilde{g} = G + j\Omega C, \qquad (24)$$

Здесь C, G – стандартные матрицы ГБ, которые вычисляются по известным выражениям

$$C = \frac{\partial Q(X)}{\partial X} = \Gamma c\Gamma^{-1},\ G = \frac{\partial I(X)}{\partial X} = \Gamma g\Gamma^{-1}. \quad (25)$$

Представление решения в виде функции медленной и быстрой переменных (20) обеспечивает получение необходимых зависимостей (23-25). Значение решения $x(t)$ для любого t вычисляется из функции (20) как

$$x(t) = \hat{x}(y(t),t). \qquad (26)$$

Значение $y(t)$ в любой точке t строится на основе полиномиальной аппроксимации по значениям дискретных шагов y_n, t_n. В отличие от МПО, значения не ограничиваются возможными дискретными величинами типа (19), а могут выбираться произвольно аналогично СОДУ общего вида.

IV. Модификация методов огибающих для автогенераторных схем

В схемах автогенераторного типа колебательный процесс происходит не за счет внешнего периодического возбуждения, а благодаря внутренним свойствам схемы. Тогда в уравнении (11) правая часть либо представляется медленной функцией $u(t)$, либо отсутствует в случае моделирования процесса установления стационарного периодического режима. Период быстрого сигнала не является постоянной величиной, а зависит от состояния системы, т.е. является дополнительной переменной СОДУ схемы. для совместности которой должно быть задано дополнительное уравнение.

A. *Модификация метода продолжения огибающей для автогенераторных схем*

В рамках этого подхода помимо уравнения для определения периода необходимо также формальное определение начальной фазы вместо (19). Были предложены различные варианты таких определений. В частности, в [8] предлагается задавать начало и конец периода по нулевым значениям производной одной из системных переменных:

$$\dot{x}_l(t_n) = \dot{x}_l(t_n + T_n) = 0, \text{ где } \dot{x}_l(t) = dx_l(t)/dt\,. \quad (27)$$

Уравнение (27) определяет текущий период T_n как промежуток между двумя экстремумами l-й переменной. Этот метод в [9] назван фиксацией фазы на основе производной (derivative-based phase conditions). Однако определение (27) не обеспечивает удобного вычисления матрицы Якоби из-за трудностей нахождения частных производных по t_n, T в (27). Для того, чтобы избежать этого и получить аналитические выражения для компонентов матрицы Якоби в [9] используется метод, названный фиксацией фазы на основе уровня (value-based phase conditions). В этом подходе интервал периода определяется как промежуток между двумя пересечениями заданного уровня сигналом l-й переменной:

$$x_l(t_n) = x_l(t_n + T_n) = C, \quad (28)$$

где C – некоторая константа.

Условия (28) часто используются при решении периодической задачи для генераторных схем методом пристрелки [14, 15]. Недостатком условия (28) является то, что величина C должна попадать в область значений функции $x_l(t)$, что не всегда можно заранее гарантировать. Кроме того, (28) плохо применимо к задачам с монотонно меняющимся средним значением [9]. Поэтому для фиксации фазы мы далее предлагаем метод, объединяющий достоинства (27) и (28).

Предлагается использовать условие типа (27), но не для переменной состояния (узлового потенциала), а для одной из зарядовых переменных. Такое условие в соответствии с (1) эквивалентно нулевому значению статического тока одного из узлов, например, для начала периода это условие запишется как:

$$\dot{q}_l(t_n) = \ i_l(x_n) - u_l(t_n) = 0, \quad (29)$$

а в точке конца периода оно определит дополнительное уравнение МПО.

Условие (29) с одной стороны гарантированно выполняется, поскольку экстремум любой функции всегда существует на периоде. С другой стороны, условие нулевого статического тока позволяет получить аналитические выражения для компонентов матрицы Якоби. Можно обобщить (29) и вместо условия на заряд (или статический ток) l-го узла задать подобное условие на линейную комбинацию зарядов во всех узлах с заданным вектором весовых коэффициентов d: $d \cdot \dot{q}_l(t_n) = \ 0$ или

$$\begin{gathered} d \cdot i\big(x(t_n)\big) - d \cdot u(t_n) = 0, \\ d \cdot i\big(x(t_n + T_n)\big) - d \cdot u(t_n + T_n) = 0. \end{gathered} \quad (30)$$

Эти два уравнения (30) добавляются к системе шаговых уравнений вида (17) для того, чтобы определить помимо вектора начальных условий также значения еще двух неизвестных: начального момента t_n и текущего периода T. В результате полная система примет вид

$$\tilde{r}(z) = \ 0, \quad (31)$$

где вектор неизвестных включает помимо системных переменных также моменты начала и конца периода – $z = [y_n, t_n, T_n]^T$. ***В***ектор невязки имеет вид

$$\tilde{r}(z) = \begin{bmatrix} \dfrac{a \cdot T y_n}{h_n} + b_n + y_n - \ \phi(y_n, t_n, t_n + T_n) \\ d \cdot i(y_n) - d \cdot u(t_n) \\ di\big(\phi(y_n, t_n, t_n + T_n)\big) - du(t_n + T_n) \end{bmatrix}.$$

При вычислении матрицы Якоби системы (31) оценка частной производной по t_n должна учитывать выражения (8-10), а также зависимости $h_n = t_n - t_{n-1}$ и $b_n(h_n)$. Тогда выражение для матрицы Якоби примет вид

$$\tilde{J} = \partial\tilde{r}(z)/\partial z =$$
$$\begin{bmatrix} \dfrac{(1 - aT)E}{h_n} - \varPhi & -\dfrac{aTy_n}{h_n^2} + b_n' - \varPhi\dot{\phi} & \dot{\phi} \\ d \cdot g_n & -d \cdot \dot{u}_n & 0 \\ d \cdot g_n^{(T)}\varPhi & \begin{matrix} d \cdot g_n^{(T)}(E - \varPhi)\dot{\phi} \\ -d \cdot \dot{u}_n^{(T)} \end{matrix} & \begin{matrix} d \cdot g_n^{(T)}\varPhi\dot{\phi} \\ -d \cdot \dot{u}_n^{(T)} \end{matrix} \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Для обеспечения компактности записи в (32) использованы следующие сокращенные обозначения

$$\begin{gathered} T = T_n,\ \dot{\phi} = \dot{\phi}(y_n, t_n, t_n + T),\ \varPhi = \varPhi(y_n, t_n, t_n + T), \\ g_n = g(y_n, t_n),\ g_n^{(T)} = g(\phi(y_n, t_n, t_n + T), t_n + T), \\ b_n' = \frac{\partial b(q_{pr}, h_{pr}, h_n)}{\partial h_n},\ \dot{u}_n = \dot{u}(t_n),\ \dot{u}_n = \dot{u}(t_n +). \end{gathered} \quad (33)$$

В (32) в рамках погрешности предполагалось равенство временных производных в начале и конце периода:

$$\dot{\phi}(y_n, t_n, t_n) = \dot{\phi}(y_n, t_n, t_n + T_n). \quad (34)$$

B. *Модификация метода Фурье-огибающей для автогенераторных схем*

Если в правой части (5) отсутствует периодическая составляющая, а колебания возникают благодаря генераторным свойствам схемы, то система (21) запишется в автономном виде

$$\frac{dQ(y)}{dt} + j\omega KQ(y) + I(y) - u(t) = 0. \quad (35)$$

Здесь K – матрица индексов гармоник, а $\omega(t)$ – мгновенная частота, определяемая в процессе решения по времени в конечной точке. Для нахождения $\omega(t)$ необходимо добавить уравнение, задающее период. В методе ГБ для определения периодического решения такое уравнение задается фиксацией нулевой фазы первой гармоники одной из переменных, либо в более общем виде линейной комбинации переменных (с вектором коэффициентов d аналогично (30))

$$Im(d \cdot y_1) = 0, \tag{36}$$

где y_1 – вектор первых гармоник всех узловых потенциалов схемы.

В случае МФО мы определим ненулевую фазу величины $d*y_1$ в виде

$$Im\left(d \cdot y_1 \cdot exp(-j\varphi)\right) = 0 \tag{37}$$

и добавим дифференциальное уравнение, полученное из определения мгновенной частоты как производной от фазы

$$\frac{d\varphi}{dt} - \omega = 0. \tag{38}$$

Таким образом, мы получили систему нелинейных дифференциально-алгебраических уравнений, состоящую из комплексных уравнений (35) и действительных уравнений (37), (38). Уравнения решаются относительно векторных комплексных переменных y и действительных скаляров ϕ, ω.

Для удобства формирования системных матриц мы введем еще одну действительную переменную $v = |d \cdot y_1|$ и запишем вместо (37) комплексное уравнение

$$D \cdot y - v \cdot exp(j\varphi) = 0. \tag{39}$$

где D – вектор полной размерности системы (35), содержащий подвектор d для первых гармоник и нули для всех остальных.

Тогда матрицы системы (35, 38, 39) с переменными состояния y, ϕ, ω, v представляются как

$$. \qquad \tilde{c} = \begin{vmatrix} C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \tag{40}$$

$$\tilde{g} = \begin{vmatrix} G + j\omega KC & 0 & jKQ(y) & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ D & -jv\,exp(j\varphi) & 0 & -\,exp(j\varphi) \end{vmatrix}$$

Матрица Якоби вычисляется из матриц (40) аналогично стандартному первому выражению в (18).

Приложение. Вывод формулы производной от эволюционной функции по начальному моменту времени

Пусть $\phi(x_{init}, t_{init}, t)$ - эволюционная функция системы (1). Для вычисления частной производной от $\phi(x_{init}, t_{init}, t)$ по t_{init} рассмотрим малое приращение этого аргумента - $t_{init} + \Delta t_{init}$. Учитывая, что решение (1) при начальном условии $x(t_{init} + \Delta t_{init}) = x_{init}$ имеет в точке t_{init} (при малом Δt_{init}) значение $x(t_{init}) = x_{init} - \dot{x}_{init} \cdot \Delta t_{init}$, можно записать для эволюционной функции $\phi(x_{init}, t_{init}, t)$

$$\phi(x_{init}, t_{init} + \Delta t_{init}, t) =$$
$$= \phi(x_{init} - \dot{x}(t_{init}) \cdot \Delta t_{init}, t_{init}, t) =$$
$$= \phi(x_{init}, t_{init}, t) - \Phi(x_{init}, t_{init}, t)\dot{x}(t_{init}) \cdot \Delta t_{init}. \tag{41}$$

Последнее равенство в (41) получено из условия малости Δt_{init} и выражения (7). Учитывая, что

$$\frac{\partial \phi(x_{init}, t_{init} + \Delta t_{init}, t)}{\partial \Delta t_{init}} = \frac{\partial \phi(x_{init}, t_{init}, t)}{\partial t_{init}},$$

продифференцируем последнее выражение в (41) по Δt_{init} и получим

$$\frac{\partial \phi(x_{init}, t_{init}, t)}{\partial t_{init}} = -\Phi(x_{init}, t_{init}, t) \cdot \dot{x}(t_{init}), \tag{42}$$

что совпадает с (10).

V. Заключение

В работе предложены новые подходы к использованию известных вариантов методов огибающих для решения задач ускоренного моделирования автогенераторных электронных схем.

Предложено рассматривать процесс медленных изменений высокочастотных колебаний как решение СОДУ, представленной в виде зарядовой модели. Такой подход позволяет при построении огибающей использовать известные алгоритмы выбора шага и порядка в рамках методов интегрирования, применяемых при анализе переходных процессов.

Показано, что особенностью алгоритмов моделирования автогенераторных схем на основе методов огибающих является необходимость учета изменения периода высокочастотных колебаний в процессе интегрирования.

Для учета таких изменений в методе продолжения огибающей предложено определять начальную точку и значение текущего периода колебаний, вычисляя максимумы зарядовой переменной. Показаны преимущества такого подхода перед известными методами фиксации уровня системной переменной или ее производной.

В рамках метода Фурье-огибающей начало текущего периода задается нулевой фазой одной из гармоник, а величина периода определяется мгновенной частотой колебаний. Указанные фаза и частота являются дополнительными переменными системы, а дополнительными уравнениями являются условие нулевой фазы и представление частоты как производной от фазы.

Для каждого из предложенных алгоритмов в работе получены выражения для невязки и матрицы Якоби системы уравнений на шаге интегрирования огибающей.

Поддержка

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 19-07-00733).

Литература

[1] Актуальные проблемы моделирования в системах автоматизации схемотехнического проектирования/ под ред. А.Л. Стемпковского – М.: Наука, 2003.-430 С.

[2] Петренко А.И., Власов А.И., Тимченко А.П. Табличные методы моделирования электронных схем на ЭЦВМ, Киев.: Вища школа, 1977. - 192 с.

[3] K.S. Kundert, J. White, A. Sangiovanni-Vincentelli, Steady-State Methods for Simulating Analog and Microwave Circuits, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1990..

[4] Petzold, L. R. An efficient numerical method for highly oscillatory ordinary differential equations. SIAM J. NUMER. ANAL, Vol. 18, No. 3, June 1981, pp. 455-479.

[5] A. Brambilla, P. Maezzoni, "Envelope following method for the transient analysis of electrical circuits," IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, vol. 47, no. 7, pp. 999–1008, 2000.

[6] A. Brambilla, P. Maezzoni, Envelope-following method to compute steady-state solutions of electrical circuits. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applicatons, 50, no.3, pp. 407 - 417, Mar 2003.

[7] T. Mei and J. Roychowdhury. An efficient and robust technique for tracking amplitude and frequency envelopes in oscillators. ICCAD, 2005, pp. 599-603.

[8] T. Mei and J. Roychowdhury. A Robust Envelope Following Method Applicable to Both Non-autonomous and Oscillatory Circuits. DAC, 2006, pp. 1029-1034.

[9] T. Mei and J. Roychowdhury. A Time-Domain Oscillator Envelope Tracking Algorithm Employing Dual Phase Conditions. IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Int. Circ. Syst., 27, no.1, pp. 59-69, Jan. 2008.

[10] P. Feldmann, J. Roychowdhury. Computation of circuit waveform envelopes using an efficient, matrix-decomposed harmonic balance algorithm, in Proc. ICCAD, pp. 295-300, Nov. 1996.

[11] E. Ngoya, J. Rousset, and D. Argollo, RIGOROUS RF AND MICROWAVE OSCILLATOR PHASE NOISE CALCULATION BY ENVELOPE TRANSIENT TECHNIQUE, Microwave Symposium Digest. 2000 IEEE MTT-S International (Volume:1), pp. 91-94..

[12] J. Vlach and K. Singhal. Computer Methods for Circuit Analysis and Design. NY: Van Nostrand Reinhold, 1983..

[13] Günther, M., Feldmann, U., & Maten, ter, E. J. W. (2005). Modelling and discretization of circuit problems. In W. H. A. Schilders, & E. J. W. Maten, ter (Eds.), Numerical analysis in electromagnetics (pp. 523-659). (Handbook of Numerical Analysis; Vol. XIII). Amsterdam: Elsevier. https://doi.org/10.1016/S1570-8659(04)13006-8J.

[14] T. J. Aprille, T. N. Trick, "A computer algorithm to determine the steady-state response of nonlinear oscillators," IEEE Tran. Circuit Theory, vol. CT19, pp. 354-360, 1972

[15] Гурарий М.М., Русаков С.Г., Зарудный Д.И., "Моделирование на ЭЦВМ периодических процессов в интегральных схемах", Автоматика и вычислительная техника, №1, 1973, с. 83-85.

Application of Envelope Methods for the Analysis of Oscillator Circuits

M.M. Gourary, S.G. Rusakov

Institute for Design Problems in Microelectronics of Russian Academy of Sciences, gourary@yandex.ru

***Abstract* — The paper proposes new approaches to the application of known versions of envelope methods for solving problems of accelerated simulation of oscillator circuits.**

The process of slow variations of the parameters of high-frequency oscillations in the electronic circuit is presented as system of ordinary differential equations in the form of charge model. Such an approach allows to use the known step and order selection algorithms within the framework of the integration methods in the envelope transient analysis.

It is shown that the features of simulation algorithms for oscillator circuits based on envelope methods are the need to take into account changes in the period of high-frequency oscillations in the integration process.

To take into account such changes in the Envelope Following Method it is proposed to determine the initial and final points of the current oscillation period through the maxima of the charge variable. The advantages of this approach over the known methods of fixing the level of a system variable or its derivative are shown.

In the framework of the Transient Harmonic Balance method, the period's initial point is specified by the zero phase value of one of the nodal harmonics, and the period value is determined by the instantaneous oscillation frequency. The phase and the instantaneous frequency are additional variables of the system. Corresponding additional equations are the zero phase condition and the expression presenting the instantaneous frequency as the phase derivative.

For each of the considered methods, the paper presents expressions for the residual and the Jacobian of the system of equations at the envelope integration step.

***Keywords* — circuit simulation, shooting method, envelope following, transient harmonic balance, oscillator.**

References

[1] Aktual'nye problemy modelirovaniya v sistemah avtomatizacii skhemotekhnicheskogo proektirovaniya (Actual problems of modeling in automation systems of circuit design)/ pod red. A.L. Stempkovskogo – M.: Nauka, 2003.-430P.

[2] Petrenko A.I., Vlasov A.I., Timchenko A.P. Tabular methods for modeling electronic circuits on electronic computers

(Tabular methods for modeling electronic circuits on electronic computers), Kiev .: Vishcha school, 1977. - 192 p..
[3] K.S. Kundert, J. White, A. Sangiovanni-Vincentelli, Steady-State Methods for Simulating Analog and Microwave Circuits, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1990..
[4] Petzold, L. R.. An efficient numerical method for highly oscillatory ordinary differential equations. SIAM J. NUMER. ANAL, Vol. 18, No. 3, June 1981, pp. 455-479.
[5] A. Brambilla, P. Maezzoni, “Envelope following method for the transient analysis of electrical circuits,” IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, vol. 47, no. 7, pp. 999–1008, 2000.
[6] A. Brambilla, P. Maezzoni, Envelope-following method to compute steady-state solutions of electrical circuits. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applicatons, 50, no.3, pp. 407 - 417, Mar 2003.
[7] T. Mei and J. Roychowdhury. An efficient and robust technique for tracking amplitude and frequency envelopes in oscillators. ICCAD, 2005, pp. 599-603.
[8] T. Mei and J. Roychowdhury. A Robust Envelope Following Method Applicable to Both Non-autonomous and Oscillatory Circuits. DAC, 2006, pp. 1029-1034.
[9] T. Mei and J. Roychowdhury. A Time-Domain Oscillator Envelope Tracking Algorithm Employing Dual Phase Conditions. IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Int. Circ. Syst., 27, no.1, pp. 59-69, Jan. 2008.
[10] P. Feldmann, J. Roychowdhury. Computation of circuit waveform envelopes using an efficient, matrix-decomposed harmonic balance algorithm, in Proc. ICCAD, pp. 295-300, Nov. 1996.
[11] E. Ngoya, J. Rousset, and D. Argollo, RIGOROUS RF AND MICROWAVE OSCILLATOR PHASE NOISE CALCULATION BY ENVELOPE TRANSIENT TECHNIQUE, Microwave Symposium Digest. 2000 IEEE MTT-S International (Volume:1), pp. 91-94.
[12] J. Vlach and K. Singhal. Computer Methods for Circuit Analysis and Design. NY: Van Nostrand Reinhold, 1983..
[13] Günther, M., Feldmann, U., & Maten, ter, E. J. W. (2005). Modelling and discretization of circuit problems. In W. H. A. Schilders, & E. J. W. Maten, ter (Eds.), Numerical analysis in electromagnetics (pp. 523-659). (Handbook of Numerical Analysis; Vol. XIII). Amsterdam: Elsevier. https://doi.org/10.1016/S1570-8659(04)13006-8J.
[14] T. J. Aprille, T. N. Trick, “A computer algorithm to determine the steady-state response of nonlinear oscillators,” IEEE Tran. Circuit Theory, vol. CT19, pp. 354-360, 1972
[15] Gourary M.M., Rusakov S.G., Zarudnyj D.I., "Modelirovanie na ECVM periodicheskih processov v integral'nyh skhemah." (Computer simulation of periodic processes in integrated circuits), Avtomatika i vychislitel'naya tekhnika, №1, 1973, pp. 83-85.