

# Адаптивный алгоритм анализа схем с колебательными режимами

М.М. Гурарий, М.М. Жаров, С.Г. Русаков, С. Л. Ульянов

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, г. Москва, [irpm@irpm.ru](mailto:irpm@irpm.ru)

**Аннотация** — В работе предлагается адаптивный алгоритм продолжения огибающих для анализа переходного процесса и установившегося периодического режима аналоговых интегральных схем. Для интегрирования уравнений огибающей используются методы с переменным шагом и порядком. В алгоритме выполняется переход на анализ переходного процесса при условии значительного сокращения шага по огибающей. Приведены примеры анализа переходного процесса и периодического установившегося режима.

**Ключевые слова** — схемотехническое моделирование, переходной процесс, установившийся периодический режим, методы интегрирования, метод продолжения огибающей.

## I. ВВЕДЕНИЕ

При проектировании сложных схем микро и нанoeлектроники для решения задач схемотехнического анализа и верификации проекта широко применяются системы автоматизации схемотехнического проектирования (схемные симуляторы), в которых выполняется математическое моделирование схем на транзисторном уровне.

Основными видами анализа схем в симуляторах являются расчеты переходного процесса и периодического установившегося режима. Расчет периодического установившегося режима является важнейшим видом анализа схем радиотехнического назначения, по результатам которого определяются основные показатели таких схем.

Для выполнения анализа переходного процесса применяются методы, основанные на численном решении систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) или дифференциально-алгебраических уравнений (ДАУ), которые моделируют поведение схемы. Эти методы показывают свою эффективность для многих типов схем. Однако вычислительные затраты резко возрастают при анализе схем, в которых сигналы имеют вид высокочастотных колебаний с медленно меняющимися параметрами (амплитуда, частота, фаза, спектральный состав). Такие сигналы имеют место при установлении стационарного периодического режима, при преобразовании модулированных сигналов в радиотехнических схемах, при учете электротепловых эффектов, при анализе схем преобразователей электрической энергии и т.п.

Для решения задачи определения периодического установившегося режима предложен ряд методов и разработаны алгоритмы расчета как в частотной, так и во временной областях [1]. Анализ во временной области основан на методе пристрелки, в котором решение исходной системы дифференциальных уравнений сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений. Так как для решения системы нелинейных уравнений используется, как правило, метод Ньютона, то для сходимости вычислительного процесса требуется хорошее начальное приближение. Одним из способов получения такого начального приближения является предварительный анализ переходного процесса на интервале времени, достаточном для достижения области сходимости вычислительного процесса. В случае схем с медленной динамикой этот интервал может быть достаточно большим, так что вычислительные затраты приближаются к высоким затратам переходного процесса. Поэтому для анализа схем с высокочастотными сигналами с медленно меняющимися параметрами предложены методы огибающих. Такие методы позволяют значительно ускорить анализ переходного процесса, а также могут применяться для расчета установившегося периодического режима, так как проблема задания начального приближения отсутствует.

Первоначально метод огибающих разработан для решения жестких сильно осциллирующих систем дифференциальных уравнений [2]. Идея метода основана на получении значений функции решения в моменты времени, кратные периоду. Тогда через полученные точки можно провести плавную кривую (огибающую), медленно меняющуюся со временем, что дает возможность ее продолжения с большим шагом. Так как значения огибающей совпадают с решением исходной системы уравнений в моменты кратные периоду, то это решение может быть найдено из значения огибающей и интегрирования исходной системы уравнений на одном периоде. Основным достоинством метода является значительное сокращение количества периодов моделирования за счет большого шага по огибающей. Вычислительная эффективность метода достигается при условии достаточно медленного изменения огибающей во времени за счет пропуска нескольких периодов высокой частоты и решения граничной задачи только для небольшого количества интервалов.

Для решения задач схемотехнического моделирования нелинейных радиотехнических схем предложены методы продолжения огибающих [3, 4, 5], основанные на расчете огибающей квазипериодического сигнала. По сравнению с традиционными методами анализа переходного процесса эти методы обеспечивают ускорение моделирования схем импульсных источников питания, фильтров на переключаемых конденсаторах. В алгоритме продолжения огибающих [5], внедренном в коммерческий схемный симулятор Spectre, для получения следующего значения огибающей используется полиномиальная интерполяция по трем временным точкам. Поэтому погрешность такой аппроксимации определяет величину шага. В работах [6, 7] была предложена неявная схема при решении уравнений огибающей, что существенно повысило устойчивость метода. В работе [8] предложен метод огибающих для схем автогенераторов, в котором применяются неявные методы Рунге-Кутты. В статьях [9, 10] метод продолжения огибающих основан на использовании методов интегрирования Обрешкова.

Следует отметить, что в приведенных в работах не рассмотрен вопрос алгоритмического переключения на анализ переходного процесса при сокращении шага по огибающей. В данной работе приводится адаптивный алгоритм продолжения огибающей, в котором предусмотрен переход на анализ переходного процесса. Для интегрирования уравнений огибающей используется алгоритм с переменным шагом и порядком методов интегрирования.

## II. МЕТОД ПРОДОЛЖЕНИЯ ОГИБАЮЩИХ

### A. Основные уравнения метода

Модель схемы во временной области может быть задана в зарядовой форме системой дифференциальных уравнений [1]

$$\dot{q}(v(t)) + i(v(t)) + u(t) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $v(t)$ ,  $i(v(t))$ ,  $q(v(t))$  – вектор-функции напряжений в узлах схемы, узловых токов и зарядов,  $u$  – вектор входных токов.

Колебательный характер сигналов с медленно меняющимися параметрами может быть обусловлен собственной инерционностью схемы при воздействии на схему периодического сигнала  $u(t)$  с периодом  $T$ , либо внешним возбуждением в виде медленно меняющегося периодического сигнала.

Пусть  $v(t)$  – решение системы (1) и  $v(mT)$  – значения этого решения в моменты времени  $t=mT$ , где  $m$  – целое. Введем огибающую функцию  $y(t)$  такую, что  $y(mT) = v(mT)$ . В методе продолжения огибающих предполагается, что огибающая  $y(t)$  удовлетворяет некоторому дифференциальному уравнению, решение которого может быть получено с использованием численных методов [2]. Пусть  $y_m$ ,  $y_{m+1}$  – значения

огибающей в моменты времени  $t=mT$ ,  $t=(m+1)T$ , т.е.  $y_m = y(mT)$ ,  $y_{m+1} = y((m+1)T)$ .

Эти значения могут быть получены с помощью решения исходной системы уравнений (1) на интервале одного периода  $[mT, (m+1)T]$ .

Тогда значение огибающей  $y_{m+n} = y((m+n)T)$  в момент времени  $t=(m+n)T$  может быть получено с использованием известных методов интегрирования. Обозначая шаг  $H=nT$ , применение обратного метода Эйлера дает [6,7]

$$y_{m+n} = y_m + \frac{H}{T}(y_{m+n+1} - y_{m+n}). \quad (2)$$

Для метода трапеций имеем [6,7]

$$y_{m+n} = y_m + \frac{H}{2T}(y_{m+n+1} - y_{m+n} + y_{m+1} - y_m). \quad (3)$$

Формулы (2), (3) – неявные, так как содержат неизвестные величины в правой части. В работе [7] показано, что эти методы сохраняют свойство А-устойчивости исходных обратного метода Эйлера и метода трапеций. Значения  $y_{m+n+1}$  находятся с помощью интегрирования исходной системы уравнений (1) на интервале  $[(m+n)T, (m+n+1)T]$  с начальными условиями  $y_{m+n}$ . Используя эволюционную функцию (функцию переходов), имеем  $y_{m+n+1} = \varphi(y_{m+n})$ . Подставляя  $\varphi(y_{m+n})$  в (2), (3), получим нелинейные алгебраические уравнения относительно неизвестного значения  $y_{m+n}$  [7]

$$r^E(y_{m+n}) = y_{m+n} - \varphi(y_{m+n}) + \frac{T}{H}(y_{m+n} - y_m) = 0 \quad (4)$$

$$r^T(y_{m+n}) = y_{m+n} - \varphi(y_{m+n}) + y_m - \varphi(y_m) + \frac{2T}{H}(y_{m+n} - y_m) = 0 \quad (5)$$

Уравнения (4), (5) решаются методом Ньютона

$$J \Delta y_{m+n}^j = -r(y_{m+n}^j), \quad (6)$$

где  $\Delta y_{m+n}^j$  – ньютоновская поправка,  $j$  – номер итерации. Матрица якобиана имеет вид

$$J = \left(1 + \frac{T}{H}\right)I - \frac{d\varphi}{dy_{m+n}}, \quad (7)$$

$$J = \left(1 + \frac{2T}{H}\right)I - \frac{d\varphi}{dy_{m+n}}, \quad (8)$$

для уравнений (4), (5), соответственно.

### B. Вычисление матрицы чувствительностей

Вычисление матрицы чувствительностей  $\frac{d\varphi}{dy}$  может быть эффективно выполнено в процессе интегрирования основной системы ОДУ (1) на

интервале  $[(m+n)T, (m+n+1)T]$  аналогично тому, как это делается в методе пристрелки [1]. При этом требуется небольшое количество дополнительных операций по решению линейных систем уравнений, так как необходимая для вычислений матрица определяется и декомпозируется в процессе интегрирования основной системы ОДУ (1) с начальными условиями  $v_0 = y_{m+n}$ . В случае обратного метода Эйлера система уравнений для расчета матрицы имеет вид [1]

$$J_{s+1} \frac{dv_{s+1}}{dv_0} = \frac{C(v_s)}{h_{s+1}} \frac{dv_s}{dv_0}, \quad (9)$$

Здесь  $J_{s+1} = [G(v_{s+1}) + \frac{C(v_{s+1})}{h_{s+1}}]$ ,  $h_{s+1} = t_{s+1} - t_s$  - шаг

по времени,  $s+1$  - номер шага,  $G(v_{s+1})$ ,  $C(v_{s+1})$  - матрицы проводимостей и емкостей на шаге. Матрица  $J_{s+1}$  вычисляется и декомпозируется в процессе интегрирования основной системы ОДУ (1), поэтому вычисления по формуле (9) сводятся к решению системы уравнений с несколькими правыми частями. По окончании интегрирования  $\frac{dv}{dv_0}$  дает значения

искомой матрицы  $\frac{d\varphi}{dy}$ .

### С. Алгоритм продолжения огибающей

Приведенный в работе [7] алгоритм продолжения огибающих построен по принципу прогноза-коррекции. Формулы прогноза для обратного метода Эйлера и метода трапеций используют значения огибающей в моменты времени  $mT$ ,  $(m+1)T$  и матрицу чувствительности в момент  $mT$ . При этом для получения прогнозируемых значений огибающей необходимо решить систему линейных уравнений.

Алгоритм имеет следующие шаги [7].

1) выполнить анализ переходного процесса на интервале  $[mT, (m+1)T]$  с начальным условием  $y_m$ .

2) в процессе анализа вычислить  $\varphi(y_m)$  и матрицу чувствительности  $\frac{d\varphi}{dy_m}$ .

3) получить прогнозируемые значения огибающей  $y_{m+n}^p$  с помощью решения линейной системы.

4) выполнить анализ переходного процесса на интервале  $[(m+n)T, (m+n+1)T]$  с начальным условием  $y_{m+n}^p$ .

5) в процессе анализа вычислить  $\varphi(y_{m+n})$  и матрицу чувствительности  $\frac{d\varphi}{dy_{m+n}}$ .

6) выполнить коррекцию значения огибающей с помощью решения уравнений (6)

7) закончить если  $(m+n)T > t_{stop}$ , иначе перейти на шаг 3.

Авторы работы [7] предлагают при коррекции значения огибающей на шаге 6 ограничиться одной ньютоновской итерацией.

Для управления шагом по огибающей предлагается использовать оценку локальной погрешности. Полученные формулы для такой оценки используют значения огибающей в моменты  $mT$ ,  $(m+1)T$ ,  $(m+n)T$  и позволяют вычислить размер шага, который обеспечивает неравенство

$$L_{m+n} < |\varepsilon_{rel} y_{m+n} + \varepsilon_{abs}|, \quad (10)$$

Здесь  $L_{m+n}$  - оценка локальной погрешности шага,  $\varepsilon_{rel}$ ,  $\varepsilon_{abs}$  - относительная и абсолютная допустимая погрешность.

Если текущее значение шага не удовлетворяет условию (10), то такой шаг отклоняется, вычисляется новое значение шага и вычисления повторяются.

Сокращение шага может привести к ситуации со стремлением величины шага к нулю. В этом случае желательным является переключение на процесс стандартного анализа переходного процесса. Приведенные выше формулы известных алгоритмов не обеспечивают такую возможность.

## III. АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ

### А. Описание адаптивного алгоритма

Здесь представлен адаптивный алгоритм, который позволяет проводить интегрирование огибающей, оценку шага и переход на анализ переходного процесса при условии значительного сокращения шага по огибающей.

Адаптивный алгоритм продолжения огибающих построен также по принципу прогноза-коррекции и использует методы с переменным шагом и порядком.

Адаптивный алгоритм.

1) Выполнить анализ переходного процесса на интервале  $[0, T]$ . Положить  $m=0$ ,  $n=0$ ,  $H=T$ .

2) Положить  $m = m + n$ . Если  $mT > t_{stop}$ , закончить.

3) Положить  $n = H/T$ .

4) Если  $H/T < 2$  положить  $H = T$ ,  $n = 1$ , выполнить анализ переходного процесса на интервале  $[(m+n)T, (m+n+1)T]$  с начальным условием  $y_{m+1}$ . Вычислить новый шаг  $H$ . Перейти на шаг 2.

5) Вычислить прогнозируемые значения огибающей  $y_{m+n}^p$  с текущим шагом  $H$  и текущим порядком метода.

6) Выполнить анализ переходного процесса на интервале  $[(m+n)T, (m+n+1)T]$  с начальным условием  $y_{m+n}^p$ .

7) В процессе анализа вычислить  $\varphi(y_{m+n})$  и матрицу чувствительности  $\frac{d\varphi}{dy_{m+n}}$ .

8) Выполнить коррекцию значения огибающей с помощью решения уравнений (6)

9) Выполнить оценку локальной погрешности  $L_{m+n}$ .

10) Если локальная погрешность удовлетворяет условию (10), принять шаг. Вычислить размер нового шага  $H$ , порядок метода. Перейти на шаг 2.

11) Если локальная погрешность не удовлетворяет условию (10), отклонить шаг. Вычислить новое значение текущего шага  $H$ . Перейти на шаг 3.

Таким образом алгоритм позволяет автоматически переходить на анализ переходного процесса при сокращении шага по огибающей меньше двух периодов. Работу алгоритма иллюстрируют табл. 1 и рис. 1. На рис. 1 приведены графики переходного процесса, полученные с помощью предложенного алгоритма (EF) и анализа переходного процесса (TRAN) в схеме с внешним возбуждением в виде медленно меняющегося периодического сигнала с периодом  $T=1\text{мкс}$ . Интервал моделирования определяется  $t_{stop}=100\text{мкс}$ , поэтому анализ переходного процесса требует моделирования 100 периодов. В алгоритме EF выполняется моделирование только 8 периодов. Периоды моделирования и шаги по огибающей приведены в табл. 1.

### В. Формулы прогноза

Для вычисления прогнозируемых значений огибающей используются известные формулы [11], модифицированные с учетом полученных значений на границах периода. Для метода Эйлера

$$y_{m+n}^p = y_m + H \frac{\varphi(y_m) - y_m}{T} \quad (11)$$

Для интегрирования методом трапеций

$$y_{m+n}^p = y_m + H \left( a \frac{\varphi(y_m) - y_m}{T} + b \frac{\varphi(y_{m-1}) - y_{m-1}}{T} \right) \quad (12)$$

где  $a=1-b$ ,  $b=-H/(2H_1)$  и  $H_1$  - величина шага на предыдущей итерации алгоритма.

### С. Оценка размера шага

Локальная погрешность определяется по разности между значениями переменных, полученных в результате прогноза и коррекции

$$L_{m+n} = |y_{m+n} - y_{m+n}^p| \quad (13)$$

Для всех переменных схемы вычисляются отношения

$$\frac{L_{m+n}}{\varepsilon_{rel} \max(|y_{m+n}|, |y_{m+n}^p|) + \varepsilon_{abs}}, \quad (14)$$

из которых выбирается максимальное  $r_{max}$

Коэффициент изменения (увеличения или уменьшения) шага рассчитывается по формуле

$$fact = r_{max}^{-\frac{1}{k+1}}, \quad (15)$$

где  $k$  – порядок метода.

Коэффициент изменения шага на каждой итерации ограничивается снизу единицей и сверху параметром алгоритма, который регулирует увеличение шага от итерации к итерации.

На первом шаге алгоритма используется метод интегрирования первого порядка. На следующих шагах возможно использование метода первого или второго порядка. Для выбора порядка метода интегрирования вычисляется коэффициент изменения шага для первого и второго порядка. Порядок метода выбирается из условия максимального коэффициента.

Таблица 1

Периоды моделирования и шаг в алгоритме EF

№ шага	m	H/T	m+n
0	0	1	1
1	1	2	3
2	3	4	7
3	7	8	15
4	15	16	31
5	31	32	63
6	63	36	99

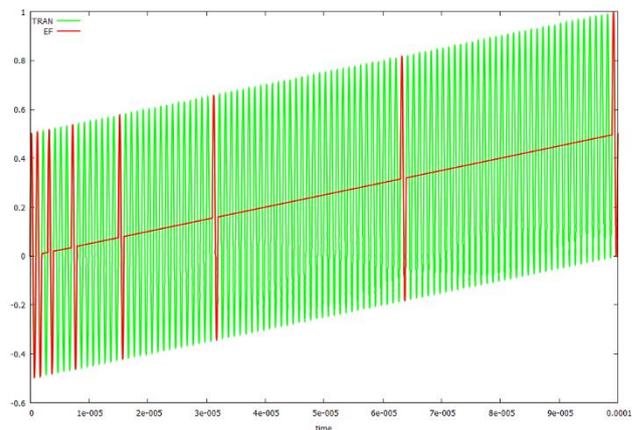


Рис. 1. Графики переходного процесса, полученные с помощью адаптивного алгоритма (EF) и анализа переходного процесса (TRAN). В алгоритме EF выполняется моделирование 8 периодов

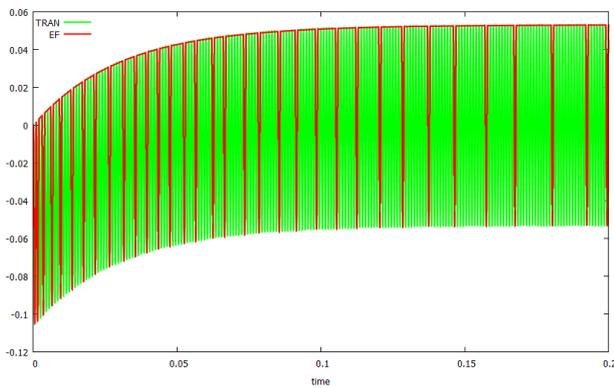
## IV. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Адаптивный алгоритм продолжения огибающих для анализа переходного процесса и периодического установившегося режима реализован в

экспериментальной программе схемотехнического моделирования. Кроме этого, в программе реализованы анализ переходных процессов (TRAN) и анализ периодического установившегося режима, использующие методы Эйлера и трапеций.

**Тестовая RL схема [12].** Несмотря на простоту, моделирование этой схемы сталкивается с трудностями. В частности, как отмечено в [12], в программе Spectre RF алгоритм продолжения огибающей программы приводит к значительной погрешности при вычислении отклика на синусоидальное воздействие с частотой 1 кГц. При этом, для реализации в этом алгоритме шагов по огибающей, допуск на относительную погрешность должен быть меньше 0.01.

На рис. 2 показан переходной процесс в схеме, полученный с помощью предложенного алгоритма (EF) и анализа переходного процесса (TRAN). В алгоритме EF допуск на относительную погрешность установлен 0.1. При меньших значениях допуска наблюдается увеличение числа шагов и аналогичные результаты. В табл. 2 приведена зависимость числа шагов алгоритма от допуска на относительную погрешность.



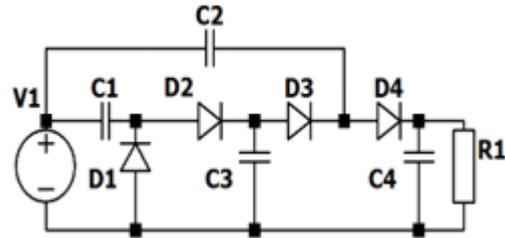
**Рис. 2. Графики переходного процесса в RL схеме, полученные с помощью алгоритма EF и анализа переходного процесса (TRAN). Число периодов моделирования – 200 (TRAN), 33 (EF)**

Таблица 2

*Зависимость числа шагов алгоритма от допуска*

допуск	#итераций	#шаги по огибающей
0.1	33	32
0.01	44	43
0.001	67	61

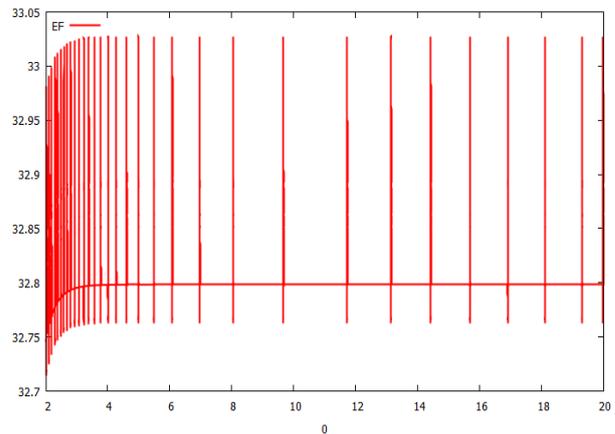
**Схема умножителя [7].** Схема приведена на рис. 3.



**Рис. 3. Схема умножителя (C1 = C2 = C3 = 1 мкФ, C4 = 4.7 мкФ, R1 = 470 кОм)**

На вход схемы подан синусоидальный сигнал с частотой 50 Гц и амплитудой 10 В.

Для этой схемы рассчитывался переходной процесс на интервале 10000 периодов для определения периодического установившегося режима. Расчет выполнялся с помощью предложенного алгоритма (EF) и анализа переходного процесса (TRAN). Результаты расчета сравнивались с результатами анализа периодического установившегося режима (PSS).

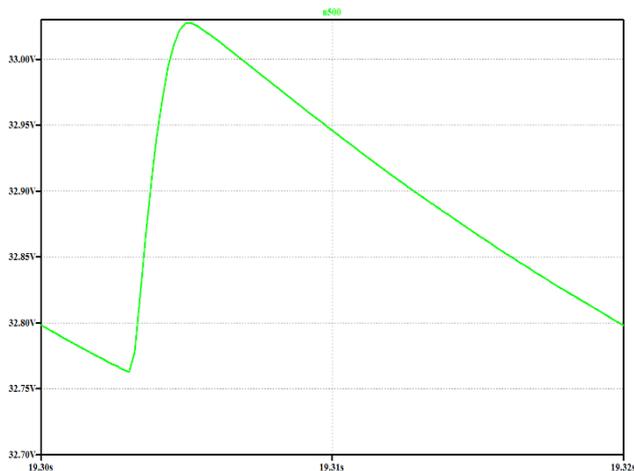


**Рис. 4. График переходного процесса в схеме умножителя (алгоритм EF). Число периодов моделирования – 84**

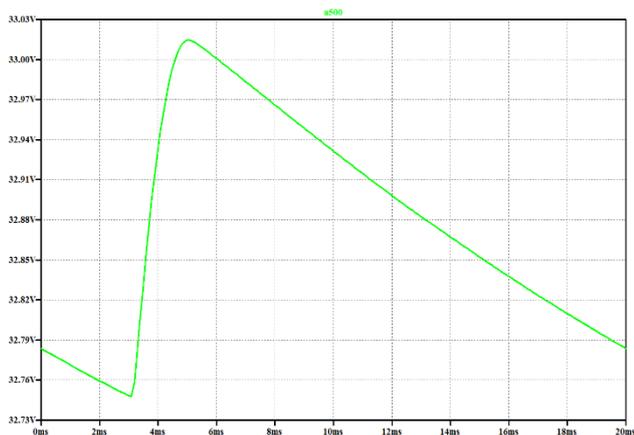
На рис. 4 приведен график переходного процесса в выходном узле схемы, полученный с помощью алгоритма EF. При этом потребовалось: число итераций алгоритма - 84, общее число шагов по огибающей – 78. Из них принято – 58. Таким образом, отношение числа рассчитанных периодов к их общему числу 84/10000.

На рис. 5 показан фрагмент графика переходного процесса, на рис. 6 – выходной сигнал в установившемся режиме. Здесь получено хорошее совпадение результатов расчетов с помощью алгоритмов EF и PSS.

Погрешность расчета зависит от допуска на относительную погрешность в алгоритме EF. В табл. 3 приведены значения погрешности, полученные при моделировании с различными значениями допуска.



**Рис. 5. Фрагмент графика переходного процесса в схеме умножителя. Выходной сигнал схемы**



**Рис. 6. Выходной сигнал в установившемся режиме (PSS)**

Таблица 3

*Зависимость погрешности моделирования от допуска*

допуск	#итераций	#шагов по огibaющей	Погрешность, %
0.1	25	23	2.4
0.01	60	54	0.6
0.001	84	58	0.05

## V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен адаптивный алгоритм для моделирования аналоговых интегральных схем с колебательными режимами с медленно меняющимися

параметрами. Адаптивный алгоритм позволяет эффективно выполнять анализ переходного процесса и установившегося периодического режима.

## ПОДДЕРЖКА

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № № 19-07-00509.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Актуальные проблемы моделирования в системах автоматизации схемотехнического проектирования/ под ред. А.Л. Стемпковского – М.: Наука, 2003.-430 С.
- [2] Petzold L. R. An efficient numerical method for highly oscillatory ordinary differential equations // SIAM J. Numer. anal, 1981, vol. 18, No. 3, pp. 455-479.
- [3] Петренко А.И., Власов А.И., Тимченко А.П. Табличные методы моделирования электронных схем на ЭЦВМ, Киев.: Вища школа, 1977. - 192 с.
- [4] Норенков И. П., Евстифеев Ю. А., Маничев В. Б. Метод ускоренного анализа многопериодных электронных схем // Радиотехника. 1987. № 2. С. 71–74.
- [5] Kundert K., White J., Sangiovanni-Vincentelli A., An envelope-following method for the efficient transient simulation of switching power and filter circuits // in Proc. Int. Conf. on CAD, 1988, pp. 446–449.
- [6] Brambilla A., Maffezzoni P., Envelope following method for the transient analysis of electrical circuits // IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2000, vol. 47, No. 7, pp. 999–1008.
- [7] Brambilla A., Maffezzoni P., Envelope-following method to compute steady-state solutions of electrical circuits // IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2003, vol. 50, No. 3, pp. 407 - 417.
- [8] Maffezzoni P., A Versatile Time-Domain Approach to Simulate Oscillators in RF Circuits // IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2009, vol. 56, no. 3, pp. 594–603.
- [9] Farhan M. A., Gad E., Nakhla M. S., Achar R., High order and A-stable envelope following method for transient simulations of oscillatory circuits // IEEE Trans. Microw. Theory Techn., 2014, vol. 62, no. 12, pp. 3309–3317.
- [10] Farhan M. A., Nakhla M. S., Gad E., Achar R., Parallel High-Order Envelope-Following Method for Fast Transient Analysis of Highly Oscillatory Circuits // IEEE Trans. on very large scale integration (VLSI) systems, 2017, vol. 25, No. 1, pp. 261–270.
- [11] Vlach J., Singhal K. Computer Methods for Circuit Analysis and Design. - New York: Van Nostrand Reinhold, 1983.
- [12] Gheorghe A., Constantinescu F., Nitescu M. A New Algorithm for Envelope Following Analysis // Revue Roumaine des Sciences Techniques - Serie Électrotechnique et Énergétique. 2011, 56, P. 229-236.

# The Adaptive Algorithm for the Analysis of Oscillatory Circuits

M.M. Gourary, M.M. Zharov, S.G. Rusakov, S.L. Ulyanov

Institute for design problems in microelectronics of RAS, Moscow, [ippm@ippm.ru](mailto:ippm@ippm.ru)

**Abstract** — The paper presents the adaptive envelope following algorithm for the transient and periodic steady-state analysis of analog integrated circuits. For numerical integration of envelope equations, the variable order and variable time step integration algorithms are used. The adaptive algorithm performs the transient analysis in case of envelope integration failure. The numerical examples of transient and steady-state analysis are presented.

**Keywords** — circuit simulation, transient response, periodic steady-state, integration methods, envelope following method.

## REFERENCES

- [1] Aktualnye problemy modelirovaniya v systemah shemotehnicheskogo proektirovaniya (Actual simulation problems in computer-aided circuit design systems) - Moscow: Nauka, 2003 (in Russian).
- [2] Petzold, L. R. An efficient numerical method for highly oscillatory ordinary differential equations. *SIAM J. Numer. anal.*, vol. 18, No. 3, pp. 455-479, June 1981.
- [3] Petrenko A.I., Vlasov A.I., Timchenko A.P. *Tablichnye metody modelirovaniya elektronnyh shem na ECVM (Table simulation methods of electronic circuits)*, Kiev: Visha shkola, 1977. - 192 p (in Russian).
- [4] Norenkov I.P., Evstifeev Y.A., Manichev V.B. *Metod uskorenogo analiza mnogoperiodnyh elektronnyh shem (Method for fast analysis of multiperiod electronic circuits)*. Radiotekhnika. 1987. № 2. p. 71–74 (in Russian).
- [5] Kundert K., White J., Sangiovanni-Vincentelli A., An envelope-following method for the efficient transient simulation of switching power and filter circuits, in Proc. Int. Conf. on CAD, pp. 446–449, 1988.
- [6] Brambilla A., Maffezzoni P., Envelope following method for the transient analysis of electrical circuits, *IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 47, No. 7, pp. 999–1008, 2000.
- [7] Brambilla A., Maffezzoni P., Envelope-following method to compute steady-state solutions of electrical circuits, *IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 50, No. 3, pp. 407 - 417, 2003.
- [8] Maffezzoni P., A Versatile Time-Domain Approach to Simulate Oscillators in RF Circuits, *IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 56, no. 3, pp. 594–603, 2009.
- [9] Farhan M. A., Gad E., Nakhla M. S., Achar R., High order and A-stable envelope following method for transient simulations of oscillatory circuits *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 62, no. 12, pp. 3309–3317, 2014.
- [10] Farhan M. A., Nakhla M. S., Gad E., Achar R., Parallel High-Order Envelope-Following Method for Fast Transient Analysis of Highly Oscillatory Circuits, *IEEE Trans. on very large scale integration (VLSI) systems*, vol. 25, No. 1, pp. 261–270, 2017.
- [11] Vlach J., Singhal K. *Computer Methods for Circuit Analysis and Design*. - New York: Van Nostrand Reinhold, 1983.
- [12] Gheorghe A., Constantinescu F., Nitescu M. A New Algorithm for Envelope Following Analysis. *Revue Roumaine des Sciences Techniques - Serie Électrotechnique et Énergétique*, 56, P. 229-236, 2011.