Эквалайзеры с дробной задержкой и обратной связью на базе быстрых RLS-алгоритмов

В.И. Джиган

Институт проблем проектирования в микроэлектронике PAH, г. Москва, djigan@ippm.ru

Аннотация — В работе рассматриваются особенности использования быстрых рекурсивных алгоритмов по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS) в выравнивателе амплитудно-частотной характеристики каналов связи (эквалайзере) с дробной задержкой и обратной связью. Такой эквалайзер представлен в виде многоканального адаптивного фильтра с неодинаковым числом весовых коэффициентов в каналах, где число каналов на единицу больше коэффициента передискретизации входного сигнала. Приводится архитектура эквалайзера и вычислительная процедура алгоритма его работы на базе быстрого алгоритма Калмана. Также приводятся результаты моделирования, демонстрирующие работоспособность и эффективность предлагаемого решения.

Ключевые слова — эквалайзер, дробная задержка, обратная связь по решению, многоканальный адаптивный фильтр, быстрые рекурсивные алгоритмы по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS), быстрый алгоритм Калмана.

I. Введение

Сегодня адаптивная обработка сигналов [1]-[4] является сложившимся направлением в современной цифровой обработке сигналов (ЦОС). Такая обработка осуществляется с помощью устройств, именуемых адаптивными фильтрами, одной из особенностей которых является возможность изменения весовых коэффициентов в процессе работы. Благодаря этому, адаптивные фильтры нашли широкое применение в приложениях, где невозможно определить требования к параметрам обычных фильтров с фиксированными весовыми коэффициентами, так как эти требования могут быть либо не известными, либо меняться во время работы, а значит, фильтры с постоянными параметрами не могут быть спроектированы заранее. В то же время, адаптивные фильтры не требуют предварительного расчета весовых коэффициентов, т.к. эти коэффициенты вычисляются в процессе работы в результате минимизации некоторой функции ошибки между выходным и так называемым требуемым сигналами.

Построение систем радиолокации, навигации, связи и даже бытовой электроники уже невозможно представить без использования адаптивных фильтров [5]. Примерами такого использования являются адаптивные антенные решетки; акустические и гидроакустические решетки; активные компенсаторы узкополосных акустических шумов; компенсаторы сигналов акустического и электрического эха; компенсаторы нелинейных искажений в усилителях мощности радиопередатчиков, а также выравниватели амплитудно-частотной характеристики каналов связи, именуемые эквалайзерами.

Большинство беспроводных, проводных, оптических или акустических каналов связи с электрической точки зрения представляют собой фильтр с конечной импульсной характеристикой. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) такого фильтра неравномерная, что при прохождении через канал связи цифровых сигналов, приводит к их искажениям за счет появления так называемой межсимвольной интерференции, мешающей правильному принятию решений при распознавании информационных символов в приемнике [6].

Устройством, решающим задачу выравнивания АЧХ канала связи, является эквалайзер [7]-[10]. Эквалайзер – это линейный адаптивный фильтр. По архитектуре эквалайзеры бывают без обратной связи (Feed-Forward, FF) и с обратной связью (Feed-Backward, FB). Из них наиболее эффективными являются FBэквалайзеры [11], [12]. Такие эквалайзеры демонстрируют более короткий переходной процесс и существенно меньшую среднеквадратичную ошибку в установившемся состоянии, чем FF-эквалайзеры.

Обычно оба типа эквалайзеров работают на символьной скорости (Symbol-Spaced, SS). В этом случае эквалайзеры требуют минимальных ресурсов для их реализации. Однако, дискретизация информационных символов с частотой их следования не удовлетворяет условиям теоремы Котельникова о дискретизации сигналов. В этом случае возникает эффект просачивания внеполосного сигнала в основную полосу, что приводит к зашумлению сигнала. Это не столь критично, если параметры входного сигнала точно известны. В рассматриваемом случае это означает необходимость довольно точной синхронизации по времени принимаемых информационных символов и их дискретных отсчетов.

Указанных недостатков лишены эквалайзеры с так называемой дробной задержкой (Fractionally-Spaced, FS) [13], [14]. В таких эквалайзерах входной сигнал дискредитируется на частоте, в несколько раз (обычно целое число) превышающей частоту следования информационных символов. Ценой за качество работы таких эквалайзеров является более высокое требование к вычислительным ресурсам, реализующим эквалайзер, т.к. число весовых коэффициентов FF-части FS-эквалайзера увеличивается кратно увеличению частоты дискретизации его входного сигнала.

В FS-эквалайзерах вычисление выходного сигнала, а также его сдвиг в линии задержки FB-части, если таковая присутствует, выполняются на частоте следования информационных символов.

При реализации SS FF- или FB-эквалайзеров, могут быть использованы соответственно одноканальные или двухканальные адаптивные фильтры как на базе простых градиентных алгоритмов с линейной арифметической сложностью, так и более сложных алгоритмов с квадратичной арифметической сложностью, таких как рекурсивные алгоритмы по критерию наименыших квадратов (Recursive Least Squares, RLS) и их быстрые (вычислительно эффективные) версии с линейной арифметической сложностью: быстрый алгоритм Калмана (Fast Kalman, FK), быстрый трансверсальный фильтр (Fast Transversal Filter, FTF), Fast a Posteriori Error Sequential Technique (FAEST) и его стабилизированная версия [3].

Сегодня, благодаря успехам физики полупроводников, микроэлектронных технологий и средств проектирования больших интегральных схем (БИС), промышленностью освоены современные цифровые сигнальные процессоры (ЦСП, Digital Signal Processors, DSP), программируемые логические схемы (ПЛИС, Field-Programmable Gate Arrays, FPGA) и заказные БИС, позволяющие реализовывать различные алгоритмы ЦОС [15, 16]. Эта элементная база уже позволяет реализовывать адаптивные фильтры на базе не только простых, но и сложных алгоритмов [17].

Если реализуются FS-эквалайзеры, то в них могут быть использованы указанные выше градиентные адаптивные алгоритмы и RLS-алгоритмы с квадратичной вычислительной сложностью, с той лишь разницей по отношению к SS-эквалайзерам, что сигналы FF-части эквалайзера по-прежнему формируются и сдвигаются в линиях задержки на частоте дискретизации, а сигналы FB-части – на частоте следования информационных символов. Из них формируются векторы обрабатываемых сигналов только на символьной скорости и на ней же происходит их обработка с целью вычисления векторов весовых коэффициентов эквалайзера и формирования его выходного сигнала.

Однако такая процедура не применима к быстрым RLS-алгоритмам с линейной вычислительной сложностью, т.к. принцип их работы основан на теории линейного предсказания входных сигналов, отсчеты которых следуют с той же скоростью, что и скорость вычисления весовых коэффициентов и выходного сигнала адаптивного фильтра.

В настоящей работе рассматривается решение, позволяющее использовать быстрые RLS-алгоритмы в FSэквалайзерах.

II. Архитектура эквалайзера

Архитектура SS FB-эквалайзера приведена на рис. 1. Такой эквалайзер представляет собой двухканальный адаптивный фильтр, на входы которого поступает сигнал с канала связи $x(k_s)$ и задержанный на длительность одного символа z_s^{-1} сигнал $\tilde{y}(k_s)$ с выхода устройства принятия решения о принадлежности выходного сигнала эквалайзера $y(k_s)$ тому или иному элементу информационного созвездия.

В качестве требуемого сигнала $d(k_s)$ в процессе обучения выступает известная на приемной стороне тренировочная последовательность, предварительно синхронизированная с аналогичной принимаемой последовательностью, а в установившемся режиме – сигнал с выхода решающего устройства.



Рис. 1. Архитектура SS FB-эквалайзера

На рис. 1, k_s – номер отсчёта, совпадающий с номером символа, так как отсчёты следуют с частотой принимаемых символов F_s . Обработка всех обозначенных сигналов осуществляется также на символьной скорости. Результатом обработки являются векторы весовых коэффициентов $\mathbf{h}_{N_{\rm F}}^{\rm F}(k_{\rm S})$ FF-части эквалайзера и весовые коэффициенты $\mathbf{h}_{N_{\rm B}}^{\rm B}(k_{\rm S})$ FB-части эквалайзера, которые формируют вектор весовых коэффициентов весого эквалайзера $\mathbf{h}_N(k_{\rm S}) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{N_{\rm F}}^{\rm FT}(k_{\rm S}), \mathbf{h}_{N_{\rm B}}^{\rm BT}(k_{\rm S}) \end{bmatrix}^{\rm T}$. С его помощью вычисляется выходной сигнал $y(k_{\rm S}) = [\mathbf{h}_N^{\rm H}(k_{\rm S}-1)\mathbf{x}_N(k_{\rm S})]$, где $\mathbf{x}_N(k_{\rm S}) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{N_{\rm F}}^{\rm T}(k_{\rm S}), \mathbf{x}_{N_{\rm B}}^{\rm T}(k_{\rm S}) \end{bmatrix}^{\rm T}$ вектор сигналов эквалайзера, $\mathbf{x}_{N_{\rm F}}(k_{\rm S})$ и $\mathbf{x}_{N_{\rm B}}(k_{\rm S}) = [\mathbf{n}_{\rm D}^{\rm H}(k_{\rm S}-1)\mathbf{x}_N(k_{\rm S})]$, где $\mathbf{x}_{N_{\rm F}}(k_{\rm S})$ и $\mathbf{x}_{N_{\rm B}}(k_{\rm S}) = \mathbf{n}_{\rm D}$ вектор сигналов эквалайзера, $\mathbf{x}_{N_{\rm F}}(k_{\rm S})$ и $\mathbf{x}_{N_{\rm F}}(k_{\rm S})$ – векторы сигналов его FF- и FB-частей, а $N = N_{\rm F} + N_{\rm B}$ – полное число весовых коэффициентов.

В настоящей статье в формулах строчными буквами обозначаются скалярные переменные и элементы векторов. Векторы обозначаются жирными строчными буквами. Верхний индекс Т обозначает операцию транспонирования вектора, а верхний индекс Н – операцию эрмитова сопряжения, т.е. транспонирование вектора и комплексное сопряжение его элементов, обозначаемое символом *. Нижний индекс N обозначает число элементов в векторе. Вычисление векторов $\mathbf{h}_N(k_s)$, как уже указывалось, может быть выполнено с помощью любых версий многоканальных адаптивных алгоритмов [3] с числом каналов M = 2.

В FS-эквалайзерах входной сигнал дискретизируется на частоте $F_D = L \cdot F_S$, где L – это коэффициент передискретизации (обычно целое число), определяемой полосой входного сигнала. В этом случае для вычисления весовых коэффициентов эквалайзера могут быть использованы градиентные адаптивные алгоритмы с линейной арифметической сложностью O(N)или RLS-алгоритмы с квадратичной арифметической сложностью $O(N^2)$.

Однако, в FS-эквалайзерах не могут быть использованы напрямую вычислительно эффективные быстрые RLS-алгоритмы с линейной арифметической сложностью O(N), так как в таких алгоритмах все сигналы должны следовать с одной скоростью [3].



Рис. 2. Архитектура FS FB-эквалайзера

Для решения этой проблемы предлагается использовать полифазное представление входного сигнала x(k) (см. рис. 2), где k – номера отсчётов этого сигнала, следующих с частотой дискретизации F_{p} .

На рис. 2, приведена предлагаемая архитектура FS FB эквалайзера, использующего полифазное представление входного сигнала. Здесь символ \downarrow : *L* обозначает операцию прореживания (децимации) отсчетов, а символ z^{-1} – задержку отсчетов сигнала на длительность одного периода частоты дискретизации F_D .

Данный эквалайзер по-прежнему является многоканальным, но число его каналов уже не M = 2, а M = L + 1. При этом весовые коэффициенты $\mathbf{h}_{N_{\rm F}}^{\rm F}(k_{\rm S})$ распределяются с прореживанием на L каналов как $\mathbf{h}_{N_{\rm F},l}^{\rm F}(k_{\rm S})$, где l = 1, 2, ..., L. Если $N_{\rm F}$ и L – четные числа, то все векторы $\mathbf{h}_{N_{\rm F},l}^{\rm F}(k_{\rm S})$ содержат одинаковое число весовых коэффициентов $N_{\rm F,l} = N_{\rm F}/L$. В противном случае значения $N_{\rm E,l}$ могут быть неодинаковыми.

III. Алгоритм работы эквалайзера

Так как число весовых коэффициентов в каналах FFчасти эквалайзера (рис. 2) в общем случае может быть неодинаковым, а также отличаться от числа весовых коэффициентов FB-части эквалайзера, то для вычисления этих коэффициентов требуются быстрые версии многоканальных RLS-алгоритмов, в которых имеется возможность использовать неодинаковое число весовых коэффициентов в каналах.

В качестве таких алгоритмов могут быть использованы 1-SUSD алгоритмы [3]. Пример реализации рассматриваемого FS FB-эквалайзера на базе такого FKалгоритма, приведен ниже.

Initialization : $E_N^{f(m)}(0) = \delta^2$; $\mathbf{h}_N^{f(m)}(0) = 0_N$;
$\mathbf{h}_{N}^{b(m)}(0) = 0_{N}$; create : $\mathbf{S}_{N+1}^{(m)T}\mathbf{T}_{N+1}^{(m)T}$; $m = 1, \dots, M$; $M = L+1$,
$\mathbf{g}_{N}^{(M)}(1) = 0_{N}; \mathbf{x}_{N}^{(0)}(0) = 0_{N}; \mathbf{h}_{N}(0) = 0_{N}; \mathbf{s}_{L}(0) = 0_{L}; k_{s} = 0$
For $k = 1, 2,, K$
$\mathbf{s}_{L}(k)\Big _{2:L} = \mathbf{s}_{L}(k)\Big _{1:L-1}$, $\mathbf{s}_{L}(k)\Big _{1} = x(k)$
$l = \operatorname{mod}_{L}(k)$
$\mathbf{if} l = 0$
$k_s = k_s + 1$
For $l = 1, 2,, L$
$\mathbf{x}_{N_{\text{F}J}}^{(l)}(k_{s})\Big _{2:N_{\text{F}J}} = \mathbf{x}_{N_{\text{F}J}}^{(l)}(k_{s})\Big _{1:N_{\text{F}J}-1}, \ \mathbf{x}_{N_{\text{F}J}}^{(l)}(k)\Big _{1} = s_{l}(k)$
End for <i>l</i>
$\mathbf{x}_{N_{\rm B}}(k_{\rm S})\Big _{2:N_{\rm B}} = \mathbf{x}_{N_{\rm B}}(k_{\rm S})\Big _{1:N_{\rm B}-1}, \ \mathbf{x}_{N_{\rm B}}(k_{\rm S})\Big _{1} = d(k_{\rm S}-1)$
$\mathbf{x}_{N}^{(0)}(k_{\rm S}) = \left[\mathbf{x}_{N_{\rm F,1}}^{(1)\rm T}(k_{\rm S}), \mathbf{x}_{N_{\rm F,2}}^{(2)\rm T}(k_{\rm S}), \dots, \mathbf{x}_{N_{\rm F,l}}^{(l)\rm T}(k_{\rm S}), \mathbf{x}_{N_{\rm F,l}}^{(l+1)\rm T}(k_{\rm S})\right]$
, $\mathbf{x}_{N_{\text{F}L}}^{(L)\text{T}}(k_{\text{S}}), \mathbf{x}_{N_{\text{B}}}^{\text{T}}(k_{\text{S}}) \right]^{\text{T}} = \left[\mathbf{x}_{N_{1}}^{(1)\text{T}}(k_{\text{S}}), \mathbf{x}_{N_{2}}^{(2)\text{T}}(k_{\text{S}}),, \right]^{\text{T}}$
$\mathbf{x}_{N_{m}}^{(m)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}}), \mathbf{x}_{N_{m+1}}^{(m+1)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}}), \dots, \mathbf{x}_{N_{M-1}}^{(M-1)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}}), \mathbf{x}_{N_{M}}^{(M)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}}) \right]^{\mathrm{T}}$
$\mathbf{x}_{N}^{(1)}(k_{\rm S}) = \left[\mathbf{x}_{N_1}^{(1){\rm T}}(k_{\rm S}-1), \mathbf{x}_{N_2}^{(2){\rm T}}(k_{\rm S}), \dots, \mathbf{x}_{N_m}^{(m){\rm T}}(k_{\rm S}), \right]$
$\mathbf{x}_{N_{m+1}}^{(m+1)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}}), \dots, \mathbf{x}_{N_{M-1}}^{(M-1)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}}), \mathbf{x}_{N_{M}}^{(M)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}})\right]^{\mathrm{T}}$
:
$\mathbf{x}_{N}^{(m)}(k_{\rm S}) = \left[\mathbf{x}_{N_{\rm I}}^{(1){\rm T}}(k_{\rm S}-1), \mathbf{x}_{N_{\rm Z}}^{(2){\rm T}}(k_{\rm S}-1), \dots, \mathbf{x}_{N_{\rm m}}^{(m){\rm T}}(k_{\rm S}-1), \right]$
$\mathbf{x}_{N_{m+1}}^{(m+1)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}}), \dots, \mathbf{x}_{N_{M-1}}^{(M-1)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}}), \mathbf{x}_{N_{M}}^{(M)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}})\right]^{\mathrm{T}}$
$\mathbf{x}_{N}^{(m+1)}(k_{\rm S}) = \left[\mathbf{x}_{N_1}^{(1){\rm T}}(k_{\rm S}-1), \mathbf{x}_{N_2}^{(2){\rm T}}(k_{\rm S}-1), \dots, \mathbf{x}_{N_m}^{(m){\rm T}}(k_{\rm S}-1)\right]$
$\mathbf{x}_{N_{m+1}}^{(m+1)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}}-1),\ldots,\mathbf{x}_{N_{M-1}}^{(M-1)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}}),\mathbf{x}_{N_{M}}^{(M)\mathrm{T}}(k_{\mathrm{S}})\right]^{\mathrm{T}}$
:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{N}^{(M-1)}(k_{\rm S}) &= \left[\mathbf{x}_{N_{1}}^{(1)\rm T}(k_{\rm S}-1), \mathbf{x}_{N_{2}}^{(2)\rm T}(k_{\rm S}-1), \dots, \mathbf{x}_{N_{m}}^{(m)\rm T}(k_{\rm S}-1), \\ \mathbf{x}_{N_{m+1}}^{(m+1)\rm T}(k_{\rm S}-1), \dots, \mathbf{x}_{N_{M-1}}^{(M-1)\rm T}(k_{\rm S}-1), \mathbf{x}_{N_{M}}^{(M)\rm T}(k_{\rm S}) \right]^{\rm T} \\ \mathbf{x}_{N}^{(M)}(k_{\rm S}) &= \left[\mathbf{x}_{N_{1}}^{(1)\rm T}(k_{\rm S}-1), \mathbf{x}_{N_{2}}^{(2)\rm T}(k_{\rm S}-1), \dots, \mathbf{x}_{N_{m}}^{(m)\rm T}(k_{\rm S}-1), \\ \mathbf{x}_{N_{m+1}}^{(m+1)\rm T}(k_{\rm S}-1), \dots, \mathbf{x}_{N_{M-1}}^{(M-1)\rm T}(k_{\rm S}-1), \mathbf{x}_{N_{M}}^{(M)\rm T}(k_{\rm S}-1) \right]^{\rm T} \end{aligned}$$

For
$$m = M, M - 1, ..., 1$$

 $\alpha^{f(m)}(k_{\rm S}) = x_m(k_{\rm S}) - \mathbf{h}_N^{f(m)H}(k_{\rm S} - 1)\mathbf{x}_N^{(m)}(k_{\rm S})$
 $\alpha^{b(m)}(k_{\rm S}) = x_m(k_{\rm S} - N_m) - \mathbf{h}_N^{b(m)H}(k_{\rm S} - 1)\mathbf{x}_N^{(m-1)}(k_{\rm S})$
 $\mathbf{h}_N^{f(m)}(k_{\rm S}) = \mathbf{h}_N^{f(m)}(k_{\rm S} - 1) + \mathbf{g}_N^{(m)}(k_{\rm S})\alpha^{f(m)*}(k)$
 $e^{f(m)}(k_{\rm S}) = x_m(k_{\rm S}) - \mathbf{h}_N^{f(m)H}(k_{\rm S} - 1)\mathbf{x}_N^{(m)}(k_{\rm S})$
 $E^{f(m)}(k_{\rm S}) = \lambda E^{f(m)}(k_{\rm S} - 1) + e^{f(m)}(k_{\rm S})\alpha^{f(m)*}(k_{\rm S})$
 $\overline{\mathbf{g}}_{N+1}^{(m)}(k_{\rm S}) = \left[\begin{array}{c} 0\\ \mathbf{g}_N^{(m)}(k_{\rm S}) \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} 1\\ -\mathbf{h}_N^{f(m)}(k_{\rm S}) \end{array} \right] \frac{e^{f(m)}(k_{\rm S})}{E^{f(m)}(k_{\rm S})}$
 $\widetilde{\mathbf{g}}_{N+1}^{(m)}(k_{\rm S}) = \mathbf{S}_{N+1}^{(m)T} \overline{\mathbf{g}}_{N+1}^{(m)}(k_{\rm S}) = \left[\begin{array}{c} \widetilde{\mathbf{q}}_N^{(m)}(k_{\rm S})\\ \widetilde{q}^{(m)}(k_{\rm S}) \end{array} \right]$
 $\mathbf{g}_N^{(m-1)}(k_{\rm S}) = \frac{\widetilde{\mathbf{q}}_N^{(m)}(k_{\rm S}) + \mathbf{h}_N^{b(m)}(k_{\rm S} - 1)\widetilde{q}^{(m)}(k_{\rm S})}{1 - \alpha^{b(m)*}(k_{\rm S})\widetilde{q}^{(m)}(k_{\rm S})}$
 $\mathbf{h}_N^{b(m)}(k_{\rm S}) = \mathbf{h}_N^{b(m)}(k_{\rm S} - 1) + \mathbf{g}_N^{(m-1)}(k_{\rm S})\alpha^{b(m)*}(k_{\rm S})$

End for m

$$y(k_{\rm S}) = \mathbf{h}_{N}^{\rm H}(k_{\rm S} - 1)\mathbf{x}_{N}^{(0)}(k_{\rm S})$$

$$\alpha(k_{\rm S}) = d(k_{\rm S}) - y(k_{\rm S})$$

$$\mathbf{h}_{N}(k_{\rm S}) = \mathbf{h}_{N}(k_{\rm S} - 1) + \mathbf{g}_{N}^{(0)}(k_{\rm S})\alpha^{*}(k_{\rm S}) =$$

$$= \left[\mathbf{h}_{N_{\rm F,1}}^{\rm F(1)T}(k_{\rm S}), \mathbf{h}_{N_{\rm F,2}}^{\rm F(2)T}(k_{\rm S}), \dots, \mathbf{h}_{N_{\rm F,J}}^{\rm F(l)T}(k_{\rm S}), \mathbf{h}_{N_{\rm F,J+1}}^{\rm F(l+1)T}(k_{\rm S}),$$

$$\dots, \mathbf{h}_{N_{\rm F,L}}^{\rm F(L)T}(k_{\rm S}), \mathbf{h}_{N_{\rm B}}^{\rm BT}(k_{\rm S})\right]^{\rm T}$$

$$\mathbf{g}_{N}^{(M+1)}(k_{\rm S} + 1) = \mathbf{g}_{N}^{(0)}(k_{\rm S})$$

End for if

End for k

Здесь δ^2 – параметр задания начальных значений энергий линейного предсказания $E_N^{f(m)}(0)$, λ – параметр экспоненциального взвешивания обрабатываемых сигналов, а $\mathbf{S}_{N+1}^{(m)}$ и $\mathbf{T}_{N+1}^{(m)T}$ – перестановочные матрицы [3].

Данный алгоритм может быть использован и для реализации FS FF-эквалайзера при исключении из него вычислений, связанных с FB-частью. В этом случае число каналов адаптивного фильтра M = L. Другие многоканальные версии быстрых RLS-алгоритмов, такие как FTF, FAEST и стабилизированный FAEST также могут быть использованы в части вычисления векторов коэффициентов Калмана [3].

IV. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКВАЛАЙЗЕРА

Проверка работоспособности решения, представленного на рис. 2, и алгоритма его работы, рассмотренного в предыдущем разделе, выполнена путем моделирования FS FF-эквалайзера с числом весовых коэффициентов $N_{\rm F} = 137$ и эквивалентного ему FS FB-эквалайзера с числом весовых коэффициента $N_{\rm F} = 69$ и $N_{\rm B} = 34$ при L = 2 и отсутствии шума на входе. В качестве принимаемого сигнала использовался цифровой сигнал с модуляцией 4-QAM. Число тренировочных символов равнялось 400, а информационных – 600. Результаты моделирования приведены на рис. 3.

На рис. За) и рис. Зб) зеленой кривой обозначена АЧХ канала связи, имеющая провал около -65 дБ. Фиолетовая кривая - это АЧХ эквалайзера в установившемся режиме, а синяя – совместная АЧХ канала связи и эквалайзера. Видно, что даже в отсутствии шума на входе, FF эквалайзер не может полностью выровнять АЧХ рассматриваемого канала связи, в то время как FBэквалайзер его выравнивает с неравномерностью около 0.03 дБ. Рис. Зв) и рис. Зг) также подтверждают лучшее качество FB-эквалайзера в терминах созвездий информационных символов в установившемся состоянии. Здесь зеленым цветом обозначены информационные символы на выходе канала связи, голубым – на выходе эквалайзера, а красным – символы переданного сообщения. Из рис. 3г) видно, что в случае FB-эквалайзера информационные символы на его выходе практически совпадают с переданными символами. Разброс элементов созвездий на выходе FB-эквалайзера лишь при отношении сигнал-шум (ОСШ) на входе, равном 20 дБ, соответствует аналогичному разбросу FF-эквалайзера при полном отсутствии шума на его входе (см. рис. 3в). При этом в совместной АЧХ при использовании FBэквалайзера полностью отсутствует провал, а ее неравномерность составляет всего 3 дБ, в то время как при использовании FB-эквалайзера такой провал (см. рис. 3а), равен около 40 дБ.

V. Заключение

Таким образом, результаты моделирования подтверждают работоспособность предложенного FS FBэквалайзера на базе быстрых RLS-алгоритмов, а также его более высокую эффективность в сравнении с аналогичным FB-эквалайзером. С силу линейной арифметической сложности такой эквалайзер является конкурентом математически эквивалентным эквалайзерам на базе RLS-алгоритмов с квадратичной вычислительной сложностью в приложениях с ограниченными вычислительными ресурсами. Предложенное решение может быть использовано в связной аппаратуре различного назначения, элементом которой является эквалайзер.



Рис. 3. Результаты работы эквалайзеров: а) FS FF, A4X; б) FS FB, A4X; в) FS FF, созвездия; г) FS FB, созвездия

ЛИТЕРАТУРА

- Diniz P.S.R. Adaptive filtering algorithms and practical implementation, 4-th ed. Springer Science + Business Media, 2013. 652 p.
- [2] Farhang-Boroujeny B. Adaptive filters theory and applications, 2-nd ed. John Willey & Sons, 2013. 778 p.
- [3] Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов. Теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013. 528 с.
- [4] Haykin S. Adaptive filter theory, 5-th ed. Pearson Education Inc., 2014, 889 p.
- [5] Benesty J., HuangY., Eds. Adaptive signal processing: applications to real-workd problems. Sprringer-Verlag., 2003. 356 p.
- [6] Proakis J.G., Salehi M. Digital communications, 5-th ed. McGraw Hill, 2007. 1170 p.
- [7] Lucky R.W. Automatic equalization for digital communication // Bell System Technical Journal. 1965.
 V. 44. № 2. P. 547–588.
- [8] Becker F.K., Holzman L.N., Lucky R.W., Port E. Automatic equalization for digital communication // Proceedings of the IEEE. 1965. V. 52. № 1. P. 96–97.
- [9] Qureshi S. Adaptive equalization // Proceedings of the IEEE. 1985. V. 73. № 9. P. 1349–1387.

- [10] Lucky R.W. The adaptive equalizer // IEEE Signal Processing Magazine. 2006. V. 23. № 3. P. 104–107.
- [11] Belfiore C.A., Park J.H. Decision feedback equalization // Proceedings of the IEEE. 1979. V. 67. № 8. P. 1143–1156.
- [12] George D., Bowen R., Storey J. An adaptive decision feedback equalizer // IEEE Transactions on Communications. 1971. V. 19. № 3. P. 282–293.
- [13] Gitlin R.D., Weinstein S.B. Fractionally-spaced equalization: an improved digital transwersal equalizer // The Bell System Technical Journal. 1981. V. 60. № 2. P. 275–296.
- [14] Treichler J.R. Fijalkow I., Johnson C.R. Fractionally spaced equalizers // IEEE Signal Processing Magazine. 1996. V. 13. № 3. P. 65–81.
- [15] Kuo S.M., Gan W.-S. S. Digital signal processors: architectures, implementations and applications. Prentice Hal, 2004. 624 p.
- [16] Woods R., McAllister J., Lightbody G., Ying Yi. FPGAbased implementation of signal processing systems, 2nd ed. Willey, 2017. 360 p.
- [17] Djigan V.I. Recursive least squares an idea whose time has come // Proceedings of the 7-th International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing Moscow, 2007. P. 255–260.

Fractionally Spaced Feed-Backward Equalizers, Based on Fast RLS Adaptive Filtering Algorithms

V.I. Djigan

Institute for design problems in microelectronics of Russian Academy of Sciences

Moscow, djigan@ippm.ru

Abstract — Adaptive signal processing is an important part of modern digital signal processing. Today adaptive filters are widely used in applications, where filters with fixed weights cannot be designed in advance. The well-known examples of these applications are adaptive antenna and acoustic arrays, active noise control, acoustic and electrical echo cancellation, digital predistortion of power amplifiers and channel equalization. Channel equalizer is an essential part of modern communication system. Its role is to equalize the amplitude-frequency response of a non-flat communication channel, that allows to receive digital data, sent via the channel, without intersymbol interference. There are two sort of adaptive equalizers: Feed-Forward (FF) and Feed-Backward (FB). Actually, sampling rate of the equalizer input signal is the same as datarate. This allows saving implementation resources, but does not satisfy sampling theorem. Due to aliasing, the sampled signal becomes noisy, but the noise is tolerable, if data symbols and samples are well synchronized. Equalizers, with the same sampling rate as symbol rate, are called Symbol-Spaced (SS) ones. Another sort of equalizers are Fractionally-Spaced (FS) ones. They use input signal sampling rate, which a few times (actually an integer value) higher of symbols rate. FS equalizers do not suffer of aliasing problem and do not require a precise synchronization of data symbols and sampling. The price of the solution is a higher arithmetic complexity because FF part of FS equalizer has to contain a larger number of weights. However today, the achievements in modern microelectronic technologies and progress in integration circuit design allow manufacturing high performance Digital Signal Processors (DSP), Field-Programmable Gate Arrays (FPGA) and Application Specific Integrated Circuits (ASIC), which ensure efficient implementation of different signal processing algorithms, including algorithms for adaptive filtering. Adaptive filtering algorithms are conditionally separated into two groups: gradient search based and least squares based. The most efficient are the last ones, called Recursive Least Squares (RLS). The RLS adaptive filters are characterized by a quadratic arithmetic complexity. However, these algorithms also exist in fast, i.e. computationally efficient form with a linear arithmetic complexity, that allows simultaneous implementation of the efficient and low complexity adaptive filters. The paper considers the peculiarities of the fast RLS algorithms application in FS FB equalizers. Such equalizers are viewed as the multichannel adaptive filters with unequal number of weights in channels, where the number of the channels equals the value of the input signal oversampling parameter plus one. The architecture and computational procedure of such equalizer, based on fast Kalman adaptive filtering algorithm, are presented. The simulation results demonstrate the equalizer efficiency.

Keywords — equalizer, fractionally-spaced, Decision Deedback (DFB), multichannel adaptive filter, fast Recursive Least Squares (RLS) algorithms, Fast Kalman (FK) algorithm. REFERENCES

- [1] Diniz P.S.R. Adaptive filtering algorithms and practical implementation, 4-th ed. Springer Science + Business Media, 2013. 652 p.
- [2] Farhang-Boroujeny B. Adaptive filters theory and applications, 2-nd ed. John Willey & Sons, 2013. 778 p.
- [3] Djigan V.I. Adaptivnaya fil'traciya signalov. Teoriya i algoritmy (Adaptive filtering: theory and algorithms). Moscow: Tekhnosfera, 2013, 528 p.
- [4] Haykin S. Adaptive filter theory, 5-th ed. Pearson Education Inc., 2014, 889 p.
- [5] Benesty J., HuangY., Eds. Adaptive signal processing: applications to real-workd problems. Sprringer-Verlag., 2003. 356 p.
- [6] Proakis J.G., Salehi M. Digital communications, 5-th ed. McGraw Hill, 2007. 1170 p.
- [7] Lucky R.W. Automatic equalization for digital communication // Bell System Technical Journal. 1965.
 V. 44. № 2. P. 547–588.
- [8] Becker F.K., Holzman L.N., Lucky R.W., Port E. Automatic equalization for digital communication // Proceedings of the IEEE. 1965. V. 52. № 1. P. 96–97.
- [9] Qureshi S. Adaptive equalization // Proceedings of the IEEE. 1985. V. 73. № 9. P. 1349–1387.
- [10] Lucky R.W. The adaptive equalizer // IEEE Signal Processing Magazine. 2006. V. 23. № 3. P. 104–107.
- [11] Belfiore C.A., Park J.H. Decision feedback equalization // Proceedings of the IEEE. 1979. V. 67. № 8. P. 1143–1156.
- [12] George D., Bowen R., Storey J. An adaptive decision feedback equalizer // IEEE Transactions on Communications. 1971. V. 19. № 3. P. 282–293.
- [13] Gitlin R.D., Weinstein S.B. Fractionally-spaced equalization: an improved digital transwersal equalizer // The Bell System Technical Journal. 1981. V. 60. № 2. P. 275–296.
- [14] Treichler J.R. Fijalkow I., Johnson C.R. Fractionally spaced equalizers // IEEE Signal Processing Magazine. 1996. V. 13. № 3. P. 65–81.
- [15] Kuo S.M., Gan W.-S. S. Digital signal processors: architectures, implementations and applications. Prentice Hal, 2004. 624 p.
- [16] Woods R., McAllister J., Lightbody G., Ying Yi. FPGAbased implementation of signal processing systems, 2nd ed. Willey, 2017. 360 p.
- [17] Djigan V.I. Recursive least squares an idea whose time has come // Proceedings of the 7-th International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing Moscow, 2007. P. 255–260.