

Теория возмущений для четырёхполюсника с сегнетоэлектрическим конденсатором с отрицательной дифференциальной ёмкостью

А.Э. Рассадин¹, А.В. Степанов^{1,2}

¹Нижегородское математическое общество, г. Нижний Новгород, brat_ras@list.ru

²Чувашская государственная сельскохозяйственная академия, г. Чебоксары

Аннотация — В статье изложена процедура приближенного построения переходной характеристики нелинейного четырехполюсника при воздействии на него входного напряжения произвольной формы, но малой амплитуды (менее 0,5 В). Нелинейный элемент этой электрической цепи представляет собой двухслойную наноразмерную сегнетоэлектрическую гетероструктуру с отрицательной дифференциальной емкостью, теоретической основой для физической реализации которой является функционал Ландау-Гинзбурга-Девоншира для плотности свободной энергии двухслойного сегнетоэлектрика. В работе представлены графики выходного напряжения четырёхполюсника, возникающие при его активации экспоненциально возрастающими или убывающими сигналами.

Ключевые слова — законы Кирхгофа, сопротивление утечки, уравнение Абеля первого рода, стационарное состояние, теоремы Чебышёва о дифференциальных биномах, титанат бария, цирконат-титанат свинца, титанат стронция.

I. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время во всём мире [1]-[5] проводятся интенсивные исследования сегнетоэлектрических систем с отрицательной дифференциальной емкостью. Хотя в рамках теории Ландау-Гинзбурга-Девоншира для монокристаллического образца его состояния, соответствующие отрицательной дифференциальной емкости, являются только метастабильными [6], тем не менее, авторы работы [7] получили экспериментально термодинамически стабильную двухслойную сегнетоэлектрическую систему цирконат-титаната свинца $Pb(Zr_{0,2}Ti_{0,8})O_3$ и титанат стронция $SrTiO_3$, имеющую отрицательную дифференциальную емкость при комнатной температуре. Спустя три года тот же эффект был найден и в другой наноразмерной гетероструктуре, состоящей из титаната бария $BaTiO_3$ и титаната стронция $SrTiO_3$ [8]. Для краткости в [3]-[5] эти системы были названы NC-конденсаторами.

Напряжение U_{NC} между пластинами NC-конденсатора зависит от его заряда q следующим образом [7]-[8]:

$$U_{NC}(q) = -\alpha \cdot q + \beta \cdot q^3. \quad (1)$$

где коэффициенты α и β считаются положительными.

Существуют два основных направления в разработке интегрированных сегнетоэлектрических устройств, содержащих сегнетоэлектрические конденсаторы с отрицательной дифференциальной емкостью.

Первое из этих направлений рассматривает так называемые NCFET-транзисторы, представляющие собой полевые транзисторы, в которых обычный подзатворный диэлектрик заменён на NC-конденсатор [1]-[2]. Такая замена открывает путь к радикальному снижению мощности, потребляемой процессорами на основе КМОП-технологии [1]-[2].

Второе направление анализирует поведение NC-конденсаторов, работающих в радиотехнических устройствах различных типов. Например, в работах [3]-[5] был исследован ряд колебательных контуров, в которых произведено замещение обычных конденсаторов с постоянной положительной емкостью на NC-конденсаторы. Оказалось, что из-за наличия в фазовых пространствах этих устройств гомоклинических петель они демонстрируют нетривиальную динамику [3]-[5].

Изучение переходной характеристики нелинейного четырёхполюсника с NC-конденсатором, соответствующего интегрирующей или дифференцирующей цепочке традиционной радиотехники, является важным элементом исследований в рамках второго направления [9]. Такой четырёхполюсник мы будем называть RNC-цепью.

Реакция RNC-цепи на гауссовское дельта-коррелированное случайное входное напряжение рассмотрена в работе [10]. Доклад [11] посвящен SPICE-моделированию RNC-цепей, соединенных последовательно. В статье [12] развит численно-аналитический метод описания прохождения фрактальных сигналов через RNC-цепь.

Целью настоящей статьи является представление результатов исследования нестационарных режимов в RNC-цепи, возникающих под действием входных напряжений малой амплитуды.

Далее статья имеет следующую структуру: в части II выведено дифференциальное уравнение для электрического заряда на NC-конденсаторе в RNC-цепи с учетом малой утечки. Детали построения теории возмущений представлены в части III. В части IV в рамках теории возмущений построены переходные отклики RNC-цепи на ряд входных напряжений малой амплитуды. В заключении обсуждены полученные результаты и перспективы дальнейших исследований.

II. ВЫВОД ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим последовательно соединённые NC-конденсатор и резистор r , на которые подано произвольное входное напряжение $U(t)$. Наличие малой утечки электрического заряда $q(t)$ на NC-конденсаторе через него учтём, подключив параллельно NC-конденсатору дополнительный резистор R с большим значением сопротивления. Такой способ описания токов утечки через сегнетоэлектрик является типичным в физике диэлектриков [13]. Соответствующая ему электрическая схема показана на рис. 1.

Применение первого закона Кирхгофа для схемы, представленной на рис. 1, даёт:

$$\frac{dq}{dt} = I_r + I_R, \quad (2)$$

где I_r и I_R — токи, протекающие через резисторы r и R соответственно.

Далее, выпишем второй закон Кирхгофа для замкнутых контуров на рис. 1.

Для контура слева от NC-конденсатора найдём:

$$r \cdot I_r + U_{NC}(q) = U(t), \quad (3)$$

а для контура справа от NC-конденсатора получим:

$$R \cdot I_R + U_{NC}(q) = 0. \quad (4)$$

Объединение формул (2)-(4) приводит к следующему обыкновенному дифференциальному уравнению для электрического заряда $q(t)$:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\rho} \cdot (-\alpha \cdot q + \beta \cdot q^3) = \frac{U(t)}{r}, \quad q(0) = q_0, \quad (5)$$

где величина $1/\rho = 1/r + 1/R$ соответствует некоторому эффективному сопротивлению RNC-цепи на рис. 1, а q_0 представляет собой начальный электрический заряд на NC-конденсаторе.

Введём следующие безразмерные переменные:

$$\tau = \frac{\alpha \cdot t}{\rho}, \quad x(\tau) = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \cdot q(t), \quad u(\tau) = \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha^{3/2}} \cdot \frac{U(t)}{1+r/R}. \quad (6)$$

В этих переменных уравнение (5) сводится к уравнению Абеля первого рода [14]:

$$\frac{dx}{d\tau} = x - x^3 + u(\tau) \quad (7)$$

с начальным условием $x(0) = x_0$ для безразмерного заряда $x(\tau) = x_0$.

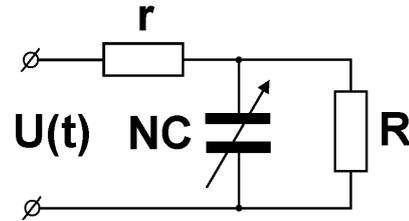


Рис. 1. Электрическая схема RNC-цепи

Согласно экспериментальным данным [7, 9] в формуле (1) коэффициенты $\alpha \sim 10^{10}$ В/Кл и $\beta \sim 0,5 \cdot 10^{29}$ В · Кл³. Следовательно, используя вторую формулу из формул (6), можно оценить типичный масштаб электрического заряда на NC-конденсаторе:

$\sqrt{\alpha/\beta} \sim 0,5$ нКл. Далее, в соответствии со статьёй [9], сопротивление утечки $R \sim 100$ кОм. Если же мы выберем $r \sim 10$ кОм, то типичный временной масштаб рассматриваемой RNC-цепи будет равен $T \sim 1$ мкс. Наконец, характерный масштаб напряжения в этом случае обладает следующим порядком величины: $\sqrt{\alpha^3/\beta} \sim 5$ В.

III. ПОСТРОЕНИЕ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ ПЕРВОГО РОДА

Уравнение (7) нелинейно. Более того, при произвольной функции $u(\tau)$ у него нет общего решения. Поэтому предположим, что абсолютное значение входного напряжения подчиняется следующему условию: $|U(t)| \ll 5$ В. Следовательно, согласно третьей формуле из формул (6) безразмерное напряжение $u(\tau)$ очень мало: $|u(\tau)| \ll 1$. Это означает, что можно применять теорию возмущений, то есть можно искать решение уравнения (7) в виде асимптотического ряда:

$$x(\tau) = x^{(0)}(\tau) + x^{(1)}(\tau) + \dots, \quad (8)$$

где $|x^{(1)}(\tau)| \ll |x^{(0)}(\tau)|$ и т. д.

Подставляя разложение (8) в уравнение (7), находим, что исходное уравнение сводится к следующей последовательности уравнений:

$$\frac{dx^{(0)}}{d\tau} - x^{(0)} + x^{(0)3} = 0, \quad x^{(0)}(0) = x_0, \quad (9)$$

$$\frac{dx^{(1)}}{d\tau} + (-1 + 3 \cdot x^{(0)2}) \cdot x^{(1)} = u(\tau), \quad x^{(1)}(0) = 0 \quad (10)$$

и так далее.

Точное решение задачи Коши (9) равно:

$$x^{(0)}(\tau) = \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + (1 - x_0^2) \cdot \exp(-2 \cdot \tau)}}. \quad (11)$$

Определив с помощью выражения (11) переменный коэффициент в линейном уравнении (10), легко найти, что:

$$x^{(1)}(\tau) = \int_0^\tau \left[\frac{x_0^2 \cdot \exp(2 \cdot \tau') + 1 - x_0^2}{x_0^2 \cdot \exp(2 \cdot \tau) + 1 - x_0^2} \right]^{\frac{3}{2}} \cdot \exp(\tau - \tau') \cdot u(\tau') \cdot d\tau'. \quad (12)$$

Таким образом, формулы (11) и (12) описывают решение исходного уравнения (7) в рамках вышеприведенной теории возмущений.

Очевидно, что уравнение (9) для приближения нулевого порядка описывает короткое замыкание электрической схемы на рис. 1. Из формулы (11) видно, что в этом режиме система имеет три стационарных состояния:

$$\lim_{\tau \rightarrow +\infty} x^{(0)}(\tau) = \begin{cases} +1, & x_0 > 0 \\ 0, & x_0 = 0 \\ -1, & x_0 < 0 \end{cases}. \quad (13)$$

Если начальное условие x_0 для исходного уравнения (7) совпадает с одним из пределов в формуле (13), то выражение (12) для приближения первого порядка можно упростить, а именно, пусть $x_0 = 0$, то есть x_0 совпадает с неустойчивым стационарным состоянием, тогда:

$$x(\tau) = \int_0^\tau \exp(\tau - \tau') \cdot u(\tau') \cdot d\tau' + \dots \quad (14)$$

Если же начальное условие x_0 является одним из устойчивых состояний, то:

$$x(\tau) = \pm 1 + \int_0^\tau \exp[-2 \cdot (\tau - \tau')] \cdot u(\tau') \cdot d\tau' + \dots \quad (15)$$

IV. ПЕРЕХОДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ RNC-ЦЕПИ В РАМКАХ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Рассмотрим примеры реакции RNC-цепи на простейшие безразмерные входные напряжения $u(\tau)$.

Выберем сначала $u(\tau) = u_0 \cdot \exp(-\tau)$, ($|u_0| \ll 1$), тогда в первом порядке переходная характеристика имеет вид:

$$x^{(1)}(\tau) = \frac{u_0 \cdot \exp(\tau)}{(x_0^2 \cdot \exp(2 \cdot \tau) + 1 - x_0^2)^{\frac{3}{2}} \cdot [G_1(\tau, x_0) + G_2(\tau, x_0)]}, \quad (16)$$

где вспомогательные функции равны:

$$G_1(\tau, x_0) = \frac{1 - 3 \cdot x_0^2}{2} + \sqrt{x_0^2 \cdot \exp(2 \cdot \tau) + 1 - x_0^2} \cdot \left(x_0^2 - \frac{1 - x_0^2}{2} \cdot \exp(-2 \cdot \tau) \right)$$

и

$$G_2(\tau, x_0) = \frac{3 \cdot x_0^2 \cdot \sqrt{1 - x_0^2}}{4} \cdot \left(\ln \frac{1 + \sqrt{1 - x_0^2}}{1 - \sqrt{1 - x_0^2}} + \ln \frac{\sqrt{x_0^2 \cdot \exp(2 \cdot \tau) + 1 - x_0^2} - \sqrt{1 - x_0^2}}{\sqrt{x_0^2 \cdot \exp(2 \cdot \tau) + 1 - x_0^2} + \sqrt{1 - x_0^2}} \right).$$

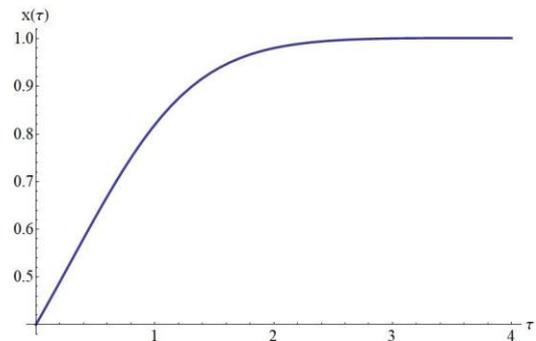


Рис. 2. Переходная характеристика заряда на NC-конденсаторе при экспоненциальном уменьшении входного напряжения

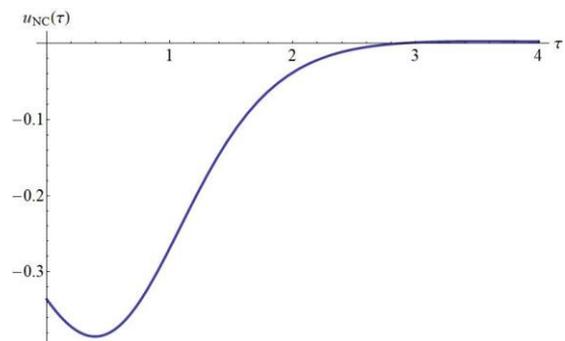


Рис. 3. Переходная характеристика напряжения на NC-конденсаторе при экспоненциальном уменьшении входного напряжения

Результат расчета полного заряда NC-конденсатора как суммы двух первых членов ряда (8) теории возмущений в соответствии с формулами (11) и (16) при $x_0 = 0,4$ и $u_0 = 0,1$ представлен на рис. 2.

Результат аналогичного расчета напряжения на NC-конденсаторе представлен на рис. 3.

Далее, рассмотрим входное напряжение вида $u(\tau) = u_0 \cdot \exp(\tau)$ ($|u_0| \ll 1$). В этом случае переходная характеристика первого порядка равна:

$$x^{(1)}(\tau) = \frac{u_0 \cdot \exp(\tau)}{(x_0^2 \cdot \exp(2 \cdot \tau) + 1 - x_0^2)^{\frac{3}{2}} \cdot [F_1(\tau, x_0) + F_2(\tau, x_0)]} \quad (17)$$

со следующими вспомогательными функциями:

$$F_1(\tau, x_0) = \frac{(x_0^2 \cdot \exp(2 \cdot \tau) + 1 - x_0^2)^{\frac{3}{2}} - 1}{3} + (1 - x_0^2) \cdot [\sqrt{x_0^2 \cdot \exp(2 \cdot \tau) + 1 - x_0^2} - 1]$$

и

$$F_2(\tau, x_0) = \frac{(1 - x_0^2)^{\frac{3}{2}}}{2} \cdot \left(\ln \frac{1 + \sqrt{1 - x_0^2}}{1 - \sqrt{1 - x_0^2}} + \ln \frac{\sqrt{x_0^2 \cdot \exp(2 \cdot \tau) + 1 - x_0^2} - \sqrt{1 - x_0^2}}{\sqrt{x_0^2 \cdot \exp(2 \cdot \tau) + 1 - x_0^2} + \sqrt{1 - x_0^2}} \right)$$

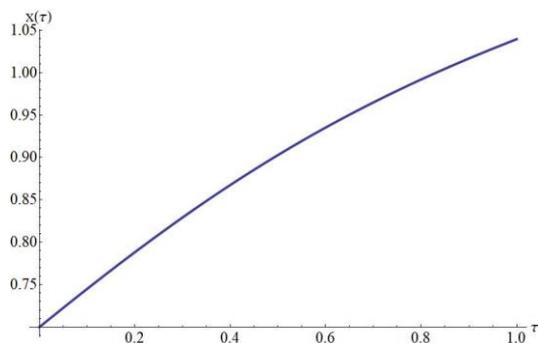


Рис. 4. Переходная характеристика заряда на NC-конденсаторе при экспоненциальном увеличении входного напряжения

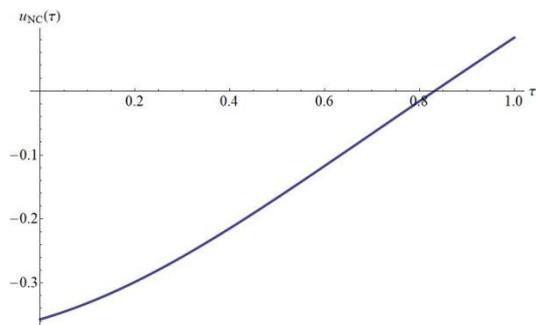


Рис. 5. Переходная характеристика напряжения на NC-конденсаторе при экспоненциальном увеличении входного напряжения

Результат оценки суммарного заряда при $x_0 = 0,7$ и $u_0 = 0,1$ в соответствии с формулами (11) и (17) представлен на рисунке 4.

Результат расчета напряжения на NC-конденсаторе для этого случая представлен на рис. 5.

Подчеркнем, что интервал времени на рис. 4 и рис. 5 меньше, чем на рис. 2 и рис. 3, поскольку в этом случае сильный рост входного напряжения быстро сводится к нарушению условия $|x^{(1)}(\tau)| \ll |x^{(0)}(\tau)|$ действительности для нашей теории возмущений.

Вообще говоря, существует большой набор функций $u(\tau)$, дающий возможность точного вычисления интеграла (12), краеугольным камнем

которого является теорема Чебышева [15] о дифференциальных биномах. Физически такие входные сигналы могут быть реализованы за счёт суммирования выходных напряжений RC-цепочек с обычными конденсаторами и специально подобранными их постоянными времени, однако в большинстве возможных ситуаций окончательные выражения для переходных характеристик RNC-цепи, находящейся под воздействием таких сигналов, слишком громоздки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе рассмотрена RNC-цепь с учётом утечки заряда через NC-конденсатор. В рамках теории возмущений для RNC-цепи найдены переходные характеристики, демонстрирующие, что у нелинейного четырёхполосника такого типа имеются принципиально новые нестационарные режимы. Для уточнения границ применимости разработанного подхода целесообразно сравнить результаты применения вышеописанной теории возмущений с точными решениями для RNC-цепи, данными ранее в работах [16]-[17]. Однако необходимо также отметить, что в эту процедуру вмешивается физика процесса, а именно, тепловые флуктуации электрического заряда в проводниках цепи RNC образуют нижнюю границу для величины погрешности напряжения, которая может быть оценена на основе формулы Найквиста [18].

Если в разложениях термодинамических потенциалов, составляющих NC-конденсатор материалов, учесть шестую степень их поляризации, то дифференциальное уравнение, описывающее динамику безразмерного электрического заряда в схеме на рис. 1, будет иметь следующий вид:

$$\frac{dx}{d\tau} = x - x^3 + \gamma \cdot x^5 + u(\tau), \quad (18)$$

где γ — безразмерный параметр, определяемый свойствами веществ, входящих в NC-конденсатор. В случае, когда этот параметр мал: $|\gamma| \ll 1$, рассмотренная в статье теория возмущений продолжает работать при замене в формуле (12) $u(\tau)$ на $u(\tau) + \gamma \cdot x^{(0)5}(\tau)$.

Далее, подчеркнем, что выражение (12) пригодно и для анализа реакции рассматриваемого четырёхполосника и на случайные входные напряжения с нулевым средним и малой дисперсией, при этом, вообще говоря, выход RNC-цепи должен быть нестационарным случайным процессом.

Нетривиальное поведение наблюдаемых величин в RNC-цепях, описанное в данной работе, может найти применение в системах автоматического управления на основе NC-конденсаторов.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят профессоров Л.Н. Короткова и А.В. Ситникова (Воронежский государственный технический университет) за ценные обсуждения ряда тонких вопросов физики сегнетоэлектрических плёнок.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Dasgupta S., Rajashekhar A., Majumdar K., Agrawal N., Razavieh A., Trolier-Mckinsty S., Datta S. Sub-kT/q Switching in Strong Inversion in $\text{Pb}(\text{Zr}_{0.52}\text{Ti}_{0.48})\text{O}_3$ Gated Negative Capacitance FETs // IEEE Journal on Exploratory Solid-State Computational Devices and Circuits. 2015. V. 1. P. 43-48.
- [2] Lee H., Yoon Y., Shin C. Current-Voltage Model for Negative Capacitance Field-Effect Transistors // IEEE Electron Device Letters. 2017. V. 38. P. 669-672.
- [3] Потапов А.А., Ракуть И.В., Рассадин А.Э., Троннов А.А. О возможности хаотических колебаний заряда сегнетоэлектрического конденсатора с отрицательной дифференциальной ёмкостью в колебательном контуре с фрактальным входным напряжением // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем – 2018. Сб. трудов / под общ. ред. академика РАН А.Л. Стемковского. М.: ИППМ РАН, 2018. Вып. I. С. 76-82.
- [4] Kostromina O.S., Potapov A.A., Rakut I.V., Rassadin A.E. Total Harmonic Distorsions in an Oscillatory Circuit with a Ferroelectric Capacitor with a Negative Capacitance // Eurasian Physical Technical Journal. 2017. V. 14. N 2 (28). P. 14-21.
- [5] Костромина О.С., Потапов А.А., Ракуть И.В., Рассадин А.Э. Колебания в однородной цепочке с сегнетоэлектрическими конденсаторами с отрицательной ёмкостью // Учёные записки физического факультета Московского университета. 2017. N 6. С. 1760703.
- [6] Гинзбург В.Л. О диэлектрических свойствах сегнетоэлектриков и титаната бария // ЖЭТФ. 1945. Т. 15. Вып. 12. С. 739-750.
- [7] Khan A.I., Bhowmik D., Yu P., Kim S.J., Pan X., Ramesh R., Salahuddin S. Experimental Evidence of Ferroelectric Negative Capacitance in Nanoscale Heterostructures // Applied Physics Letters. 2011. V. 99. N. 11. P. 113501-1-3.
- [8] Appleby D.J.R., Ponon N.K., Kwa K.S.K., Zou B., Petrov P.K., Wang T., Alford N.M., O'Neill A. Experimental Observation of Negative Capacitance in Ferroelectrics at Room Temperature // Nano Letters. 2014. V. 14. N. 7. P. 3864-3868.
- [9] Khan A.I., Chatterjee K., Wang B., Drapcho S., You L., Serrao C., Bakaul S.R., Ramesh R., Salahuddin S. Negative capacitance in a ferroelectric capacitor // Nature Materials. 2015. V. 14. P. 182–186.
- [10] Potapov A.A., Rakut I.V., Rassadin A.E., Tronov A.A. On Solution of Fokker-Planck-Kolmogorov Equation for a Ferroelectric Capacitor with a Negative Capacitance by Means of the Krasovsky Series Expansion Method // Proc. 14th Sino - Russia Symposium on Advanced Materials and Technologies / Ed. Mingxing Jia (Sanya, Hainan Province, China: November 28 - December 1, 2017).- Beijing: Metallurgical Industry Press. 2017. P. 487 – 490. ISBN 978-7-900853-01-1.
- [11] Gourary M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L., Zharov M.M., Rassadin A.E. SPICE Models of Nonlinear Capacitors for Simulation of Ferroelectric Circuits // Proc. of IEEE East-West Design & Test Symposium, Novi Sad, Serbia, September 29 – October 2, 2017. P. 113-116.
- [12] Abdullaev G.O., Agalarov A.M.-Z., Potapov A.A., Rassadin A.E., Tronov A.A. Passage of fractal signals via circuit with a ferroelectric capacitor with a negative capacitance // The Journal of Engineering. V. 2019. Is. 20. October 2019. P. 7114-7118.
- [13] Орешкин П.Т. Физика полупроводников и диэлектриков. М.: Высшая школа, 1977. 448 с.
- [14] Appel P. Sur les invariants de quelques équations différentielles // Journal de Math. 1889. T. 4. N 5. P. 361-423.
- [15] Карташев А.П., Рождественский Б.Л. Математический анализ. М.: Наука, 1984. 448 с.
- [16] Kostromina O.S., Potapov A.A., Rakut I.V., Rassadin A.E., Tronov A.A. On Nonstationary Regimes in Electric Circuits with Ferroelectric Negative Capacitance // Proc. of 2017 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON) (Astana, Kazakhstan, June 29-30, 2017). <http://ieeetpu.ru/proceedings/papers/3ed315.pdf> (дата обращения: 13.06.2020)
- [17] Kostromina O.S., Rakut I.V., Rassadin A.E. Transient Response of Ferroelectric Capacitor with Negative Capacitance to Piecewise Constant Voltage Pulses // Book of Abstracts: International Workshop on Phase Transitions and Inhomogeneous States in Oxides (Kazan, Russia, June 25-30, 2017). - Kazan: Kazan University Press, 2017. P. 28.
- [18] Nyquist H. Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors // Phys. Review. 1928. V. 32. P. 110-113.

Theory of Perturbations for Four-Terminal Network with Ferroelectric Capacitor with Negative Differential Capacitance

A.E. Rassadin¹, A.V. Stepanov^{1,2}

¹ Nizhny Novgorod Mathematical Society, Nizhny Novgorod, brat_ras@list.ru

² Chuvash State Agricultural Academy, Cheboksary

Abstract — The integrated ferroelectric device containing ferroelectric capacitor with negative differential capacitance (NC-capacitor) has been considered in the article. Such capacitor is created from ferroelectric-dielectric bilayer nanoheterostructure, basis of its model being the Landau-

Ginzburg-Devonshire expression for free energy density of ferroelectric. At present, the following direction in the development of integrated ferroelectric devices with NC-capacitors is very popular namely it deals with Negative Capacitance Field Effect Transistors because of replacement

of the ordinary gate oxide in field effect transistor by NC-capacitor will open the way to a radical reduction in the power consumed by processors based on complementary metal-oxide semiconductor technology. But this paper is devoted to another direction which analyses behavior of NC-capacitors functioning in radio engineering devices of various types. A procedure for approximate construction of a transient response of nonlinear four-terminal network with NC-capacitor as its nonlinear element on input voltage of an arbitrary shape but small amplitude (less than 0.5 V) has been developed and presented in this article. In the framework of the theory of perturbations we have found a number of transient responses of the chain. The graphs of output voltage that arise when this four-terminal network is activated by exponentially increasing or decreasing signals are presented. The suggested method demonstrates that in the electric circuit there are fundamentally new nonstationary regimes. Our solutions are suitable for real circuit design applications. In particular, the developed approach is suitable for analysis of reaction of four-terminal network under investigation on random input voltages with zero average and small dispersion too. But, in general, in this case the output of four-terminal network under consideration ought to be nonstationary stochastic process. Untrivial behavior of observable values in the chain can be applied in new automatic control systems on the basis of NC-capacitors.

Keywords — Kirchhoff's laws, resistance of leakage, the Abel equation of the first kind, stationary state, Chebyshev's theorems about differential binomials, barium titanate, lead zirconate-titanate, strontium titanate.

REFERENCES

- [1] Dasgupta S., Rajashekhar A., Majumdar K., Agrawal N., Razavieh A., Troler-Mckinstry S., Datta S. Sub-kT/q Switching in Strong Inversion in $\text{Pb}(\text{Zr}_{0.52}\text{Ti}_{0.48})\text{O}_3$ Gated Negative Capacitance FETs // IEEE Journal on Exploratory Solid-State Computational Devices and Circuits. 2015. V. 1. P. 43-48.
- [2] Lee H., Yoon Y., Shin C. Current-Voltage Model for Negative Capacitance Field-Effect Transistors // IEEE Electron Device Letters. 2017. V. 38. P. 669-672.
- [3] Potapov A.A., Rakut I.V., Rassadin A.E., Tronov A.A. On the Possibility of Chaotic Oscillations of Charge on Ferroelectric Capacitor with Negative Differential Capacity in Oscillatory Circuit with Fractal Input Voltage // Problems of Advanced Micro- and Nanoelectronic Systems Development – 2019, Issue I, Moscow, IPPM RAS. P. 15-20.
- [4] Kostromina O.S., Potapov A.A., Rakut I.V., Rassadin A.E. Total Harmonic Distorsions in an Oscillatory Circuit with a Ferroelectric Capacitor with a Negative Capacitance // Eurasian Physical Technical Journal. 2017. V. 14. N 2 (28). P. 14-21.
- [5] Kostromina O.S., Potapov A.A., Rakut I.V., Rassadin A.E. Kolyebaniya v odnorodnoi tsepoche s segnetoelektricheskimi kondensatorami s otritsatel'noi yomkost'u (Oscillations in Homogeneous Circuit with Ferroelectric Capacitors with a Negative Capacitance) // Memoirs of the Faculty of Physics. 2017. N 6. P. 1760703.
- [6] Ginzburg V.L. O dielektricheskikh svoistvah segnetoelektrikov i titanata bariya (On the Dielectric Properties of Ferroelectrics and Barium Titanate) // JETP. 1945. V. 15. N 12. P. 739-750.
- [7] Khan A.I., Bhowmik D., Yu P., Kim S.J., Pan X., Ramesh R., Salahuddin S. Experimental Evidence of Ferroelectric Negative Capacitance in Nanoscale Heterostructures // Applied Physics Letters. 2011. V. 99. N. 11. P. 113501-1-3.
- [8] Appleby D.J.R., Ponon N.K., Kwa K.S.K., Zou B., Petrov P.K., Wang T., Alford N.M., O'Neill A. Experimental Observation of Negative Capacitance in Ferroelectrics at Room Temperature // Nano Letters. 2014. V. 14. N. 7. P. 3864-3868.
- [9] Khan A.I., Chatterjee K., Wang B., Drapcho S., You L., Serrao C., Bakaul S.R., Ramesh R., Salahuddin S. Negative capacitance in a ferroelectric capacitor // Nature Materials. 2015. V. 14. P. 182-186.
- [10] Potapov A.A., Rakut I.V., Rassadin A.E., Tronov A.A. On Solution of Fokker-Planck-Kolmogorov Equation for a Ferroelectric Capacitor with a Negative Capacitance by Means of the Krasovsky Series Expansion Method // Proc. 14th Sino - Russia Symposium on Advanced Materials and Technologies / Ed. Mingxing Jia (Sanya, Hainan Province, China: November 28 - December 1, 2017).- Beijing: Metallurgical Industry Press. 2017. P. 487 – 490. ISBN 978-7-900853-01-1.
- [11] Gourary M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L., Zharov M.M., Rassadin A.E. SPICE Models of Nonlinear Capacitors for Simulation of Ferroelectric Circuits // Proc. of IEEE East-West Design & Test Symposium, Novi Sad, Serbia September 29 – October 2, 2017. P. 113-116.
- [12] Abdullaev G.O., Agalarov A.M.-Z., Potapov A.A., Rassadin A.E., Tronov A.A. Passage of fractal signals via circuit with a ferroelectric capacitor with a negative capacitance // The Journal of Engineering. V. 2019. Is. 20. October 2019. P. 7114-7118.
- [13] Oreshkin P.T. Fizika poluprovodnikov I dielektrikov (Physics of semiconductors and dielectrics). M.: Visshaya shkola, 1977. 448 s.
- [14] Appel P. Sur les invariants de quelques equations différentielles // Journal de Math. 1889. T. 4. N 5. P. 361-423.
- [15] Kartashev A.P., Rozgdestvenskii B.L. Matematicheskii analiz (Calculus). M.: Nauka. 448 s.
- [16] Kostromina O.S., Potapov A.A., Rakut I.V., Rassadin A.E., Tronov A.A. On Nonstationary Regimes in Electric Circuits with Ferroelectric Negative Capacitance // Proc. of 2017 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON) (Astana, Kazakhstan, June 29-30, 2017). <http://ieeetpu.ru/proceedings/papers/3ed315.pdf> (access date: 13.06.2020)
- [17] Kostromina O.S., Rakut I.V., Rassadin A.E. Transient Response of Ferroelectric Capacitor with Negative Capacitance to Piecewise Constant Voltage Pulses // Book of Abstracts: International Workshop on Phase Transitions and Inhomogeneous States in Oxides (Kazan, Russia, June 25-30, 2017). - Kazan: Kazan University Press, 2017. P. 28.
- [18] Nyquist H. Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors // Phys. Review. 1928. V. 32. P. 110-113.