

# Особенности электропроводности в легированных размерно-квантовых системах в поперечном электрическом поле

Э.П. Синявский<sup>1</sup>, С.А. Карапетян<sup>2</sup>, Н.С. Костюкевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной физики АН Молдовы, Кишинев

<sup>2</sup>Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко, Тирасполь,

karapetyan.sa@gmail.com

**Аннотация** — Теоретически исследованы кинетические процессы в легированных размерно-ограниченных системах. Показана зависимость электропроводности от напряженности внешнего поля.

**Ключевые слова** — электропроводность, квантовая яма, квантовая проволока, рассеяние на примеси, шероховатая поверхность.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Если однородное электрическое поле  $E$  направлено вдоль оси пространственного квантования (для квантовой ямы  $E$  перпендикулярно поверхности, для квантовой проволоки - вдоль радиуса), то она может влиять на кинетические явления в квантовых системах. Это, в частности, проявляется в узких наносистемах, в которых активными являются процессы рассеяния электронов на шероховатой поверхности. [1]. Именно такое рассеяние носителей заметным образом зависит от электрического поля. Это связано с тем, что электрическое поле «прижимает» электроны к поверхности размерно-квантованной системы, что приведет к увеличению процессов рассеяния на шероховатой поверхности и, следовательно, уменьшению электропроводности [2]. В легированных наносистемах, определяющим величину кинетических процессов в области низких температуры, являются процессы рассеяния носителей на примесных центрах.

## II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Потенциальная энергия электрона в параболической квантовой яме в направлении электрического поля описывается соотношением:

$$U(y) = \frac{m_e \omega^2}{2} y^2 + eEy,$$

минимум параболы в поле смещается на величину  $y_0 = -\frac{eE}{m\omega^2}$ .

Следовательно, если примеси локализованы на плоскости  $z = a/2$  наносистемы толщиной  $a$ , то с ростом электрического поля минимума потенциальной энергии удаляется от локализованных состояний, т.е. уменьшается взаимодействие зонных электронов с

примесями и, следовательно, увеличивается транспортное время.

Исходя из формулы Кубо, электропроводность в приближении времени релаксации определяется соотношением

$$\sigma_{xx} = \frac{\beta e^2}{vm_e^2} \sum_{\alpha} |P_{\alpha\alpha}|^2 n_{\alpha} (1 - n_{\alpha}) \tau_{\alpha}, \quad (1)$$

$P_{\alpha\alpha}$  – матричный элемент оператора импульса,  $\beta = \frac{1}{k_0 T}$ ,  $T$  – температура,  $n_{\alpha}$  – равновесная функция распределения электронов с эффективной массой  $m_e$ ,  $1/\tau_{\alpha}$  – описывает квантово-механическую вероятность рассеяния носителей в единицу времени.

## III. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

В дальнейшем исследуем процессы электропроводности в легированных размерно-квантовых системах в электрическом поле перпендикулярном поверхности. Примесные состояния для простоты описываем в модели потенциала нулевого радиуса [3]. Вероятность рассеяния электрона из начального состояния  $\alpha$  в конечное состояние  $f$  на потенциале нулевого радиуса

$$V = V_0 \delta(\vec{r}) [1 + \vec{r} \nabla]$$

в нижайшем по взаимодействию приближении определяется соотношением:

$$\sum_f W_{\alpha f} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f |V_{\alpha f}|^2 \delta(E_{\alpha} - E_f) = 1/\tau_{\alpha}. \quad (2)$$

Волновые функции зонных носителей и собственные значения энергии в параболической квантовой яме в поперечном электрическом поле известны [4]. Энергия электронов будет иметь вид:

$$E_{\alpha} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_e} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_e} + \hbar\omega \left( n + \frac{1}{2} \right) - \Delta, \quad (3)$$

$$\Delta_c = \frac{e^2 E^2}{2m_e \omega^2},$$

$\hbar\omega$  – энергия размерного квантования, которая простым образом связана с высотой потенциальной энергии  $\Delta E_c$  на границе квантовой ямы шириной  $a$ :

$$\hbar\omega = \frac{2\hbar}{a} \left[ \frac{2\Delta E_c}{m_e} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

Расчёт времени релаксации (2) проводится непосредственно, и при выполнении естественного неравенства  $\beta\hbar\omega \gg 1$  имеет вид (рассматривается рассеяние электронов на нижней размерно-квантованной зоне проводимости  $n = 0$ ):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_\alpha} &= \frac{V_0^2 m_e^2 \omega}{\pi \hbar^4} n_d e^{-\frac{2\Delta}{\hbar\omega}} \equiv \\ &\equiv \frac{1}{\tau_\alpha^{(0)}} e^{-\frac{2\Delta}{\hbar\omega}} = 2\pi \left( \frac{\hbar\omega}{E_0} \right) \frac{\hbar H_n}{m_e} e^{-\frac{2\Delta}{\hbar\omega}}, \quad (5) \\ V_0^2 &= \frac{2\pi^2 \hbar^6}{m_e^3 E_0}, \end{aligned}$$

$H_n = \frac{N}{S}$  – поверхностная плотность локализованных примесей,  $E_0$  – энергия связанного состояния.

Как непосредственно следует из (5), с ростом напряженности поперечного электрического поля  $\tau_i^{-1}$  экспоненциально уменьшается, что приводит к заметному росту электропроводности. С учетом (5) электропроводность (1) в рассматриваемых приближениях имеет вид:

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2 E_0 m_e}{4\pi^2 \hbar^4 a \omega n_d \beta} e^{\frac{2\Delta}{\hbar\omega}} [1 + e^{\beta(\xi+\Delta)}], \quad (6)$$

$\xi$  – химический потенциал, отсчитываемый от дна размерно-квантованной зоны проводимости квантовой ямы.

Если учесть, что число электронов в зоне проводимости равно

$$n = \sum_\alpha n_\alpha,$$

то в рассматриваемой модели квантовой ямы химический потенциал определяется из соотношения:

$$\ln[1 + e^{\beta(\xi+\Delta)}] = \frac{n_e \pi \hbar^2 \beta}{m_e}. \quad (7)$$

Здесь  $n_e = \frac{N}{S}$  – поверхностная плотность носителей.

С учетом (7) электропроводность имеет вид (для любой степени вырождения электронного газа):

$$\sigma_{xx} = \sigma(0) e^{\frac{2\Delta}{\hbar\omega}}, \quad \sigma(0) = \frac{\pi e^2 \hbar^4 n_e}{2m_e a n_d \omega V_0^2}, \quad (8)$$

$\sigma(0)$  – электропроводность в квантовой яме в отсутствие электрического поля.

Согласно (8) электропроводность с ростом напряженности электрического поля, как и ожидалось, увеличивается экспоненциальным образом. Для типичных параметров квантовой ямы GaAs/AlAs ( $m_e = 0.06m_0$ ,  $\Delta E_c = 0.255$  эВ,  $\hbar\omega = \frac{7.3}{a}$ ,) при  $E = 6 \cdot 10^3$  В/см)  $\sigma_{xx}$  увеличивается более, чем в 2 раза.

Проведены исследования влияния однородного магнитного поля, направленного параллельно поверхности квантовой ямы на электропроводность:

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma(0) e^{\frac{2\Delta}{\hbar\omega} (1+\delta^2)^{\frac{1}{2}}}}{1+\delta^2}. \quad (9)$$

Здесь  $\delta = \frac{\omega_c}{\omega}$  – циклотронная частота.

Следовательно, в отсутствие поперечного электрического поля  $\Delta = 0$  с ростом напряженности магнитного поля  $\sigma_{xx}$  уменьшается, что, вероятно, связано с увеличением локализации носителей в размерно-ограниченных системах. Если примеси дельта-легированные на плоскости, отстоящей на  $z_C$  от плоскости симметрии квантовой ямы, то в продольном электрическом поле

$$\sigma_{xx} = \sigma(0) e^{\left[ \frac{2z_C (2\Delta E_0)}{a (\hbar\omega)^2} + \left( \frac{2\Delta}{\hbar\omega} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}. \quad (10)$$

Заметим, что  $z_C$  может быть отрицательным и в этом случае с ростом напряженности поля  $\sigma_{xx}$  описывается немонотонной функцией от  $E$ .

С ростом электрического поля вероятность упругого рассеяния носителей на примесных центрах уменьшается и для описания электропроводности необходимо учитывать другие механизмы рассеяния. Исследуем электропроводность в квантовой яме в поперечном электрическом поле с учетом двух механизмов рассеяния: рассеяние на локализованных центрах и рассеяние на шероховатой поверхности. В этом случае электропроводность описывается соотношением:

$$\sigma_{xx} = \frac{\beta e^2}{v m^2} \sum_\alpha |P_{\alpha\alpha}(x)|^2 \frac{\tau_\alpha \tau_{0\alpha}}{\tau_\alpha + \tau_{0\alpha}} n_\alpha (1 - n_\alpha), \quad (11)$$

где  $\frac{1}{\tau_{0\alpha}}$  описывает вероятность рассеяния носителей в нижней зоне в единицу времени на шероховатой поверхности в КЯ в поперечном поле.

$$\frac{1}{\tau_{0\alpha}} = \frac{\gamma m_e (\hbar\omega)^2}{4\hbar^3 a^2} [1 + 2\Delta]^2 = \frac{1}{\tau_\alpha} [1 + 2\Delta]^2, \quad (12)$$

$\gamma^{1/3}$  определяет высоту флуктуаций.

Заметим, что в рассматриваемых приближениях  $\tau_\alpha$  не зависит от квантовых чисел состояния рассеиваемой частицы. С учетом (12), (5) выражение (11) для электропроводности принимает следующий вид:

$$\sigma_{xx} = \sigma(0) \frac{1}{e^{-2\frac{\Delta_c}{\hbar\omega} + a_0} \left[ \frac{2\Delta_c}{(\hbar\omega)^2} + 1 \right]} = \xi \sigma(0). \quad (13)$$

Здесь  $a_0 = \frac{\gamma m_e^2 \omega^2 E_0}{16\pi \hbar^2 a^2 n_d \hbar \omega}$ .

Как непосредственно следует из (13), при  $a \ll 1$  зависимость электропроводности от напряженности электрического поля определяется процессами упругого рассеяния электронов на примесных центрах, и с ростом поля электропроводность увеличивается. При  $a_0 > 1$   $\sigma_{xx}$  с ростом  $E$  уменьшается, что связано с активными процессами рассеяния носителей на шероховатой поверхности. При разумных параметрах квантовой ямы GaAs/AlGaAs  $\gamma_0^{1/4} \sim 10 \text{ \AA}$  (именно такие значения  $\gamma_0$  хорошо описывают большие значения подвижности, экспериментально наблюдаемые в КЯ),

$$a_0 = 2 \times \frac{10^{15}}{n_d a^4} \times \frac{E_0}{\hbar \omega}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma(0)}{e^{-x+a_0} [x+1]^2}, \quad (14)$$

где  $\sigma(0)$  - электропроводность в отсутствии поперечного электрического поля,  $x = \frac{2\Delta_c}{(\hbar\omega)^2}$ .

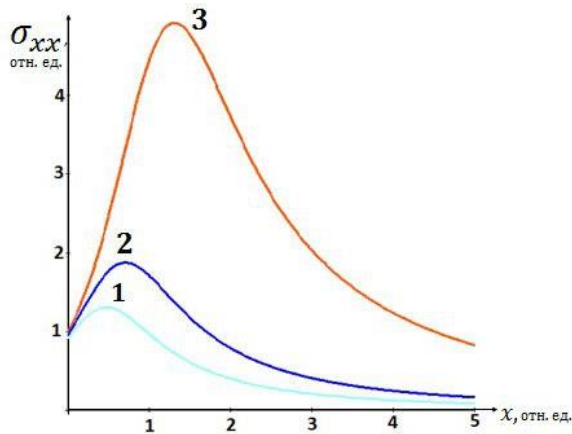


Рис. 1. Зависимость электропроводности (в относительных единицах) от поперечного электрического поля

На рис. 1 представлена зависимость электропроводности от поперечного электрического поля при различных концентрациях примеси: кривые 1, 2, 3 получены при  $a_0 = 0.01, 0.05, 0.1$  соответственно, т.е. при  $a = 10^2 \text{ \AA}$  кривым 1, 2, 3 соответствуют  $n_d = 2 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$ ,  $n_d = 4 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-2}$ ,  $n_d = 2 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-2}$ .

При исследовании кинетических процессов в параболической квантовой яме шириной  $a$  в поперечном электрическом поле  $E$  необходимо учитывать, что

$$\begin{cases} eEa < \Delta E_0 \\ \left(\frac{\Delta E_c}{\hbar\omega}\right)^{\frac{1}{2}} > 1 \end{cases}$$

Первое неравенство означает, что высота потенциальной энергии  $\Delta E_c$  на границе наносистемы была больше энергии, набираемой носителями в электрическом поле при движении вдоль оси размерного квантования (заряженные частицы не покидают КЯ). Выполнение второго неравенства (в КЯ помещается много размерно-квантованных уровней) позволяет последовательно пользоваться свойствами ортонормированных волновых функций гармонического осциллятора, описывающих состояние квантовой системы.

#### IV. Выводы

Проведено исследование влияния рассеяния электронов на примесях (в модели потенциала нулевого радиуса на кинетические процессы в квантовых ямах во внешних электрическом и однородном магнитном поперечных полях. В борновском приближении вычислены вероятности переходов носителей в единицу времени в нижайшей размерно-квантованной зоне проводимости в параболической квантовой, в квантовой яме с параболическим потенциалом. Как показали расчеты, время релаксации в рассматриваемой модели, а, следовательно, и кинетические коэффициенты (электропроводность, термоэдс) существенным образом зависят от внешних полей. С ростом напряженности электрического поля время релаксации увеличивается. Это связано с тем, что с ростом электрического поля минимум потенциальной энергии электрона в размерно-ограниченной системе удаляется от примесного центра, что приводит к уменьшению взаимодействия электронов с легированной примесью.

Проведены расчеты тензора электропроводности в параболических квантовых ямах для невырожденного электронного газа. Исследовано влияние поперечного однородного магнитного поля на процессы рассеяния носителей на примесях. Показано, что с ростом напряженности магнитного поля время релаксации увеличивается. Это связано с увеличением локализации носителей в поле и, следовательно, с уменьшением взаимодействия носителей с примесными центрами. Таким образом, возникает возможность управления явлениями переноса в размерно-ограниченных легированных системах внешними полями.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] H. Sakaki. Interface roughness scattering in GaAs/AlAs quantum wells / H. Sakaki, T. Noda, K. Hirakawa, M. Tanaka, and T. Matsusue // Appl. Phys. Lett. 1987. 51. 1934.
- [2] Синявский Э.П. Исследование подвижности в низкоразмерных системах в постоянно поперечном электрическом поле / Э.П. Синявский, С.А. Карапетян. // ФТП. 2011. Т. 45. №8. С. 1932-1934.
- [3] Деков Ю.Д. Метод потенциала нулевого радиуса в атомной физике / Деков Ю.Д., Островский В.Н. // Л., 1975. 240 с.
- [4] Синявский Э.П. Влияние поперечного электрического поля на подвижность в нанопроволках / Синявский Э.П., Карапетян С.А. // ФТП. 2012. Т. 46. №8. С. 1033 – 1034.

# Features of Electrical Conductivity in Doped Quantum-Dimensional Systems in Transverse Electric Field

E.P. Sinyavsky<sup>1</sup>, S.A. Karapetyan<sup>2</sup>, N.S. Kostyukevich<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Applied Physics, Academy of Sciences of Moldova. Chishinau

<sup>2</sup>Pridnestrovian State University named T.G. Shevchenko, karapetyan.sa@gmail.com

**Abstract** — The effect of electron scattering by impurities (in the model of the zero-radius potential) on the kinetic processes in size-limited KP, QW in external electric and uniform magnetic transverse fields is studied. In the Born approximation the probabilities of carrier transitions per unit time in the lowest dimensional of a quantized conduction band in a parabolic wire, in a quantum well with a parabolic potential are defined. Calculations showed that the relaxation time in the model under consideration, and, consequently, the kinetic coefficients (electrical conductivity, thermopower) significantly depend on external fields. Relaxation time increases due to the fact that with an increase in the electric field, the minimum potential electron energy in a dimensionally limited system moves away from the impurity center (for simplicity, we consider the case when impurities are on the axis of the nanowire), which leads to a decrease electron interactions with an admixture of impurities.

The conductivity tensor in quantum wires and in parabolic quantum wells for non-degenerate electron gas are calculated. The influence of a transverse uniform magnetic field on the processes of carrier scattering by impurities is studied. It is shown that the relaxation time increases with increasing magnetic field strength. This is associated with an increase in the

localization of carriers in the field and, consequently, with a decrease in the interaction of carriers with impurity centers. Thus, it becomes possible to control transport phenomena by external fields in dimensionally limited doped systems.

**Keywords** — electrical conductivity, quantum well, quantum wire, scattering by impurities, rough surface.

## REFERENCES

- [1] H. Sakaki. Interface roughness scattering in GaAs/AlAs quantum wells / H. Sakaki, T. Noda, K. Hirakawa, M. Tanaka, and T. Matsusue // Appl. Phys. Lett. 1987. 51. 1934.
- [2] Sinyavsky E.P. The study of mobility in low-dimensional systems in a constantly transverse electric field / E.P. Sinyavsky, S.A. Karapetyan. // FTP. 2011. Vol. 45. No. 8. S. 1932-1934 (in Russian).
- [3] Yu.D. Decks. The method of potential of zero radius in atomic physics / Yu.D. Dekov, V.N. Ostrovsky // L., 1975. 240 s. (In Russian).
- [4] E.P. Sinyavsky. The influence of the transverse electric field on the mobility in nanowires / E.P. Sinyavsky, S.A. Karapetyan // FTP. 2012. Vol. 46. No. 8. S. 1033-1034 (in Russian).