УДК 519.246.2 DOI: 10.31114/2078-7707-2020-4-108-111

О выделении трендов в задачах прогнозирования деградации радиоэлектронных систем в условиях рандомизированных наблюдений

Ф.Ф. Идрисов, А.А. Квасников

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, г. Томск,
farit.idrisov@mail.ru

***Аннотация* — В работе излагаются модели и алгоритмы прогнозирования процессов деградации радиоэлектронных систем в условиях природных и преднамеренных воздействий.**

***Ключевые слова* — деградация, внешние воздействия, радиоэлектронные системы, рандомизированные процессы.**

I. Введение

Остросюжетные повороты международных отношений и предпринимаемые Россией меры по соблюдению своих национальных интересов выдвигают более высокие требования по обеспечению надеждой работы радиоэлектронных систем (РЭС), и в первую очередь в условиях боевых столкновений. Очень важной частью данной проблемы является разработка моделей и алгоритмов прогнозирования наиболее критичных параметров, обеспечивающих эффективность РЭС на должном уровне (особенно в условиях мощного преднамеренного электромагнитного противодействия).

Как показывает практика, традиционный подход к разработке РЭС не всегда позволяет достичь требуемых результатов (например, в случае самолетов технологии «СТЕЛС», массированных атак тяжелых беспилотников и др.). Необходим тщательный анализ допущений о наблюдаемых внешних и внутренних процессах, обеспечивающих готовность РЭС и их элементов к выполнению своих задач.

Деградация РЭС наступает в результате естественного старения, либо интенсивного износа в процессе эксплуатации в суровых климатических условиях (например, в пустынях Ближнего Востока или в условиях Арктики), а также импульсных воздействий ударного типа.

Предполагаемая на практике эквидистантность наблюдений может в значительной степени искажать возможности моделей, используемых в задачах прогнозирования. Фактически РЭС работают со случайными процессами, наблюдаемыми в случайные моменты времени, когда даже число одномоментных наблюдений может быть случайным. Назовем такие процессы рандомизированными [1] и рассмотрим их на некоторых примерах.

В телеметрических спутниковых системах нередко встраиваются две схемы: по одной из них получение информации о состоянии спутника осуществляется в определенные промежутки времени, тогда как вторая схема включается в тех случаях, когда в космическом аппарате случается какое-то «событие» (например, срабатывание датчика или отключение какой-то подсистемы). Более того, имеется группа важнейших параметров, за которыми осуществляется непрерывное слежение, и как только хотя бы один из этих параметров принимает пограничное значение, начинается непрерывное отслеживание остальных параметров. Такие события строго говоря не являются эквидистантными, а сами моменты измерений, как правило, образуют пуассоновский поток событий. Причин для появления таких процессов достаточно много. В космонавтике, в частности, можно указать случайные изменения интервалов времени апогея и перигея траектории орбитального аппарата, интервалов «вскипания» солнечной плазмы и др. Еще один классический случай – это широко известный эффект дрожания моментов измерения параметров системы (jitting), порождающий пуассоновский поток случайных событий [2].

Особенно часто рандомизированность интервалов наблюдений встречается в медицине, в банковской и страховой индустрии. Их рассмотрение выходит за рамки нашей задачи.

II. Базовые элементы моделей прогнозирования

Конструирование моделей опирается на технику вычисления средних от статистик различного вида, в зависимости от задачи, таких как:

а) $$\sum_{i=1}^{N} f(t_i)$$

б) $$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} f(t_i, t_j)$$

в) $$\frac{1}{\lambda T}\sum_{i=1}^{N} f(t_i) \text{ и т.д.}$$

Здесь f – некоторая наблюдаемая функция, t_i и t_j – моменты наблюдения, T – интервал наблюдения, λ – интенсивность наблюдений.

Нами подробно исследованы свойства этих статистик, т.е. доказаны теоремы, устанавливающие достаточные условия сходимости статистик в среднеквадратичном смысле, почти наверное и их асимптотической нормальности при $\lambda \to \infty$, когда t_i образуют пуассоновский поток событий постоянной интенсивности.

Основные усилия в работе были направлены на получение оценок параметров трендов вида

$$x_i = x(t_i) = \sum_{k=1}^{S} \theta_k \varphi_k(t_i) + n_i,$$

где моменты измерений t_i представляют собой пуассоновский поток событий.

В основном исследованы упрощенные оценки $\hat{\theta}_k$ параметров θ_k, полученные на основе линейных комбинаций новых статистик вида

$$\frac{1}{\lambda T}\sum_{i=1}^{N}\varphi(t_i)x_i, \frac{1}{\lambda T}\sum_{i=1}^{N}\varphi(\tau_i)x_i, \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\varphi(T\frac{i}{N})x_i$$

соответственно для случаев, когда моменты t_i известны точно; когда известны $\tau_i = t_i + \xi_i$, где ξ_i ошибки измерений t_i; известен лишь порядок осуществления измерений, а сами моменты измерений t_i неизвестны. Здесь N – число наблюдений процесса $x(t)$ на интервале наблюдений T.

III. Алгоритмы конструирования прогнозирующих моделей рандомизированных процессов

Представим в сжатой форме алгоритмы выделения трендов для рандомизированных процессов лишь для случая, когда моменты t_i известны точно. Все другие варианты не приводятся, хотя они решены и исследованы в стандартном объеме.

Итак, пусть имеется некоторый интересующий нас процесс $x(t)$, значения которого измеряются в некоторые случайные моменты времени t_i. Будем считать, что на интервале наблюдения $[0,T]$ измеренные значения $x_i = x(t_i)$ могут быть представлены в виде

$$x_i = x(t_i) = \sum_{k=1}^{S} \theta_k \varphi_k(t_i) + n_i \tag{1}$$

где $\varphi_k(t)$ известные функции от времени, θ_k неизвестные коэффициенты (параметры), а n_i – случайные добавки.

Оценки параметров тренда $\hat{\theta}_k$ находятся из условия:

$$R = \sum_{i=1}^{N}(x_i - \sum_{k=1}^{S}\hat{\theta}_k \varphi_k(t_i))^2 \to \min_{\hat{\theta}_k}. \tag{2}$$

Получаем систему уравнений, позволяющую получить оценку $\hat{\theta}_k$:

$$\sum_{K=1}^{S}\hat{\theta}_k\left(\sum_{k=1}^{N}\varphi_k(t_i)\varphi_l(t_i)\right) = \sum_{i=1}^{N}x_i\varphi_l(t_i). \tag{3}$$

В векторно-матричной форме уравнение (3) запишем в виде:

$$(\varphi^T\varphi)\hat{\vec{\theta}} = \varphi^T\vec{x}, \tag{4}$$

откуда для $\hat{\vec{\theta}}$ получим:

$$\hat{\vec{\theta}} = (\varphi^T\varphi)^{(-1)}\varphi^T\vec{x} \tag{5}$$

В работе доказана несмещенность оценок (5), выведена для них оценка матрицы ковариаций, позволяющая строить доверительные интервалы параметров $\vec{\theta}$.

Однако результаты имитационного моделирования показали, что для получения хороших оценок требуются выборки достаточно большого объема – порядка 100 и выше. Но тогда начинает сказываться неустойчивость вычислений, особенно при обращении матрицы $(\varphi^T\varphi)$ при $S \geq 3$.

Для этих целей в работе предложен и исследован упрощенный алгоритм оценки параметров $\vec{\theta}$, не требующий операции обращения.

В очень сжатом виде поясним суть такого подхода. Элементы матрицы $(\varphi^T\varphi)$ имеют вид:

$$\sum_{i=1}^{N}\varphi_k(t_i)\varphi_l(t_i). \tag{6}$$

Введем обозначение

$$\varphi_{kl} = \frac{1}{T}\int_0^T \varphi_k(u)\varphi_e(u)du.$$

Тогда, представляя (6) в виде

$$\sum_{i=1}^{N}\varphi_k(t_i)\varphi_l(t_i) = \lambda T \times \frac{1}{\lambda T}\sum_{i=1}^{N}\varphi_k(t_i)\varphi_l(t_i),$$

в силу сходимости почти наверное заменяем последний сомножитель на φ_{kl}. Тогда при достаточно больших объемах выборки можно приближенно считать, что

$$\begin{aligned}(\varphi^T\varphi) &= \lambda T \times \Phi, \Phi = \|\varphi_{kl}\|,\\ (\varphi^T\varphi)^{(-1)} &= \frac{1}{\lambda T}\Phi^{(-1)}\end{aligned} \tag{7}$$

и оценки $\hat{\vec{\theta}}$ параметров $\vec{\theta}$ примут вид

$$\hat{\vec{\theta}} = \Phi^{(-1)} \times \frac{1}{\lambda T}(\varphi^T \vec{x}).$$

Заметим, что Φ – числовая матрица Гильберта. Использовать полиномы степени выше 4 не рекомендуем.

В работе на примере пуассоновского потока моментов измерений проведены все необходимые выкладки (не приводимые здесь в силу ограниченного формата): несмещенность оценок, матрица ковариации ошибок и др. Доказаны все необходимые теоремы о сходимости полученных оценок. Кроме того, построены алгоритмы выделения трендов при неизвестных моментах измерений и проведено их теоретическое обоснование.

IV. Адаптивные модели оценивания трендов деградации

В данном разделе рассматривается проблема выделения трендов деградации в условиях априорной недостаточности информации об условиях работы РЭС. Для этих целей используются рекуррентные процедуры оценки сплайнов, когда не требуется оценивание параметров тренда всех сразу.

Рассмотрим эту задачу для ситуации, когда моменты наблюдений за РЭС известны точно (попутно заметим лишь, что ситуация, когда моменты наблюдений известны неточно, либо неизвестны, авторами решена, но из соображений возможности формата статьи здесь не приводится).

На произвольном отрезке времени $[rT_0,(r+1)T_0]$ для момента t_i i-го измерения результат самого измерения представлен в виде

$$x_i = x(t_i) = x_r(t_i) + n_i, \qquad (8)$$

где $x_r(t), r = \overline{0, n-1}$ тренд деградации:

$$x_r(t) = a_r + b_r \frac{t - rT_0}{T_0}, rT_0 \le t \le (r+1)T_0. \qquad (9)$$

Таким образом, на r-ом отрезке тренд деградации оцениваем в виде полинома первого порядка.

«Сшивая» получаемые значения трендов, т.е.

$$x_r((r+1)T_0) = x_{r+1}((r+1)T_0)$$

приходим к условию

$$a_r + b_r = a_{r+1}. \qquad (10)$$

Таким образом, для нас на начальных этапах деградация представляет собой кусочно-ломанную линию (сплайн первого порядка), что мы и видим нередко на экранах локаторов.

Начать процесс выделения тренда деградации РЭС – это начать процесс рекуррентного оценивания его параметров $\hat{a}_r, \hat{b}_r$, но так, чтобы значения этих оценок стыковались, т.е.

$$\hat{a}_r + \hat{b}_r = \hat{a}_{r+1} \quad . \qquad (11)$$

Попутно заметим, что достаточно оценивать лишь параметры a_r, т.к. b_r мы определяем через a_r как

$$b_r = a_{r+1} - a_r.$$

Поэтому разумнее выразить тренд деградации, используя только параметры a_r . Тогда на произвольном отрезке времени $[rT_0,(r+1)T_0]$ запишем его в виде

$$x_r(t) = a_r(r+1-\frac{t}{T_0}) + a_{r+1}(\frac{t}{T_0} - r),$$
$$rT_0 \le t \le (r+1)T_0,$$

Таким образом, если t_i попадает в интервал $[rT_0,(r+1)T_0]$, то мы имеем

$$x_i = x(t_i) = a_r(r+1-\frac{t_i}{T_0}) + a_{r+1}(\frac{t_i}{T_0} - r) + n_i, \qquad (12)$$

где $\underline{n}_i$ – независимые случайные величины с $M\{n_i\} = 0$ и $D\{n_i\} = \sigma^2$.

В сжатом виде для моментов t_i, известных точно, запишем полученный нами следующий рекуррентный алгоритм оценивания параметров тренда деградации, начиная с a_0.

Оценку $\hat{a}_0$ запишем в виде:

$$\hat{a}_0 = \frac{1}{\lambda T_0}\sum_{i \in M_0}(4 - 6\frac{t_i}{T_0})x_i.$$

Оценка $\hat{a}_r$ находится в виде индексов тех t_i, которые попадают в r-й интервал:

$$\hat{a}_r = \frac{1}{\lambda T_0}\sum_{i \in M_r}(4 - 6\frac{t_i - rT_0}{T_0})x_i.$$

Также получена и оценка ее дисперсии

$$\hat{D}\{\hat{a}_r\} = \frac{1}{(\lambda T_0)^2}\sum_{i \in M_r}(4 - 6\frac{t_i - rT_0}{T_0})x_i^2.$$

Наряду с этим в работе исследованы ситуации, когда моменты изменений параметров деградации РЭС известны неточно, либо неизвестны. Все результаты получены в замкнутой форме, доказаны все необходимые теоремы о свойствах полученных оценок.

V. Заключение

Подход, основанный на учете случайностей моментов времени, когда возникают предпосылки для деградации РЭС, позволяет более реалистично исследовать возможные условия ее работы и одна из важнейших задач данной проблемы – корректная оценка начинающихся трендов в системе.

Работа завершена в виде пакета программ, предоставляющего широкий спектр алгоритмов и сервисных возможностей.

Литература

[1] Идрисов Ф.Ф. Рандомизированные временные ряды: моногр. / Ф.Ф. Идрисов. 2-е изд., испр. и доп. – Томск: Изд-во Томск. Гос. Ун-та систем упр. и. радиоэлектроники, 2016. – 342 с.
[2] Balakrishnan A.V. On the problem of time jitter in sampling / A.V. Balakrishnan // IRE Trans. Inform. Theory. – 1962. – Vol 8. – P. 226-236.

On Identifying Trends in the Problems of Predicting the Radio Electronic Systems Degradation under Conditions of Randomized Observations

F.F. Idrisov, A.A. Kvasnikov

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk,

farit.idrisov@mail.ru

***Abstract* — The paper presents models and algorithms for predicting the processes of degradation of radio electronic systems under conditions of different impacts.**

***Keywords* — degradation, interference, radio electronic systems, randomized processes.**

References

[1] Idrisov F.F. Randomizirovannye vremennye ryady (Randomized time series): monogr. / F.F. Idrisov. 2-e izd., ispr. i dop. – Tomsk: Izd-vo Tomsk. Gos. Un-ta sistem upr. i. radioelektroniki, 2016. – 342 p. (in Russian)
[2] Balakrishnan A.V. On the problem of time jitter in sampling / A.V. Balakrishnan // IRE Trans. Inform. Theory. – 1962. – Vol 8. – P. 226-236.