

# Генерация компактных моделей для систем с распределенными параметрами

М.М. Гурарий

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН (ИППМ РАН), г. Москва  
gourary@yandex.ru

**Аннотация** — В статье предлагается новый метод построения динамического представления компактных моделей компонентов интегральных схем. Переход от полной модели дифференциальных уравнений в частных производных к компактной модели обыкновенных дифференциальных уравнений реализуется с помощью метода возмущений на основе предположения о достаточно медленном изменении напряжений на выводах. Подробно рассмотрен случай описания компонента дифференциальным уравнением в частных производных параболического типа. На примере построения модели резистора с равномерно распределенной емкостью показано преимущество предложенного подхода по сравнению с использованием зарядовой модели емкости.

**Ключевые слова** — схемотехническое моделирование, компактные модели, приборно-технологическое моделирование, зарядовая модель, метод возмущений.

## I. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время анализ и проектирование интегральных схем (ИС) основано на широком применении универсальных процедур схемотехнического моделирования [1-3]. Развитие этих процедур непрерывно продолжается за счет разработки алгоритмов для решения новых проблем, возникающих при проектировании как цифровых [4-6], так и аналоговых и радиотехнических [7-8] ИС.

Процедуры схемотехнического моделирования позволяют получить электрические характеристики схемы через физические параметры полупроводникового материала. Моделирование реализуется через решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ), формирование которых осуществляется с помощью математических моделей компонентов схемы, в первую очередь биполярных и полевых транзисторов [9,10].

Полные модели компонентов представляются дифференциальными уравнениями в частных производных, которые используются в задачах приборно-технологического моделирования [11,12], но они являются слишком сложными и трудоемкими для задач моделирования электрических цепей. Для схемных симуляторов требуются более простые компактные модели, имеющие вид СОДУ и обеспечивающие получение статических

вольт-амперных характеристик выводов компонентов и вольт-фарадных характеристик емкостей [13-16]. При построении таких моделей используются допущения о делении компонента на области, характеризуемые средними величинами зарядов и потенциалов [17-19]. При этом широко применяется зарядовая модель емкости (Charge-Based Capacitance Model), основанная на представлении скорости изменения заряда через токи внешних выводов компонента [20-23]. Однако, этот общий принцип требуется дополнить информацией о распределении токов выводов между зарядами компонента, для чего необходим анализ особенностей каждого конкретного случая.

В данной работе предлагается общий формализованный математический метод получения представления емкостей в модели произвольного компонента. Он использует предположение о малой разнице между решениями уравнения в статике и динамике. Для реализации этого принципа применяется метод возмущений, который основан на представлении рассматриваемой задачи как малого отклонения от близкой, но более простой задачи с известным решением. В данном случае задачи в динамике, в качестве близкой задачи берется статический режим работы прибора, а малость отклонения обеспечивается предположением о достаточно медленном изменении граничных условий (напряжений на выводах компонента). Аналогичный подход рассматривался ранее в рамках задачи редуцирования линейных подсхем [24, 25].

Статья организована следующим образом.

В разделе II представлена формулировка метода возмущений на основе принципа медленного сигнала. Выражения для оценки емкостей полученные линеаризацией системы даны в разделе III. Раздел IV посвящен подробному рассмотрению одномерного случая. Результаты тестирования на примере построения модели резистора с равномерно распределенной емкостью приведены в разделе V.

## II. ПРИНЦИП МЕДЛЕННОГО СИГНАЛА

В достаточно общем виде компонент ИС может быть описан следующим образом. Имеется область полупроводника с  $m+1$  внешним выводом. На  $t$  выводах заданы меняющиеся во времени напряжения

$U_i(t)$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ), а один из выводов заземлен ( $U_0=0$ ). Состояние полупроводника описывается вектор-функцией  $v(X,t)$  от времени  $t$  и пространственных координат  $X=(x,y,z)$ . Предполагается, что эта функция удовлетворяет дифференциальному уравнению в частных производных вида

$$Tv = \frac{\partial v}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $T$  — дифференциальный оператор, определяемый частными производными по пространственным координатам, не зависящий от времени. Для решения  $v(X, t)$  задаются следующие граничные условия:

1. На границе с металлическим контактом  $i$ -го вывода значения  $v$  одинаковы во всех точках границ и определяются известной функцией от напряжения на соответствующем выводе:

$$v_i(X, t) = f_i(U_i(t)). \quad (2)$$

2. На свободной поверхности полупроводника известна связь между значением функции  $v$  и ее производной по нормали к поверхности ( $\partial v / \partial v_n$ ):

$$\varphi_i \left( X, v, \frac{\partial v}{\partial v_n} \right) = 0. \quad (3)$$

Предполагается, что плотность тока в точках поверхности контакта  $i$ -го вывода определяется как:

$$j_i(X, t) = \psi_i \left( X, v_i, \frac{\partial v}{\partial t} \right). \quad (4)$$

Ток, протекающий через вывод, определяется путем интегрирования (4) по всей поверхности  $S_i$   $i$ -го контакта

$$I_i = \int_{X \in S_i} \psi_i \left( X, v_i, \frac{\partial v_i}{\partial t} \right) dS. \quad (5)$$

Будем искать решение уравнения (1) в виде:

$$v(X, t) = v_0(X, U(t)) + \tilde{v}(X, t), \quad (6)$$

где  $v_0(X, U(t))$  - решение уравнения в статике:

$$Tv_0(X, U(t)) = 0 \quad (7)$$

с граничными условиями (2), (3), соответствующими вектору напряжений  $U(t) = U_1(t), U_2(t), \dots, U_m(t)$  на выводах прибора (время здесь является параметром). Статические токи выводов определяется выражениями (3), (4) при  $\partial v / \partial t = 0$ .

Подставив выражение (6) в уравнение (1), получим:

$$T \left( v_0(X, U(t)) + \tilde{v}(X, t) \right) = \frac{\partial v_0}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t}. \quad (8)$$

Основное предположение данного метода состоит в том, что решение меняется во времени достаточно медленно и величиной  $\partial \tilde{v} / \partial t$  в правой части (8) можно пренебречь, предполагая исходя из

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} \ll \frac{\partial v_0}{\partial t}, \text{ откуда } \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} \approx 0. \quad (9)$$

Тогда уравнение (8) после записи  $\partial v_0 / \partial t$  как производной от функции  $v_0(X, U(t))$  примет вид:

$$T \left( v_0(X, U(t)) + \tilde{v}(X, t) \right) = \sum_{i=1}^m \frac{\partial v_0}{\partial U_i} \frac{dU_i}{dt}. \quad (10)$$

Граничные условия для решения  $\tilde{v}$  можно получить, подставив (6) в (2) и (3):

$$\tilde{v}_i(X, t) = 0, \quad (11)$$

$$\varphi \left( X, v_0 + \tilde{v}, \frac{\partial v_0}{\partial X} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial X} \right) = 0. \quad (12)$$

Рассматривая в уравнении (10) с граничными условиями (11), (12) векторы  $U(t), dU/dt$  как параметры, запишем решение (10) как:

$$\tilde{v}(X, t) = \tilde{V}(X, U(t), dU(t)/dt). \quad (13)$$

Подставив найденное решение в выражение для тока (5) и выполнив интегрирование, найдем токи через выводы как функции напряжений и их производных по времени:

$$I_i = I_i(U, dU/dt). \quad (14)$$

Полученное выражение (14) представляет динамическую модель рассматриваемого прибора.

Таким образом, метод возмущений приводит к построению модели компонента, которая записывается в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений относительно напряжений на его выводах.

### III. МАЛОСИГНАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ

Решение данной задачи может быть облегчено, если предположить, что отклонение  $\tilde{v}(X, t)$  от статического решения достаточно мало, чтобы линеаризовать уравнение (10), граничные условия (11), (12) и выражение для тока (5) относительно функции  $\tilde{v}$  и ее пространственных производных, (считая их также достаточно малыми). Тогда для функции  $\tilde{v}$  будет получено линейное уравнение

$$T' \left( v_0(X, U(t)) \right) \cdot \tilde{v}(X, t) = \sum_{i=1}^m \frac{\partial v_0}{\partial U_i} \frac{dU_i}{dt}. \quad (15)$$

с однородными линейными граничными условиями относительно  $\tilde{v}$ ,  $\partial \tilde{v} / \partial X$ , представленными выражением (11) и линеаризованным выражением (12)

$$\varphi'_v(X, v_0, v'_0) \tilde{v} + \varphi'_v(X, v_0, v'_0) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial X} = 0. \quad (16)$$

В этом случае решение будет линейно зависеть от вектора  $dU/dt$ , и результат его подстановки в линеаризованное выражение (5) и выражение (14) запишется в виде статического компонента, между выводами которого включены емкости, отражающие его динамические характеристики:

$$I_i = I_{0i}(U) + \sum_{j=1}^m C_{ij}(U) \frac{dU_j}{dt}, \quad (17)$$

Здесь  $I_{0i}(U)$  статический ток  $i$ -го вывода при заданных напряжениях  $U$  а элементы матрицы

емкостей  $C_{ij}$  получаются в результате решения уравнения (16) с граничными условиями (11), (16).

Важным достоинством метода возмущений с линеаризацией является то, что он позволяет сформировать динамическую модель компонента и в том случае, когда статическая модель получена приближенным методом и выражение (7) для найденного  $v_0$  имеет некоторую невязку. Эта невязка никак не препятствует получению решения системы (15), (11), (16).

Естественно, возникает вопрос о точности полученной модели. Ответ на него зависит от вида оператора  $T$  (см. (1)) и частотного диапазона работы прибора. В частности, для случая линейной системы (1)-(5) можно доказать, что частотные характеристики прибора, полученные на основе данной модели, совпадают с истинными при разложении их в ряд по степеням  $\omega$  с точностью до членов первого порядка (то же самое относится и к характеристикам в Лапласовской форме).

Модели компонентов ИС, представленные в виде (14) или (17), удобны для использования в рамках схемных симуляторов, так как при расчете переходных процессов схема описывается системой дифференциальных уравнений сравнительно невысокого порядка (равного числу узлов в схеме). Кроме того, единая форма записи моделей всех компонентов ((14) или (17)) упрощает составление процедур моделирования переходных процессов в ИС.

#### IV. ОДНОМЕРНОЕ УРАВНЕНИЕ

Представляет интерес рассмотреть подробнее часто встречающийся на практике случай, когда компонент ИС представляет собой прибор, поведение которого описывается одномерным уравнением второго порядка на интервале  $[x_1, x_2]$ . При этом формулы (1), (2), (4) можно записать в виде:

$$F(x, v, v', v'') = \frac{\partial v}{\partial t}, \quad (18)$$

$$v(x_1) = f_1(U_1), v(x_2, t) = f_2(U_2(t)), \quad (19)$$

$$I_1 = \psi_1 \left( x_1, v(x_1, t), \frac{\partial v(x_1, t)}{\partial t} \right), \quad (20)$$

$$I_2 = \psi_2 \left( x_2, v(x_2, t), \frac{\partial v(x_2, t)}{\partial t} \right).$$

Здесь штрих означает дифференцирование по  $x$ .

В соответствии с изложенной выше методикой находим сначала статическое решение  $v_0(x)$ , удовлетворяющее уравнению

$$F(x, v_0, v_0', v_0'') = 0. \quad (21)$$

Используя выражение (12) для случая (16), получим после линеаризации по  $\tilde{v}(X, t)$ :

$$A_1(x) \tilde{v}'' + A_2(x) \tilde{v}' + A_3(x) \tilde{v} = \frac{\partial v_0}{\partial U_1} \frac{dU_1}{dt} + \frac{\partial v_0}{\partial U_2} \frac{dU_2}{dt}, \quad (22)$$

где

$$A_1(x) = \frac{\partial F}{\partial v_0''}, A_2(x) = \frac{\partial F}{\partial v_0'}, A_3(x) = \frac{\partial F}{\partial v_0}.$$

Для упрощения записей обозначим

$$v_{01} = \frac{\partial v_0}{\partial U_1}, v_{02} = \frac{\partial v_0}{\partial U_2}.$$

Для определения  $C_{11}$  и  $C_{21}$  (15) необходимо решить уравнение (20) при  $dU_1/dt=1, dU_2/dt=0$ , т. е. уравнение

$$A_1(x) \tilde{v}'' + A_2(x) \tilde{v}' + A_3(x) \tilde{v} = v_{01} \quad (23)$$

с граничными условиями

$$\tilde{v}(x_1) = \tilde{v}(x_2) = 0. \quad (24)$$

После подстановки выражения (6) в формулы (18) и линеаризации функции (11) токи через выводы запишутся в виде

$$I_1 = I_{01}(U) + D_1 \tilde{v}(x_1), I_2 = I_{02}(U) + D_2 \tilde{v}(x_2), \quad (25)$$

где  $D_1 = \frac{\partial \psi_1}{\partial v_0}, D_2 = \frac{\partial \psi_2}{\partial v_0}$ .

Сравнивая выражения (23) и (15), находим

$$C_{11} = D_1 \tilde{v}'(x_1), C_{21} = D_2 \tilde{v}'(x_2). \quad (26)$$

Уравнение (20) является неоднородным линейным дифференциальным уравнением, решение которого может быть найдено методом вариации произвольных постоянных [26], если известны линейно-независимые решения соответствующего однородного уравнения.

Таковыми решениями являются функции  $v_{01}, v_{02}$ . В этом можно убедиться, продифференцировав уравнение (19) по  $U_1$  и  $U_2$ . Линейная независимость решений следует из того, что они принимают нулевые значения в разных точках:

$$v_{01}(x_1) = v_{02}(x_2) = 0. \quad (27)$$

Применив метод вариации произвольных постоянных (учитывая при этом соотношения (22) и (25)), получим решение уравнения (21). Подставив его в формулы (23), найдем выражения для  $C_{11}, C_{21}$ . Опуская все промежуточные преобразования, приведем окончательный результат:

$$C_{11} = D_1 v'_{02}(x_1) \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A_1 \left( \frac{v_{02}}{v_{01}} \right)'}, \quad (28)$$

$$C_{21} = D_2 v'_{01}(x_2) \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A_1 \left( \ln \frac{v_{02}}{v_{01}} \right)'}$$

Выражения для  $C_{12}$  и  $C_{22}$  получаются из этих формул при перестановке индексов 1 и 2.

## V. ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ

В качестве простейшего примера рассмотрим диффузионный резистор, распределение потенциала в котором описывается уравнением [27]

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = r(x)c(x) \frac{\partial v}{\partial t} \quad (29)$$

с граничными условиями  $v(x_1) = U_1, v(x_2) = U_2$ .

Здесь  $r(x), c(x)$ —сопротивление и емкость на единицу длины резистора;  $U_1, U_2$  — напряжения на выводах резистора относительно подложки.

Токи через выводы определяются по формулам:  $I_1 = -v'(x_1)/r, I_2 = v'(x_2)/r$ . Разные знаки в этих выражениях объясняются тем, что за положительное направление тока выбрано направление от вывода к резистору. Решение уравнения (27) для статического режима при постоянных  $r, c$  имеет вид:

$$v_0(x, U_1, U_2) = \frac{(x_2 - x)U_1 + (x - x_1)U_2}{x_2 - x_1} \quad (30)$$

Продифференцировав эту функцию по  $U_1, U_2, x_1$  и подставив полученные выражения в (26), найдем:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{1}{l^2} \int_{x_1}^{x_2} c(v_0(x))(x_2 - x)^2 dx, \\ C_{22} &= \frac{1}{l^2} \int_{x_1}^{x_2} c(v_0(x))(x - x_1)^2 dx \\ C_{21} = C_{12} &= \frac{1}{l^2} \int_{x_1}^{x_2} v_0(x)(v_0(x_2 - x)(x - x_1)) dx, \end{aligned} \quad (31)$$

где  $l = x_2 - x_1$ —длина резистора.

Если пренебречь зависимостью емкости от напряжения, то, произведя интегрирование, получим:  $C_{11} = C_{22} = cl/3, C_{11} = C_{22} = cl/6$ . Тогда уравнения (15) примут вид:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U_1 - U_2}{R} + \frac{C}{3} \frac{dU_1}{dt} + \frac{C}{6} \frac{dU_2}{dt}, \\ I_2 &= \frac{U_2 - U_1}{R} + \frac{C}{3} \frac{dU_2}{dt} + \frac{C}{6} \frac{dU_1}{dt}, \end{aligned} \quad (32)$$

где  $R = rl, C = cl$ —полные сопротивление и емкость резистора.

На рис. 1а представлена эквивалентная схема резистора, построенная в соответствии с уравнениями (30). Она отличается от эквивалентной схемы, полученной методом заряда (рис. 1б), наличием отрицательной проходной емкости, равной  $C/6$ .

В некоторых случаях отрицательная емкость может приводить к неустойчивости, и, чтобы исключить такой случай, сохраняя порядок точности, можно заменить RC-цепочку с емкостью  $-C/6$  на эквивалентную по порядку точности RL-цепочку с индуктивностью  $L = CR^2/6$  (рис. 1в).

Для сравнения точности этих моделей были рассчитаны частотные характеристики входного и выходного токов резистора по эквивалентным схемам,

приведенным на рис 1, и на основе точного решения диффузионного уравнения при единичном напряжении на входе и коротком замыкании на выходе.

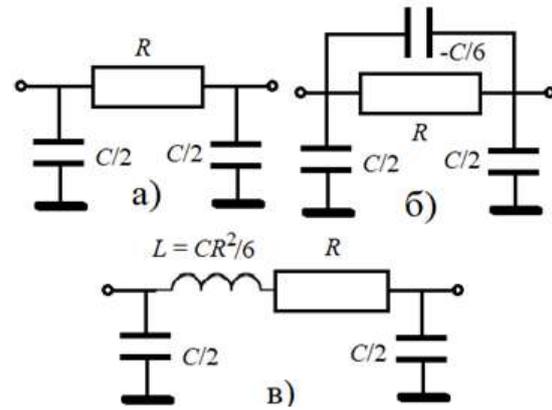


Рис. 1. Эквивалентные схемы диффузионного резистора, полученные: а) методом заряда; б) методом возмущений; в) методом возмущений с заменой RC на RL

Частотные зависимости погрешностей полученных величины относительно точного решения приведены на рис. 2. Видно, что характеристики, рассчитанные по модели метода возмущения (как с отрицательной емкостью – рис. 1б, так и с индуктивностью – рис. 1в), совпадают с истинными с точностью до членов первого порядка (наклон касательных в нулевой точке рис. 2а,б равен нулю). При использовании метода заряда (рис. 1,а) погрешность при малых частотах имеет первый порядок. Содержит справедливо лишь для коэффициента передачи тока. Следовательно, модель, полученная методом возмущений, точнее описывает поведение резистора в динамическом режиме, чем модель, полученная методом заряда. Отметим, что модели с отрицательной емкостью и с индуктивностью имеют соизмеримую точность – первая выше для входного тока, а вторая – для входного.

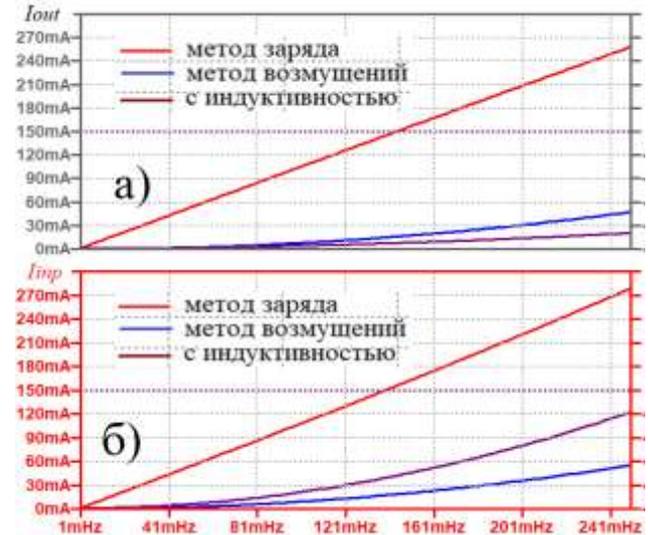
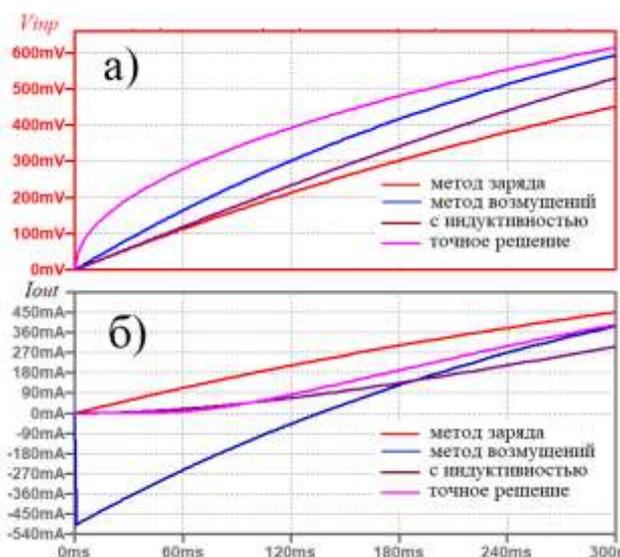


Рис. 2. Погрешность определения частотной зависимости выходного тока (а) и входного тока (б) для моделей метода заряда, метода возмущений и с заменой RC-цепочки на RL-цепочку.

Погрешность моделей в области высоких частот можно оценить по переходным характеристикам во временной области (рис. 3). Показаны как точное решение, так и результаты расчета по моделям рис.1. На вход схем подавалась единичная ступенька тока при закороченном выходе. Полученные графики входного напряжения и выходного тока представлены на рис. 3а и 3б соответственно.

График точного решение для входного напряжения находится выше остальных, и ближе всего к нему подходит кривая модели рис. 1б. Но эта модель из-за отрицательной емкости очень плохо аппроксимирует точное решение в начальные моменты времени (рис. 3а). Модель с индуктивностью (рис. 1в) в выглядит наиболее предпочтительной по совокупности характеристик.



**Рис. 3. Переходные характеристики во временной области входного напряжения (а) и выходного тока (б) для точного решения и моделей рис. 1**

Учет зависимости удельной емкости резистора от напряжения не представляет принципиальных трудностей. Так, например, воспользовавшись известным выражением  $c(v) = c_0 / (1 + \alpha v)^\beta$ , и, подставив в него функцию  $v_0(x, U_1, U_2)$  согласно формуле (28), можно вычислить интегралы (29) и получить выражения для элементов матрицы емкостей  $C_{ij}$ , которые в этом случае будут зависеть от внешних напряжений.

## VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложен общий метод построения динамических моделей компонентов ИС, основанный на приближенном решении дифференциальных уравнений в частных производных методом возмущений.

2. Модель компонента, полученная таким методом, представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно напряжений на выводах прибора, что позволяет

получать динамическую модель схемы в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений сравнительно невысокого порядка.

3. В случае линейного режима работы прибора частотные характеристики полученной модели совпадают с частотными характеристиками исходной системы с точностью первого порядка.

4. Получены общие выражения для параметров модели в случае, когда физические процессы в приборе описываются одномерным дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Баталов Б.В., Егоров Ю.Б., Русаков С.Г. Основы математического моделирования больших интегральных схем на ЭВМ. М.: Радио и связь, 1982.
- [2] Русаков С.Г. Моделирование нелинейных радиочастотных схем в системах автоматизации схемотехнического проектирования // Автоматизация проектирования. 1997. - Вып. 2.
- [3] Глебов А.Л., Гурарий М.М., Жаров М.М., Егоров Ю.Б., Русаков С.Г., Стемповский А.Л., Ульянов С.Л. Актуальные проблемы моделирования в системах автоматизации схемотехнического проектирования / под редакцией чл.-корр. РАН А.Л.Стемповского. Академиздатцентр "Наука" РАН, 2003 г., 430 с.
- [4] Stempkovsky A.L., Telpuhov Dmitriy, Nadolenko V.V. Fast and Accurate Back Propagation Method for Reliability Evaluation of Logic Circuits // IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus). Saint Petersburg Electrotechn Univ LETI, RUSSIA, JAN 29-FEB 01, 2018. С. 1424-1429. doi:10.1109/EIConRus.2018.8317364.
- [5] Ivannikov A.D., Pozdneeov B. Digital Systems Functions Set Defining for Selecting Design Debugging Tests // IEEE 2019 International Russian Automation Conference. 8-14 Sept. 2019. Sochi, Russia. doi: 10.1109/RUSAUTOCON.2019.8867690.
- [6] Nadezhin D., Gavrilov S., Glebov A., et al., SOI transistor model for fast transient simulation // ICCAD-2003. International Conference on Computer Aided Design (IEEE Cat. No.03CH37486), San Jose, CA, USA, 2003, pp. 120-127, doi: 10.1109/ICCAD.2003.159680.
- [7] Gourary M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L., Zharov M.M., Mulvaney B. J. and Gullapalli K. K., Smoothed form of nonlinear phase macromodel for oscillators // 2008 IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design, San Jose, CA, USA, 2008, pp. 807-814, doi: 10.1109/ICCAD.2008.4681669
- [8] Gourary M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L., Zharov M.M., Mulvaney B. J. and Gullapalli K. K., New numerical technique for cyclostationary noise analysis of oscillators // 2007 European Microwave Conference, Munich, Germany, 2007, pp. 1173-1176, doi: 10.1109/EUMC.2007.4405408.
- [9] Антипенский Р.В. Фадин А.Г. Схемотехническое проектирование и моделирование радиоэлектронных устройств. М.: Техносфера 2007, 128с.
- [10] Гурарий М.М., Жаров М.М., Русаков С.Г., Ульянов С.Л. Адаптивный алгоритм анализа схем с колебательными режимами // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2020. Вып. 3. С. 28-34. doi:10.31114/2078-7707-2020-3-28-34

- [11] Maiti C. *Introducing Technology Computer-Aided Design (TCAD)*. New York: Jenny Stanford Publishing, 2017.-438pp. doi: 10.1201/9781315364506
- [12] Petrosyants K.O., Popov D.A., Ismail-zade M.R., Sambursky L.M., Bo Li, Wang Y.C. *TCAD and SPICE Models for Account of Radiation Effects in Nanoscale MOSFET Structures* // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем (МЭС). 2020. Вып. 4. С. 2-8. doi:10.31114/2078-7707-2020-4-2-8
- [13] Saha S.K. *Compact Models for Integrated Circuit Design (Open Access): Conventional Transistors and Beyond*. CRC Press, 2018. 545 pp. doi: 10.1201/b19117
- [14] Денисенко В.В. Компактные модели МОП-транзисторов для SPICE в микро- и нанoeлектронике. М.: Физматлит. 2010. – 408 с.
- [15] Чаплыгин Ю.А., Крупкина Т.Ю., Королев М.А., Красюков А.Ю., Артамонова Е.А. Сравнительный анализ двухзатворных беспереходного и традиционного МОП-транзисторов средствами TCAD // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем (МЭС). 2018. Вып. 3. С. 87-92. doi:10.31114/2078-7707-2018-3-87-92
- [16] Хафизов Р.З., Павлюк М.И., Тимофеев А.Е. Численное моделирование характеристик элемента Холла на основе МДП-транзистора со встроенным каналом // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем (МЭС). 2018. Вып. 3. С. 82-86. doi:10.31114/2078-7707-2018-3-82-86
- [17] Schroter M., Chakravorty A., *Compact Hierarchical Bipolar Transistor Modeling with Hicup*. World Scientific, 2010, 752 pp. doi: 10.1142/7257
- [18] Enz C.C., Vittoz E.A. *Charge-Based MOS Transistor Modeling: The EKV Model for Low-Power and RF IC Design*. John Wiley & Sons, 2006. - 328 pp. doi: 10.1002/0470855460
- [19] Liu F., et. al, A charge-based compact model for predicting the current-voltage and capacitance-voltage characteristics of heavily doped cylindrical surrounding-gate MOSFETs // *Solid-State Electronics*, vol. 53, pp. 49-53 (2009). doi: 10.1016/j.sse.2008.09.016
- [20] Ward D. and Dutton R., A charge-oriented model for MOS transistor capacitances // *IEEE J. Solid State Circuits*, vol. SSC-13, no. 5, pp. 703-708, 1978.
- [21] Lu B., et al., A Charge-Based Capacitance Model for Double-Gate Tunnel FETs With Closed-Form Solution // *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 65, no. 1, pp. 299-307, Jan. 2018. doi: 10.1109/TED.2017.2775341
- [22] Khandelwal, S., Yigletu, F. M., Iñiguez, B., & Fjeldly, T. A. (2013). A charge-based capacitance model for AlGaAs/GaAs HEMTs // *Solid-State Electronics*, 82, 38-40. doi: 10.1016/j.sse.2013.01.017
- [23] Moldovan O., et al., A Complete Charge-Based Capacitance Model for IGZO TFTs // *IEEE Electron Device Letters*, vol. 40, no. 5, pp. 730-733, (2019). doi: 10.1109/LED.2019.2905272.
- [24] Гурарий М.М., Русаков С.Г. Синтез макромоделей фрагментов БИС методом возмущений // «Микроэлектроника», АН СССР. – 1977, № 5. С. 406-409.
- [25] Гурарий М.М., Жаров М.М., Русаков С.Г., Ульянов С.Л. Методы возмущений и селективные методы в задачах редукции высокоразмерных моделей // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем - 2008. Сборник научных трудов / под общ. ред. А.Л.Стемпковского. М.:ИППМ РАН, 2008. С. 86-91..
- [26] Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 208 с. — ISBN 978-5-9221-1144-7..
- [27] Анализ и расчет интегральных схем, / под ред. Д. Линна, Ч. Мейера, Д. Гамильтона. Изд-во «Мир», 1969. ч. 1. 370 стр.

## Compact model generation for distributed parameter systems

M.M. Gourary

Institute for Design Problems in Microelectronics of Russian Academy of Sciences,  
gourary@yandex.ru

**Abstract** — The paper proposes a general method for constructing dynamic models of IC components, based on the approximate solution of partial differential equations by the perturbation method.

The method uses a formalized mathematical approach to obtain a representation of capacities in an arbitrary component model. The approach is based on representing the dynamic problem as a small deviation from the static operating mode of the device. The smallness of the deviation is ensured by the assumption of a sufficiently slow varying in the boundary conditions (voltages at the component terminals). This makes it possible to apply the linearization of the solution by the time derivatives of the terminals voltages to obtain an approximate solution.

The component model obtained by this method is defined by expressions representing currents at the device terminals as nonlinear functions of the voltages supplemented by linear

dependences of the voltages time derivatives (that are equivalent to nonlinear capacitances). Resulting dynamic model of the circuit has the form of a system of ordinary differential equations of a relatively low order.

In the case of a linear operating mode of the device, the frequency characteristics of the resulting model coincide with the frequency characteristics of the original system with a first-order accuracy.

General expressions are obtained for the representation of the model in the case when the device is described by a one-dimensional second-order partial differential equation.

**Keywords** —circuit simulation, compact models, technology computer-aided design, charge-based capacitance model, perturbation method.

## REFERENCES

- [1] Batalov B.V., Egorov YU.B., Rusakov S.G. Osnovy matematicheskogo modelirovaniya bol'shikh integral'nykh skhem na EVM (Fundamentals of mathematical modeling of large-scale integrated circuits on a computer). - M.: Radio i svyaz', 1982.
- [2] Rusakov S.G. Modelirovanie nelinejnykh radiochastotnykh skhem v sistemah avtomatizacii skhemotekhnicheskogo proektirovaniya (Simulation of nonlinear radio frequency circuits in automation systems for circuit design.) // Avtomatizaciya proektirovaniya. - 1997. - Vyp. 2.
- [3] Glebov A.L., Gurarij M.M., Zharov M.M., Egorov YU.B., Rusakov S.G., Stempkovskij A.L., Ulyanov S.L. Aktual'nye problemy modelirovaniya v sistemah avtomatizacii skhemotekhnicheskogo proektirovaniya (Actual problems of modeling in automation systems of circuit design) / pod redakciej chl.-korr. RAN A.L.Stempkovskogo. Akademizdatcentr "Nauka" RAN, 2003, 430 P.
- [4] Stempkovskij A.L., Telpuhov Dmitriy, Nadolenko V.V. Fast and Accurate Back Propagation Method for Reliability Evaluation of Logic Circuits // IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus). Saint Petersburg Electrotechn Univ LETI, RUSSIA, JAN 29-FEB 01, 2018. C. 1424-1429. doi:10.1109/EIConRus.2018.8317364.
- [5] Ivannikov A.D., Pozdneev B. Digital Systems Functions Set Defining for Selecting Design Debugging Tests // IEEE 2019 International Russian Automation Conference. 8-14 Sept. 2019. Sochi, Russia. doi: 10.1109/RUSAUTOCON.2019.8867690.
- [6] Nadezhin D., Gavrilov S., Glebov A., et al., SOI transistor model for fast transient simulation // ICCAD-2003. International Conference on Computer Aided Design (IEEE Cat. No.03CH37486), San Jose, CA, USA, 2003, pp. 120-127, doi: 10.1109/ICCAD.2003.159680.
- [7] Gourary M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L., Zharov M.M., Mulvaney B. J. and Gullapalli K. K., Smoothed form of nonlinear phase macromodel for oscillators // 2008 IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design, San Jose, CA, USA, 2008, pp. 807-814, doi: 10.1109/ICCAD.2008.4681669
- [8] Gourary M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L., Zharov M.M., Mulvaney B. J. and Gullapalli K. K., New numerical technique for cyclostationary noise analysis of oscillators // 2007 European Microwave Conference, Munich, Germany, 2007, pp. 1173-1176, doi: 10.1109/EUMC.2007.4405408.
- [9] Antipenskij R.V. Fadin A.G. Skhemotekhnicheskoe proektirovanie i modelirovanie radioelektronnykh ustrojstv (Schematic design and simulating of electronic devices). M.: Tekhnosfera 2007, 128 P.
- [10] Gourary M.M., Zharov M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L. The adaptive algorithm for the analysis of oscillatory circuits // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development. 2020. Issue 3. P. 28-34. doi:10.31114/2078-7707-2020-3-28-34
- [11] Maiti C. Introducing Technology Computer-Aided Design (TCAD). New York: Jenny Stanford Publishing, 2017.- 438pp. doi:10.1201/9781315364506
- [12] Petrosyants K.O., Popov D.A., Ismail-zade M.R., Sambursky L.M., Bo Li, Wang Y.C. TCAD and SPICE Models for Account of Radiation Effects in Nanoscale MOSFET Structures // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development. 2020. Issue 4. P. 2-8. doi:10.31114/2078-7707-2020-4-2-8
- [13] Saha S.K. Compact Models for Integrated Circuit Design (Open Access): Conventional Transistors and Beyond. CRC Press, 2018. 545 pp. doi: 10.1201/b19117
- [14] Denisenko V.V. Kompaktnye modeli MOP-tranzistorov dlya SPICE v mikro- i nanoelektronike. (Compact MOSFET models for SPICE in micro-and nanoelectronics) M.: Fizmatlit. 2010. – 408P.
- [15] Chaplygin Yu.A., Krupkina T.Yu., Korolev M.A., Krasukov A.Yu., Artamonova Ye.A. Comparison of Double-gate Junctionless and Traditional MOSFETs by Means of TCAD // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2018. Issue 3. P. 87-92. doi:10.31114/2078-7707-2018-3-87-92
- [16] Khafizov R.Z., Pavlyuk M.I., Timofeev A.E. Numerical Simulation of N-well MOSFET Hall Element // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development. 2018. Issue 3. P. 82-86. doi:10.31114/2078-7707-2018-3-82-86
- [17] Schroter M., Chakravorty A., Compact Hierarchical Bipolar Transistor Modeling with Hicup. World Scientific, 2010, 752 pp. doi: 10.1142/7257
- [18] Enz C.C., Vittoz E.A. Charge-Based MOS Transistor Modeling: The EKV Model for Low-Power and RF IC Design. John Wiley & Sons, 2006. - 328 pp. doi: 10.1002/0470855460
- [19] Liu F., et. al, A charge-based compact model for predicting the current-voltage and capacitance-voltage characteristics of heavily doped cylindrical surrounding-gate MOSFETs // Solid-State Electronics, vol. 53, pp. 49-53 (2009). doi: 10.1016/j.sse.2008.09.016
- [20] Ward D. and Dutton R., A charge-oriented model for MOS transistor capacitances // IEEE J. Solid State Circuits, vol. SSC-13, no. 5, pp. 703-708, 1978.
- [21] Lu B., et al., A Charge-Based Capacitance Model for Double-Gate Tunnel FETs With Closed-Form Solution // IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 65, no. 1, pp. 299-307, Jan. 2018. doi: 10.1109/TED.2017.2775341
- [22] Khandelwal, S., Yigletu, F. M., Iñiguez, B., & Fjeldly, T. A. (2013). A charge-based capacitance model for AlGaAs/GaAs HEMTs // Solid-State Electronics, 82, 38-40. doi: 10.1016/j.sse.2013.01.017
- [23] Moldovan O., et al., A Complete Charge-Based Capacitance Model for IGZO TFTs // IEEE Electron Device Letters, vol. 40, no. 5, pp. 730-733, (2019). doi: 10.1109/LED.2019.2905272.
- [24] Gourary M.M., Rusakov S.G. Sintez makromodelej fragmentov BIS metodom vozmushchenij (Synthesis of macromodels of LSI fragments by the perturbation method) // «Mikroelektronika», AN SSSR. – 1977, № 5. 406-409 P.
- [25] Gourary M.M., Zharov M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L. Metody vozmushchenij i selektivnye metody v zadachah redukcii vysokorazmernykh modelej (Perturbation Methods and Selective Methods in Reduction Problems for High-Dimensional Models) // Problemy razrabotki perspektivnykh mikro- i nanoelektronnykh sistem - 2008. Sbornik nauchnykh trudov / pod obshch. red. A.L.Stempkovskogo. M.:IPPM RAN, 2008, 86-91 P.
- [26] Petrovskij I. G. Lekcii po teorii obyknovennykh differencial'nykh uravnenij (Lectures on the theory of ordinary differential equations). — Moscow, Fizmatlit, 2009, 208 P., ISBN 978-5-9221-1144-7.
- [27] Lynn D.K., Meyer C.S., Hamilton, D., Analysis and Design of Integrated Circuits. McGraw-Hill. NY. 1967, 545 P.