

Разработка модели многополюсного элемента с произвольным числом полюсов для программ схемотехнического моделирования

М.М. Гурарий, С.Г. Русаков, С. Л. Ульянов

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, г. Москва

Аннотация — Рассмотрены вычислительные алгоритмы редуцирования моделей динамических систем высокой размерности и их применимость для формирования упрощенных моделей электрических цепей. В работе предлагается модель многополюсного элемента в базе модифицированного метода узловых потенциалов для ее применения в схемном симуляторе.

Ключевые слова — динамическая система, модели электрических цепей, понижение порядка моделей, методы редукции, схемотехническое моделирование, многополюсный элемент.

I. ВВЕДЕНИЕ

При проектировании высокочастотных схем с наноразмерными проектными нормами возникает ряд задач, в которых требуется моделирование схем высокого порядка. К таким задачам следует отнести, например, моделирование с учетом влияния паразитных цепей или учет процессов в межсоединениях или подложке. Учет этих особенностей приводит к математическим моделям, составляющих сотни тысяч уравнений, т. е. к системам очень высокой сложности, моделирование которых представляет значительную трудность.

В результате экстракции паразитных цепей или при моделировании линий передачи возникают многопортовые линейные цепи, содержащие соответствующие пассивные элементы. Такие цепи могут содержать миллионы резисторов, конденсаторов, индуктивностей и тысячи портов; их сложность представляет известную трудность моделирования. Поэтому для анализа схем с учетом паразитных цепей требуется их представление в виде цепей значительно меньшей размерности.

Поэтому формирование упрощенных математических моделей становится на практике важной проектной процедурой, позволяющей получать модели меньшей размерности, что обеспечивает анализ схем с учетом паразитных цепей, эффективное моделирование динамических систем высокой сложности.

Для пассивных линейных цепей упрощенная модель может быть представлена в виде системных матриц и для ее использования в составе программы схемотехнического моделирования необходимо иметь

соответствующее обеспечение (модель многополюсника).

Представление упрощенной модели в виде линейной цепи меньшей размерности (нетлист) позволяет непосредственно использовать ее при анализе схем в схемном симуляторе. Однако для получения такого представления необходимо разработать и использовать специализированные методы синтеза модели, которые переводят представление в виде системных матриц в нетлист.

В работе предлагается модель многополюсного элемента, который предназначен для моделирования редуцированных линейных цепей в виде системных матриц. Модель обеспечивает анализ схем, содержащих такие цепи, в схемном симуляторе. Приведенный подход к моделированию может быть распространен на моделирование редуцированных нелинейных цепей.

В разделе II кратко рассматриваются известные методы редукции линейных цепей. В разделе III приводится описание модели многополюсного элемента. В разделе IV показаны примеры использования модели.

II. РЕДУКЦИЯ МОДЕЛЕЙ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ

A. Динамическая система

Динамические системы, описываемые системами обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), имеют вид [1]

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x, u) \\ y &= g(x, u) \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь x – переменные состояния, u – входные переменные, y – выходные переменные.

Сложность системы характеризуется числом переменных состояния, т.е. размерностью n вектора состояния x .

Под редукцией модели понимается задача уменьшения размерности вектора внутренних переменных при сохранении отношений вход- выход, описывающих поведение системы, т.е. требуется найти динамическую систему в виде [1]

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}}{dt} &= \hat{f}(\hat{x}, u), \\ y &= \hat{g}(\hat{x}, u) \end{aligned} \quad (2)$$

где размерность вектора $\hat{x}(t)$ значительно меньше n .

В задачах автоматизации схемотехнического проектирования часто необходимым является применение методов формализованного понижения порядка высоко размерных моделей пассивных подсистем, которые представляют линейную динамическую систему.

Математическая модель стационарной линейной системы может быть задана системой дифференциально-алгебраических уравнений вида [1]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y &= \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t) \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $x(t) \in R^n$ - вектор внутренних переменных, $y(t) \in R^m$ - вектор выходных переменных, $u(t) \in R^p$ - вектор входных воздействий, $\mathbf{E} \in R^{n \times n}$, $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in R^{n \times p}$, $\mathbf{C} \in R^{m \times n}$, $\mathbf{D} \in R^{m \times p}$ - матрицы с постоянными коэффициентами.

Под редукцией модели понимается уменьшение размерности вектора внутренних переменных при сохранении отношений вход- выход, описывающих поведение системы, т.е. требуется найти динамическую систему в виде [1]

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{E}}\dot{\hat{x}}(t) &= \hat{\mathbf{A}}\hat{x}(t) + \hat{\mathbf{B}}u(t) \\ \hat{y} &= \hat{\mathbf{C}}\hat{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \end{aligned} \quad (4)$$

где размерность вектора $\hat{x}(t)$ значительно меньше n .

Для того, чтобы редукцию исходной системы считать успешной, необходимо выполнить ряд условий [1]:

- ошибка аппроксимации ($y(t) - \hat{y}(t)$) должна быть малой;
- должны быть сохранены основные свойства исходных моделей. В частности, если исходная модель является устойчивой, то и редуцированная модель должна обладать свойством устойчивости.

Кроме того, процесс редукции должен быть вычислительно эффективен.

В. Редукция модели электронной схемы

Модель электронной схемы во временной области может быть задана в зарядовой форме системой дифференциальных уравнений [2]

$$\frac{d}{dt}q(x(t)) + i(x(t)) + \mathbf{B}u(t) = 0 \quad (5)$$

Здесь $x(t)$, $i(x(t))$, $q(x(t))$ - вектор-функции напряжений в узлах схемы, узловых токов и зарядов, u - вектор входных токов.

При наличии в схеме катушек индуктивностей и источников напряжения в соответствии с модифицированным методом узловых потенциалов вектор неизвестных дополнительно к узловым напряжениям содержит токи индуктивностей $i_L(t)$ и источников $i_S(t)$: $x(t) = [v(t) \ i_L(t) \ i_S(t)]^T$.

Линейное выражение для вектора выходных переменных y

$$y = \mathbf{D}x \quad (6)$$

Выражения для редуцированной системы аналогичны (5, 6) и также содержат систему ОДУ сокращенной размерности

$$\frac{d}{dt}\hat{q}(\hat{x}(t)) + \hat{i}(\hat{x}(t)) + \hat{\mathbf{B}}u(t) = 0 \quad (7)$$

$$y = \hat{\mathbf{D}}\hat{x} \quad (8)$$

С. Редукция линейной цепи

При описании линейных цепей выходные сигналы могут измеряться в тех же узлах, в которых приложены входные воздействия. Поэтому обычно полагают $\mathbf{C} = \mathbf{B}^T$, $\mathbf{D} = 0$ и система (3) имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y &= \mathbf{B}^T x(t) \end{aligned} \quad (9)$$

Для линейных цепей $q(v(t)) = Cv(t)$, $i(v(t)) = Gv(t)$

, где G , C - матрицы узловых проводимостей и емкостей.

Тогда система уравнений модели схемы (5) имеет вид

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v(t) \\ i_L(t) \\ i_S(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G & G_L & G_S \\ G_L^T & 0 & 0 \\ G_S^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ i_L(t) \\ i_S(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_V \end{bmatrix} u(t) &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь G_L , G_S - матрицы, которые определяют узлы схемы для катушек индуктивностей и источников напряжения. Матрица G_L имеет размерность $n_v \times n_L$, где n_v , n_L - размерности векторов $v(t)$ и $i_L(t)$ с коэффициентами -1, 0, 1. Аналогично матрица G_S размерности $n_v \times n_S$, определяет узлы подключения источников напряжения.

Система уравнений (10) совпадает с (3). При этом

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = - \begin{bmatrix} G & G_L & G_S \\ G_L^T & 0 & 0 \\ G_S^T & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_V \end{bmatrix}.$$

Тогда задача редукции модели (10) заключается в определении матриц системы (10) сокращенной размерности \hat{G} , \hat{L} , \hat{C} , \hat{G}_L , \hat{G}_S . Так как матрицы G , L , C имеют особенности (симметричность, разреженность и неотрицательная определенность), то целесообразно разработать и применять специализированные методы редукции.

Применяемые методы редукции должны обеспечивать свойство устойчивости редуцированной модели. Однако, сохранение устойчивости редуцируемых моделей может оказаться недостаточным. Например, при наличии нелинейных элементов окружения устойчивая система может оказаться неустойчивой [1]. Поэтому при редукции линейных цепей должно выполняться более жесткое требование сохранения пассивности. Так как исходная линейная цепь состоит из пассивных элементов, то она является пассивной. В процессе редукции модели устойчивость и пассивность должны быть сохранены.

D. Методы редукции линейных цепей

Для решения задач редукции моделей электронных схем разработаны методы крыловских подпространств, спектральные методы, селективные методы.

Одним из методов редукции электрических цепей является AWE метод [3]. В основе метода лежит предположение, что передаточная функция цепи может быть представлена в виде аппроксимации Паде. Коэффициенты полиномов аппроксимации находятся из решения линейных систем, полученных с помощью приравнивания членов аппроксимации и разложения передаточной функции с одинаковыми степенями. Недостатком данного подхода является то, что матрицы линейных систем становятся плохо обусловленными с увеличением числа моментов и поэтому на практике метод становится неприменимым уже при числе моментов более 8 [1].

Метод редукции PVL [4] также использует Паде аппроксимацию и основан на одновременном построении ортонормированных базисов в прямом и сопряженном пространствах. Для построения биортогональной системы векторов в подпространстве Крылова используется алгоритм Ланцоша. По сравнению с методом AWE данный метод является более надежным, однако вычислительный процесс может прерываться вследствие обрыва построения биортогональной системы векторов в подпространстве Крылова в алгоритме Ланцоша [1]. Кроме того, метод не гарантирует сохранение свойства устойчивости.

Наиболее популярным методом редукции линейных цепей является метод PRIMA [5]. В методе обеспечивается совпадение моментов разложения передаточной функции и ее аппроксимации. Для получения ортогонального базиса крыловского подпространства и матриц проекции используется блочный алгоритм Арнольди. Метод обеспечивает сохранение свойства пассивности. Ограничения метода составляют потеря структуры исходных матриц и неприменимость метода для редукции пассивных

систем с несимметричными или не положительно определенными матрицами [6]. Поэтому наличие в схемах управляемых незаземленных источников и взаимных индуктивностей ограничивают применение алгоритма PRIMA.

Методы SPRIM [7], SAPOR [8] в отличие от PRIMA позволяют сохранить структуру матриц, что обеспечивает реализацию редуцированных моделей в виде эквивалентных схем. К недостаткам методов следует отнести то, что получаемый порядок редуцированной системы получается большим даже для исходных схем с очень малым количеством индуктивностей.

Среди спектральных методов, разработанных для динамических систем, можно указать методы балансной реализации. Обзор таких методов приведен в [9]. Для редукции линейных цепей разработаны метод балансной реализации TBR [10] и вариант этого метода PMTBR [11].

Метод балансной реализации [10] предполагает формирование двух подпространств, которые принято называть подпространствами управляемости и наблюдаемости. Каждое из этих подпространств образуется матрицами из собственных векторов порядка $n \times n$. Для нахождения матриц управляемости и наблюдаемости, как правило, решаются матричные уравнения Ляпунова. На первом шаге балансной реализации матрицы системы, матрицы управляемости и наблюдаемости преобразуются с помощью ортогональной матрицы трансформации, которая находится с помощью сингулярного разложения. На втором шаге метода балансной реализации выполняется усечение преобразованных матриц системы и формирование матриц редуцированной модели. Необходимость решения матричных уравнений Ляпунова ограничивает применение метода задачами небольшой размерности [1].

Развитием этого метода стал алгоритм PMTBR [11]. В алгоритме объединяются техника TBR с алгоритмами многоточечной редукции. Матрица управляемости образуется векторами решения систем линейных уравнений в выбранных частотных точках. По сравнению с TBR вариант метода PMTBR [11] является более эффективным так как позволяет сократить вычислительные затраты на декомпозицию матриц.

Селективные методы редукции [12], [13], [14] получили широкое распространение благодаря простоте применения и эффективного решения многих практических задач редукции RC схем. В последнее время получен ряд результатов по расширению алгоритма TICER [15], в том числе, для исключения узлов с индуктивностями [16, 17]. В работе [18] показана возможность повышения точности редуцируемых моделей селективными методами без потери свойств пассивности.

При работе с многопортовыми цепями высокой размерности традиционные методы редукции имеют ограничения. В частности, методы крыловских

подпространств или спектральные методы либо неприменимы из-за большой размерности исходной модели, либо приводят к модели с плотными матрицами или плотными результирующими цепями, которые увеличивают затраты моделирования. Поэтому для редукции многопортовых цепей целесообразно использовать селективные методы, а также специализированные методы [19], [20], [21], [22].

III. ФОРМИРОВАНИЕ МОДЕЛИ МНОГОПОЛЮСНИКА В МОДИФИЦИРОВАННОМ МЕТОДЕ УЗЛОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

A. Уравнения модели

Будем далее полагать, что переменные x в (5) пронумерованы таким образом, что первые M переменных соответствуют внешним узлам схемы, т.е. $x(t) = [x_M(t) \ x_N(t)]^T$.

Если к внешним узлам схемы подключены источники тока, то уравнения в системе (5) переписываются соответствующим образом

$$\frac{d}{dt} q_i(x) + i_i(x) + u_{ci} = 0 \quad i = 1, \dots, M, \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} q_j(x) + i_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, N. \quad (12)$$

В общем случае можно рассмотреть вариант, когда для первых K внешних узлов входные переменные - это напряжения ($u_v(t)$), а для остальных $M-K$ внешних узлов входные переменные - это токи ($u_c(t)$). Будем предполагать, что сначала перечислены все внешние узлы, управляемые источниками напряжения, затем все внешние узлы, управляемые источниками тока, а затем все внутренние узлы. Такое условие всегда может быть обеспечено соответствующей перенумерацией.

Для преобразования (11, 12) к виду (3) необходимо разделить электрические переменные во внешних узлах (токи и напряжения) на входные и выходные.

Токи узлов, управляемых источниками напряжения, рассматриваются как дополнительные системные переменные. Тогда расширенный вектор системных переменных имеет вид

$$x = [x_K(t) \ x_{M-K}(t) \ x_N(t) \ i_K(t)]^T.$$

Тогда (11, 12) запишется в виде системы порядка $M+N+K$:

$$\frac{d}{dt} q_i(x) + i_i(x) + R_x x = 0 \quad i = 1, \dots, K, \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} q_i(x) + i_i(x) + u_{ci} = 0 \quad i = 1, \dots, M - K, \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt} q_j(x) + i_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, N, \quad (15)$$

$$x_j = u_{vj} \quad j = 1, \dots, K. \quad (16)$$

Здесь, матрица

$$R_x = [0_{K \times K} \ 0_{K \times (M-K)} \ 0_{K \times N} \ I_{K \times K}].$$

Такой вид системы, линейно зависящий от u , соответствует (3), а выражения, представляющие линейную зависимость выходных показателей от внутренних состояний, запишутся на основе определений откликов внешних узлов в виде:

$$y_v = R_v x,$$

$$y_c = R_x x,$$

$$R_v = [I_{K \times K} \ 0_{K \times (M-K)} \ 0_{K \times N} \ 0_{K \times K}].$$

В наиболее частом случае, когда все внешние узлы управляются источниками напряжения, выражения (13)-(16) принимают вид

$$\frac{d}{dt} q_i(x) + i_i(x) + R_x x = 0 \quad i = 1, \dots, M, \quad (17)$$

$$\frac{d}{dt} q_j(x) + i_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, N, \quad (18)$$

$$x_j = u_{vj} \quad j = 1, \dots, M. \quad (19)$$

Здесь вектор системных переменных $x = [x_M(t) \ x_N(t) \ i_{SM}(t)]^T$, где $i_{SM}(t)$ - вектор токов через источники напряжения. Так как токи внешних узлов, управляемых источниками напряжения $i_M(t) = -i_{SM}(t)$, вектор выходных переменных y ,

$$y = -R_x x \quad (20)$$

и матрица

$$R_x = [0_{M \times M} \ 0_{M \times N} \ I_{M \times M}].$$

B. Формирование упрощенных моделей

Для внедрения модели в программу схемотехнического моделирования типа Spice необходимо записать уравнения модели и выражения для матриц проводимостей и емкостей.

После получения редуцированной формы модели (7, 8), для которой определены типы входных и выходных переменных, необходимо представить ее в стандартной зарядовой форме вида

$$\frac{d}{dt} q_i(\hat{x}) + i_i(\hat{x}) + u_{ci} = 0 \quad i = 1, \dots, M, \quad (21)$$

$$\frac{d}{dt} q_j(\hat{x}) + i_j(\hat{x}) = 0 \quad j = 1, \dots, \hat{N}. \quad (22)$$

Для преобразования (7, 8) к виду (21, 22) введем дополнительные переменные, включающие все входные величины. В предположении, что все внешние узлы управляются источниками напряжения, вектор системных переменных

$$\hat{x} = [x_M(t) \quad x_{\hat{N}}(t) \quad i_M(t) \quad v_M(t)]^T.$$

Здесь $i_M(t)$, $v_M(t)$ - токи и напряжения внешних узлов.

При этом выражения (21, 22) принимают вид системы, состоящей из следующих уравнений

$$\frac{d}{dt} q_i(\hat{x}) + i_i(\hat{x}) + R_x \hat{x} = 0 \quad i = 1, \dots, M, \quad (23)$$

$$\frac{d}{dt} q_j(\hat{x}) + i_j(\hat{x}) = 0 \quad j = 1, \dots, \hat{N}, \quad (24)$$

$$\hat{x}_{Mj} - v_{Mj} = 0 \quad j = 1, \dots, M, \quad (25)$$

$$y = R_x \hat{x}, \quad (26)$$

$$R_x = [0_{M \times M} \quad 0_{M \times \hat{N}} \quad -I_{M \times M}].$$

Матрицы проводимостей и емкостей запишутся как

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} G_{M \times M} & G_{M \times \hat{N}} & -I_{M \times M} & 0_{M \times M} \\ G_{\hat{N} \times M} & G_{\hat{N} \times \hat{N}} & 0_{\hat{N} \times M} & 0_{\hat{N} \times M} \\ I_{M \times M} & 0_{M \times \hat{N}} & 0_{M \times M} & -I_{M \times M} \\ 0_{M \times M} & 0_{M \times \hat{N}} & I_{M \times M} & 0_{M \times M} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} C_{M \times M} & C_{M \times \hat{N}} & 0_{M \times M} & 0_{M \times M} \\ C_{\hat{N} \times M} & C_{\hat{N} \times \hat{N}} & 0_{\hat{N} \times M} & 0_{\hat{N} \times M} \\ 0_{M \times M} & 0_{M \times \hat{N}} & 0_{M \times M} & 0_{M \times M} \\ 0_{M \times M} & 0_{M \times \hat{N}} & 0_{M \times M} & 0_{M \times M} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Используя обозначения для матриц (7), (8) матрица проводимостей имеет вид

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} G_{M \times M} & G_{M \times \hat{N}} & -I_{M \times M} & \\ G_{\hat{N} \times M} & G_{\hat{N} \times \hat{N}} & 0_{\hat{N} \times M} & -\hat{B} \\ I_{M \times M} & 0_{M \times \hat{N}} & 0_{M \times M} & \\ & \hat{D} & & 0_{M \times M} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

где $\hat{D} = \hat{B}^T = [0_{M \times M} \quad 0_{M \times \hat{N}} \quad I_{M \times M}]$

IV. ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР

На рис. 1 показан пример RC схемы.

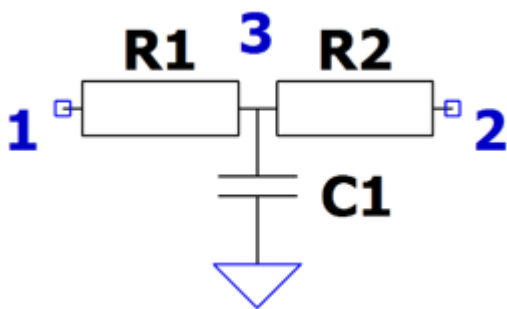


Рис. 1. RC цепь. $g_1=1/R_1=0.5$, $g_2=1/R_2=0.5$, $C_1=0.1$

Узлы 1, 2 являются внешними и управляются источниками напряжения. Узел 3 – внутренний. Для заземленной подсхемы $N=1$, $M=2$ и в соответствии с модифицированным методом узловых потенциалов матрицы имеют вид

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & -g_1 & -1 & 0 \\ 0 & g_2 & -g_2 & 0 & -1 \\ -g_1 & -g_2 & g_1 + g_2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Пусть редуцированная схема совпадает с исходной. Тогда $\hat{N}=1$ и в соответствии с (27), (28) получаем

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & -g_1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & -g_2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -g_1 & -g_2 & g_1 + g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{D} = \hat{B}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Модель многополюсника реализована в виде элемента Y в экспериментальной программе схемотехнического моделирования. Описание элемента имеет вид

`Yxxxxxx (N1 N2 ... Nn) model_name instance_parameters`

Здесь xxxxxx – имя элемента, N1 N2 ... Nn – узлы подключения, model_name – имя модели, instance_parameters – параметры элемента.

Карта модели

`.model model_name NPOL model_parameters,`

где ключевое слово NPOL определяет тип модели элемента (многополюсник). Параметры модели model_parameters включают порядок модели (order), описание матриц G , C , \hat{B} , \hat{D}

Для рассмотренного примера описание модели

```
.model mod1 npol order 5
+ gmat 0.5 0 -0.5 -1 0 0.5 -0.5 0 -1
+ -0.5 -0.5 1.000 1 0000 0 1 0 0 0
+ cmat 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+ 0 0 0.1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+ bmat 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1
+ dmat 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
```

На рис. 2 представлен выходной сигнал схемы – реакция на входное воздействие в виде единичной ступеньки, полученный с использованием модели многополюсника. Результаты совпадают с результатами моделирования по полной модели цепи.

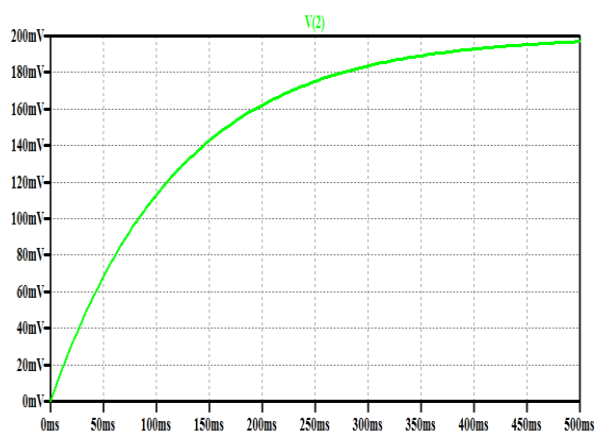


Рис. 2. Выходной сигнал RC цепи.

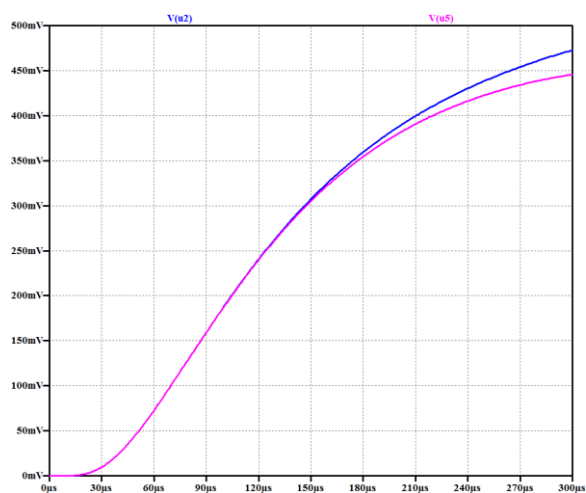


Рис. 3. Выходной сигнал RC цепи (порты 2,5), полученный с использованием редуцированной модели.

Второй пример – линейная RC схема. Исходная цепь состоит из 4000 RC секций, имеет 5 портов и 4062 конденсаторов и 4043 резисторов. Порядок модели исходной цепи 4044. Метод редукции позволяет получить упрощенные модели различного порядка в

зависимости от задаваемой допустимой погрешности. На рис. 3 показан отклик редуцированной цепи имеющей порядок 60 на импульс напряжения с амплитудой 1 В и передним фронтом 1 мкс, полученный с использованием редуцированной модели. При этом сокращение временных затрат по сравнению с моделированием полной схемы составило около 100X.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] W. H.A. Schilders, H. A. van der Vorst, J. Rommes, Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications. - Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008.
- [2] Актуальные проблемы моделирования в системах автоматизации схемотехнического проектирования/ под ред. А.Л. Стемповского – М.: Наука, 2003.-430 С.
- [3] L. T. Pillage and R. A. Rohrer, Asymptotic waveform evaluation for timing analysis // IEEE Trans. Computer-Aided Design, 1990. vol. 9. No. 4, pp. 352-366.
- [4] P. Feldmann and R. W. Freund, Efficient linear circuit analysis by Pade approximation via the Lanczos process. IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Int. Circuits and Systems. 1995. Vol. 14. No 5. P. 639-649.
- [5] A. Odabasioglu and M. Celik. PRIMA: passive reduced-order interconnect macromodeling algorithm // IEEE Trans. Computer-Aided Design. 1998. Vol 17. No 8. p. 645-654.
- [6] J. Phillips, L. Daniel, and L. Silveira, Guaranteed passive balancing transformations for model order reduction // IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integr. Circuits Syst., 2003. vol. 22. No. 8. P. 1027–1041.
- [7] R.W. Freund. Sprim: structure-preserving reduced-order interconnect macromodeling. // IEEE/ACM Int. Conf. Computer Aided Design. 2004. P. 80 – 87.
- [8] Y. Su, J. Wang, X. Zeng, Z. Bai, C. Chiang, and D. Zhou. SAPOR: second-order Arnoldi method for passive order reduction of RCS circuits. // IEEE/ACM Int. Conf. Computer Aided Design. 2004. P. 74 – 79.
- [9] S. Gugercin, A. C. Antoulas A survey of model reduction by balanced truncation and some new results // Int. J. Control. 2004. Vol. 77. No 8. 748-766.
- [10] J. Phillips, L. Daniel, and L. Silveira, Guaranteed passive balancing transformations for model order reduction // IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integr. Circuits Syst., 2003. vol. 22. No. 8. P. 1027–1041.
- [11] J.R. Phillips and L.M. Silveira. Poor Man’s TBR: A simple model reduction scheme // IEEE. Trans. Comp. Aided Design Integr. Circuits Syst. 2005. Vol. 24. No 1, P. 43-55.
- [12] B.N. Sheehan, TICER: Realizable Reduction of Extracted RC Circuits // Proc. of IEEE/ACM Int. Conf. Computer Aided Design. 1999. P. 200-203.
- [13] Гурарий М.М., Жаров М.М., Русаков С.Г., Ульянов С.Л. Методы возмущений и селективные методы в задачах редукиции высокоразмерных моделей // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем - 2008. Сб. научных трудов / под общ. ред. А.Л.Стемповского. М.:ИППМ РАН, 2008. С. 86-91.
- [14] Гурарий М.М., Жаров М.М., Русаков С.Г., Лялинский А.А. Применение селективных методов для параметрической и статистической редукиции высокоразмерных моделей // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем - 2010. Сб. трудов / под общ. ред. академика А.Л.Стемповского. М.:ИППМ РАН, 2010. С. 126-131.
- [15] Z. Qin, C. K. Cheng, Realizable parasitic reduction using generalized Y-/spl Delta/ transformation // Proc. Design Automation Conf. 2003. P. 220-225.

- [16] B.N. Sheehan, Branch Merge Reduction of RLCM Networks. // Proc. of IEEE/ACM Int. Conf. Computer Aided Design. 2003. P. 658-664.
- [17] C.S. Amin, M.H. Chowdhury, Y.I. Ismail, Realizable RLCK Circuit Crunching // Proc. Design Automation Conf. 2003. pp. 226-231.
- [18] Гурарий М.М., Жаров М.М., Русаков С.Г. Алгоритмы редукции многопортовых линейных цепей с индуктивностями на базе селективных методов исключения // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем - 2012. Сб. трудов / под общ. ред. академика РАН А.Л. Стемповского. М.: ИППМ РАН, 2012. С. 175-180.
- [19] J. Rommes, W.H.A. Schilders Efficient methods for large resistor networks // IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2010. Vol. 29. No 1. P. 28-39.
- [20] K.J. Kerns, A.T. Yang. Stable and efficient reduction of large, multiport RC networks by pole analysis via congruence transformations // IEEE Trans. on CAD of Integrated Circuits and Systems, 1997. Vol. 16. No 7. P.734-744.
- [21] R. Ionutiu, J. Rommes, W. H. A. Schilders SparseRC: Sparsity Preserving Model Reduction for RC Circuits With Many Terminals // IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2011. Vol. 30. No 12. P. 1828-1841.
- [22] B. Nouri, M. S. Nakhla, R. Achar, Efficient reduced-order macromodels of massively coupled interconnect structures via clustering // IEEE Trans. Compon. Packag. Manuf. Technol. 2013. Vol. 3. No 5. P. 826-840.

The Development of Multi-terminal Element Model with Arbitrary Number of Terminals for Circuit Simulator

M.M. Gourary, S.G. Rusakov, S.L. Ulyanov

Institute for design problems in microelectronics of RAS, Moscow

Abstract — The methods and algorithms for model order reduction of high order dynamical systems and their applicability for electrical networks are discussed. The paper proposes the modified nodal analysis formulation of multi-terminal element model to be implemented in a circuit simulator.

Keywords — dynamical system, model order reduction, reduction methods, circuit simulation, multi-terminal element.

REFERENCES

- [1] W. H.A. Schilders, H. A. van der Vorst, J. Rommes, Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications. - Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008.
- [2] Aktualnye problemy modelirovaniya v sistemah shemotekhnicheskogo proektirovaniya (Actual simulation problems in computer-aided circuit design systems) - Moscow: Nauka, 2003.
- [3] L. T. Pillage and R. A. Rohrer, Asymptotic waveform evaluation for timing analysis // IEEE Trans. Computer-Aided Design, 1990. vol. 9. No. 4. pp. 352-366.
- [4] P. Feldmann and R. W. Freund. Efficient linear circuit analysis by Pade approximation via the Lanczos process. IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Int. Circuits and Systems. 1995. Vol. 14. No 5. P. 639-649.
- [5] A. Odabasioglu and M. Celik. PRIMA: passive reduced-order interconnect macromodeling algorithm // IEEE Trans. Computer-Aided Design. 1998. Vol 17. No 8. p. 645-654.
- [6] J. Phillips, L. Daniel, and L. Silveira, Guaranteed passive balancing transformations for model order reduction // IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integr. Circuits Syst., 2003. vol. 22. No. 8. P. 1027-1041.
- [7] R.W. Freund. Sprim: structure-preserving reduced-order interconnect macromodeling. // IEEE/ACM Int. Conf. Computer Aided Design. 2004. P. 80 - 87.
- [8] Y. Su, J. Wang, X. Zeng, Z. Bai, C. Chiang, and D. Zhou. SAPOR: second-order Arnoldi method for passive order reduction of RCS circuits. // IEEE/ACM Int. Conf. Computer Aided Design. 2004. P. 74 - 79.
- [9] S. Gugercin, A. C. Antoulas A survey of model reduction by balanced truncation and some new results // Int. J. Control. 2004. Vol. 77. No 8. 748-766.
- [10] J. Phillips, L. Daniel, and L. Silveira, Guaranteed passive balancing transformations for model order reduction // IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integr. Circuits Syst., 2003. vol. 22. No. 8. P. 1027-1041.
- [11] J.R. Phillips and L.M. Silveira. Poor Man's TBR: A simple model reduction scheme // IEEE. Trans. Comp. Aided Design Integr. Circuits Syst. 2005. Vol. 24. No 1, P. 43-55.
- [12] B.N. Sheehan, TICER: Realizable Reduction of Extracted RC Circuits // Proc. of IEEE/ACM Int. Conf. Computer Aided Design. 1999. P. 200-203.
- [13] Gourary M.M., Zharov M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L. Perturbation methods and selective methods in problems of a reduction of high-dimension models // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2008. Proceedings / edited by A. Stempkovsky, Moscow, IPPM RAS, 2008. P. 86-91
- [14] Gourary M.M., Zharov M.M., Rusakov S.G., Lyalinsky A.A. Application of Selective Techniques for Parametric Model Order Reduction // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2010. Proceedings / edited by A. Stempkovsky, Moscow, IPPM RAS, 2010. P. 126-131.
- [15] Z. Qin, C. K. Cheng, Realizable parasitic reduction using generalized Y-spl Delta/ transformation // Proc. Design Automation Conf. 2003. P. 220-225.
- [16] B.N. Sheehan, Branch Merge Reduction of RLCM Networks. // Proc. of IEEE/ACM Int. Conf. Computer Aided Design. 2003. P. 658-664.

- [17] C.S. Amin, M.H. Chowdhury, Y.I. Ismail, Realizable RLCK Circuit Crunching // Proc. Design Automation Conf. 2003. pp. 226-231.
- [18] Gourary M.M., Zharov M.M., Rusakov S.G. The reduction algorithms of linear networks with inductances on the base of selective methods of elimination // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2012. Proceedings / edited by A. Stempkovsky, Moscow, IPPM RAS, 2012. P. 175-180.
- [19] J. Rommes, W.H.A. Schilders Efficient methods for large resistor networks // IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2010. Vol. 29. No 1. P. 28–39.
- [20] K.J. Kerns, A.T. Yang. Stable and efficient reduction of large, multiport RC networks by pole analysis via congruence transformations // IEEE Trans. on CAD of Integrated Circuits and Systems, 1997. Vol. 16. No 7. P.734–744.
- [21] R. Ionutiu, J. Rommes, W. H. A. Schilders SparseRC: Sparsity Preserving Model Reduction for RC Circuits With Many Terminals // IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2011. Vol. 30. No 12. P. 1828–1841.
- [22] B. Nouri, M. S. Nakhla, R. Achar, Efficient reduced-order macromodels of massively coupled interconnect structures via clustering // IEEE Trans. Compon. Packag. Manuf. Technol. 2013. Vol. 3. No 5. P. 826–840.