# Анализ нелинейных искажений в диодных смесителях в обобщенном матричном виде с использованием рядов Вольтерра

#### А.С. Коротков, О.А. Головань

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург, korotkov@spbstu.ru

Аннотация — Статья является развитием работ, в которых рассмотрен обобщённый метод анализа диодных узловых преобразователей частоты в базисе потенциалов (БУП) и представлен анализ лиолных смесителей (балансного, двойного балансного и тройного балансного) в линейном приближении. В данной статье приведен алгоритм нелинейного анализа диодных смесителей с использованием рядов Вольтерра на основе разработанной линейной методики. Представлены результаты моделирования коэффициента нелинейных искажений по 3-й гармонике, согласующиеся с высокой точностью с теоретическими результатами. Получены зависимости коэффициента нелинейных искажений от значений нагрузочного сопротивления и амплитуды гетеродина. Результаты напряжения расчёта И моделирования представлены для двух режимов работы гетеродина - «неинтенсивного» и «интенсивного».

Ключевые слова — диодные преобразователи частоты, коэффициент нелинейных искажений по третьей гармонике, метод узловых потенциалов, метод рядов Вольтерра.

#### I. Введение

Несмотря на широкое применение на практике [1]-[3], диодные смесители обладают сравнительно высоким уровнем нелинейных искажений, что необходимым делает анализ нелинейных эффектов схемы. Смесители относятся к классу нелинейно-параметрических устройств. Анализ нелинейных искажений в нелинейно-параметрических рассматривался ранее: см., цепях например, монографии [4], [5]. Наиболее распространенные на практике методы анализа нелинейных искажений метод рядов Вольтерра [1], [2], [6] и метод гармонического баланса [7], [8]. Преимуществом метода рядов Вольтерра перед методом гармонического баланса является уменьшение вычислительных затрат: высокая скорость вычислений [9], [10], приводящая к значительному уменьшению времени вычислений [11]. Также метод рядов Вольтерра обеспечивает высокую точность вычислений [10], [12].

Изложенный в работах [13], [14] метод анализа диодных преобразователей частоты в базисе узловых потенциалов, в отличие от рассмотренного в [4], [5] подхода, представлен в обобщенном матричном виде, что позволяет полностью формализовать алгоритм анализа и представить результаты в символьном виде. Разработанный в [13], [14] метод составляет основу для анализа нелинейных искажений. В данной работе представлен алгоритм расчета нелинейных искажений диодных смесителей (балансного, двойного балансного и тройного балансного) с использованием метода рядов Вольтерра на примере коэффициента нелинейных искажений по 3-й гармоники.

## II. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ ТОКА, ПРОТЕКАЮЩЕГО ЧЕРЕЗ НЕЛИНЕЙНЫЙ ЭЛЕМЕНТ (ДИОД)

В общем случае ток, протекающий через нелинейный элемент смесителя, то есть диод, в предположении «сильного» гетеродина представляется в виде ряда Тейлора:

$$\begin{split} I &\approx f(U_{LO}) + \frac{\partial f(U_{LO})}{\partial U_0} U_0 + \frac{\partial f(U_{LO})}{\partial U_{IF}} U_{IF} + \\ &+ \frac{1}{2} \bigg[ \frac{\partial^2 f(U_{LO})}{\partial U_0^2} U_0^2 + 2 \frac{\partial^2 f(U_{LO})}{\partial U_0 \partial U_{IF}} U_0 U_{IF} + \\ &+ \frac{\partial^2 f(U_{LO})}{\partial U_{IF}^2} U_{IF}^2 \bigg] + \frac{1}{6} \bigg[ \frac{\partial^3 f(U_{LO})}{\partial U_0^3} U_0^3 + \\ &+ 3 \frac{\partial^3 f(U_{LO})}{\partial U_0^2 \partial U_{IF}} U_0^2 U_{IF} + 3 \frac{\partial^3 f(U_{LO})}{\partial U_0 \partial U_{IF}^2} U_0 U_{IF}^2 + \\ &+ \frac{\partial^3 f(U_{LO})}{\partial U_{IF}^3} U_{IF}^3 \bigg] + \dots = I_0 (U_{LO}) + G(U_{LO}) U_0 + \\ &+ G(U_{LO}) U_{IF} + \frac{1}{2} \bigg[ G'(U_{LO}) U_0^2 + 2G'(U_{LO}) U_0 U_{IF} + \\ &+ G'(U_{LO}) U_{IF}^2 \bigg] + \frac{1}{6} \bigg[ G''(U_{LO}) U_0^3 + 3G''(U_{LO}) U_0^2 U_{IF} + \\ &+ 3G''(U_{LO}) U_0 U_{IF}^2 + G''(U_{LO}) U_{IF}^3 \bigg] + \dots , \end{split}$$

где  $U_0$  – входной сигнал на несущей частоте,  $U_{LO}$  – сигнал на частоте гетеродина,  $U_{IF}$  – выходной сигнал на промежуточной частоте,  $G(U_{LO}) = \frac{I_S}{\varphi_t} \left( e^{U_{LO}/\varphi_t} \right)$ ,

$$G'(U_{LO}) = \frac{1}{2} \frac{I_s}{\varphi_t^2} \left( e^{U_{LO}/\varphi_t} \right) , \quad G''(U_{LO}) = \frac{1}{6} \frac{I_s}{\varphi_t^3} \left( e^{U_{LO}/\varphi_t} \right) -$$

коэффициенты ряда, которые определяются согласно модели диода Эберса-Молла,  $\phi_t$  – термопотенциал,  $I_s$  – ток насыщения. Как и в случае линейного анализа [13], [14] начальная фаза предполагается нулевой. Рассмотрим «неинтенсивный» режим работы гетеродина, в котором все сигналы (в том числе и сигнал гетеродина) имеют вид гармонических функций:

$$U_0 = U_{0m} \cos \omega_0 t, \ U_{LO} = U_{LOm} \cos \omega_{LO} t, \ U_{IF} = U_{IFm} \cos \omega_{IF} t.$$

Выражение для тока (1) можно переписать как:

$$I = G(U_{LO})(U_0 + U_{IF}) + G'(U_{LO})(U_0 + U_{IF})^2 + G''(U_{LO})(U_0 + U_{IF})^3.$$

Пренебрегая эффектами второго порядка, рассмотрим только третью гармонику тока:

$$I_{3} = G''(U_{LO})(U_{0} + U_{IF})^{3} = G''(U_{LO})(U_{0}^{3} + 3U_{0}^{2}U_{IF} + 3U_{0}U_{IF}^{2} + U_{IF}^{3}).$$
(2)

Аналогично функции  $G(U_{LO})$ , соответствующей линейному случаю [13], [14], функция  $G''(U_{LO})$  может быть разложена в ряд Фурье по гармоникам косинуса с частотой  $\omega_{LO}$ :

$$G''(U_{LO}) = G_0'' + \sum_{n=1}^{\infty} G_n'' \cos n\omega_{LO} t \approx G_0'' + \sum_{n=1}^{N} G_n'' \cos n\omega_{LO} t,$$

где коэффициенты  $G''_n$  связаны с коэффициентами ряда Фурье  $g''_n$  как  $G''_0 = g''_0$ ,  $G''_n = 2g''_n$ , (n = 1, 2, ..., N). В случае «неинтенсивного» режима работы гетеродина выражение для  $g''_n$  вычисляются следующим образом:

$$g_n'' = \frac{1}{T} \int_0^T G''(U_{LO}) \cos n\omega_{LO} t dt = \frac{1}{6} \frac{I_s}{\varphi_t^3} B_n(U_{LOm} / \varphi_t),$$

где  $T = 2\pi / \omega_{LO}$  – период сигнала гетеродина,  $B_n (U_{LOm} / \varphi_i)$  – функция Бесселя *n* -го порядка.

В случае «интенсивного» режима работы гетеродина – сигнал гетеродина имеет импульсный вид, коэффициенты ряда Фурье вычисляются как:

$$g_{0}'' = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} G''(U_{LO}) \cos(0 \cdot \omega_{LO} t) dt = \frac{I_{S}}{12\varphi_{t}^{3}} \left( e^{\frac{U_{LOm}}{\varphi_{t}}} + e^{-\frac{U_{LOm}}{\varphi_{t}}} \right),$$
  

$$g_{1}'' = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} G''(U_{LO}) \cos \omega_{LO} t dt = \frac{I_{S}}{6\pi\varphi_{t}^{3}} \left( e^{\frac{U_{LOm}}{\varphi_{t}}} - e^{-\frac{U_{LOm}}{\varphi_{t}}} \right) \sin \frac{\pi}{2} =$$
  

$$= \frac{I_{S}}{6\pi\varphi_{t}^{3}} \left( e^{\frac{U_{LOm}}{\varphi_{t}}} - e^{-\frac{U_{LOm}}{\varphi_{t}}} \right).$$

Так как пренебрегаем нелинейными эффектами второго порядка, учтем в разложении в ряд параметра  $G''(U_{LO})$  только первую гармонику гетеродина, то есть положим N = 1:

$$G''(U_{LO}) = G_0'' + G_1'' \cos \omega_{LO} t \; .$$

Тогда, согласно (2) для третьей гармоники тока через диод получим:

$$I_{3}(t) = (G_{0}'' + G_{1}'' \cos \omega_{LO} t)(U_{0}^{3} + 3U_{0}^{2}U_{IF} + 3U_{0}U_{IF}^{2} + U_{IF}^{3}) =$$
  
=  $(G_{0}'' + G_{1}'' \cos \omega_{LO} t)((U_{0m} \cos \omega_{0} t)^{3} +$   
 $+3(U_{0m} \cos \omega_{0} t)^{2}U_{IFm} \cos \omega_{IF} t + 3U_{0m} \cos \omega_{0} t(U_{IFm} \cos \omega_{IF} t)^{2} +$   
 $+(U_{IFm} \cos \omega_{IF} t)^{3}).$ 

После алгебраических преобразований и замены переменной  $\omega_{IF} = \omega_0 \pm \omega_{LO}$  выражение для  $I_3(t)$  приводится к виду:

$$\begin{split} I_{3}(t) &= \left(\frac{3G_{0}^{"}U_{0m}U_{IFm}^{2}}{4} + \frac{3G_{1}^{"}U_{0m}^{2}U_{IFm}}{8} + \right. \\ &+ \frac{G_{1}^{"}U_{IFm}^{3}}{8} \right) \cos(3\omega_{0} \pm 2\omega_{LO})t + \left(\frac{3G_{0}^{"}U_{0m}^{2}U_{IFm}}{4} + \right. \\ &+ \frac{G_{1}^{"}U_{0m}^{3}}{8} + \frac{3G_{1}^{"}U_{0m}U_{IFm}^{2}}{8} \right) \cos(3\omega_{0} \pm \omega_{LO})t + \\ &+ \left(\frac{3G_{0}^{"}U_{IFm}^{3}}{4} + \frac{3G_{1}^{"}U_{0m}U_{IFm}^{2}}{8} \right) \cos(3\omega_{0} \pm 3\omega_{LO})t + \\ &+ \frac{G_{1}^{"}U_{IFm}^{3}}{8} \cos(3\omega_{0} \pm 4\omega_{LO})t + \left(\frac{9G_{0}^{"}U_{0m}^{2}U_{IFm}}{4} + \right. \\ &+ \frac{3G_{0}^{"}U_{IFm}^{3}}{4} + \frac{3G_{1}^{"}U_{0m}^{3}}{8} + \frac{9G_{1}^{"}U_{0m}U_{IFm}^{2}}{8} \right) \cos(\omega_{0} \pm \omega_{LO})t + \\ &+ \left(\frac{3G_{0}^{"}U_{0m}U_{IFm}^{2}}{4} + \frac{9G_{1}^{"}U_{0m}^{2}U_{IFm}}{8} + \right. \\ &+ \frac{3G_{1}^{"}U_{IFm}^{3}}{4} \right) \cos(\omega_{0} \pm 2\omega_{LO})t + \frac{3G_{1}^{"}U_{0m}U_{IFm}^{2}}{8} \cos(\omega_{0} \pm 3\omega_{LO})t + \\ &+ \left(\frac{G_{0}^{"}U_{0m}^{3}}{4} + \frac{3G_{1}^{"}U_{0m}^{2}U_{IFm}}{4} \right) \cos 3\omega_{0}t + \left(\frac{G_{0}^{"}U_{0m}^{3}}{4} + \frac{G_{0}^{"}U_{0m}U_{IFm}^{2}}{2} + \\ &+ \frac{3G_{1}^{"}U_{0m}^{3}U_{IFm}}{4} + \frac{G_{1}^{"}U_{0m}^{3}U_{IFm}}{4} \right) \cos \omega_{0}t. \end{split}$$

Выражение для  $I_3(t)$  является суммой слагаемых, соответствующих комбинационным частотам на выходе преобразователя частоты. Для анализа нелинейных искажений по 3-й гармонике рассмотрим только слагаемые вида  $\cos(3\omega_0 \pm 3\omega_{LO})t$ ,  $\cos(\omega_0 \pm \omega_{LO})t$ ,  $\cos 3\omega_0 t$  и  $\cos \omega_0 t$ . Тогда:

$$\begin{split} I_{3}(t) &= \left(\frac{9G_{0}''U_{0m}^{2}U_{IFm}}{4} + \frac{3G_{0}''U_{IFm}^{3}}{4} + \frac{3G_{1}''U_{0m}^{3}}{8} + \right. \\ &+ \frac{9G_{1}''U_{0m}U_{IFm}^{2}}{8} \right) \cos(\omega_{0} \pm \omega_{Lo})t + \\ &+ \left(\frac{3G_{0}''U_{IFm}^{3}}{4} + \frac{3G_{1}''U_{0m}U_{IFm}^{2}}{8}\right) \cos(3\omega_{0} \pm 3\omega_{Lo})t + \\ &+ \left(\frac{G_{0}''U_{0m}^{3}}{4} + \frac{3G_{1}''U_{0m}^{2}U_{IFm}}{4}\right) \cos 3\omega_{0}t + \left(\frac{G_{0}''U_{0m}^{3}}{4} + \right. \\ &+ \frac{G_{0}'''U_{0m}U_{IFm}^{2}}{2} + \frac{3G_{1}''U_{0m}^{2}U_{IFm}}{4} + \frac{G_{1}''U_{IFm}^{3}}{4} \right) \cos \omega_{0}t. \end{split}$$

Перейдём от косинуса тройного угла к кубу косинуса:

$$\begin{split} I_{3}(t) &= \left(G_{0}''U_{IFm}^{3} + \frac{3}{2}G_{1}''U_{0m}U_{IFm}^{2}\right)\cos^{3}(\omega_{0} \pm \omega_{LO})t + \\ &+ \left(G_{0}''U_{0m}^{3} + 3G_{1}'U_{0m}^{2}U_{IFm}\right)\cos^{3}\omega_{0}t + \\ &+ \left(\frac{3}{2}G_{0}''U_{0m}U_{IFm}^{2} + \frac{3}{4}G_{1}''U_{IFm}^{3}\right)\cos\omega_{0}t + \\ &+ \left(\frac{9}{4}G_{0}''U_{0m}^{2}U_{IFm} + \frac{3}{8}G_{1}''U_{0m}^{3}\right)\cos(\omega_{0} \pm \omega_{LO})t. \end{split}$$

Амплитудные значения входного  $U_{0m}$  и выходного  $U_{IFm}$  напряжений связаны через коэффициент передачи смесителя  $K: U_{IFm} = KU_{0m}$ .

Тогда выражение для тока третьей гармоники можно переписать как:

$$\begin{split} I_{3}(t) &= \left( G_{0}''U_{IFm}^{3} + \frac{3}{2}G_{1}''U_{0m}U_{IFm}^{2} \right) \cos^{3}(\omega_{0} \pm \omega_{LO})t + \\ &+ \left( G_{0}''U_{0m}^{3} + 3G_{1}''U_{0m}^{2}U_{IFm} \right) \cos^{3}\omega_{0}t + \\ &+ \left( \frac{3}{2}G_{0}''U_{0m} \left( KU_{0m} \right)^{2} + \frac{3}{4}G_{1}'' \left( KU_{0m} \right)^{2}U_{IFm} \right) \cos\omega_{0}t + \\ &+ \frac{9}{4} \left( G_{0}''U_{0m}^{2}U_{IFm} + \frac{3}{8}G_{1}''U_{0m}^{3} \right) \cos(\omega_{0} \pm \omega_{LO})t. \end{split}$$

С помощью преобразования Лапласа по аргументу  $j\omega_0$  осуществляется преобразование из временной в частотную область. Тогда, составляющая тока через диод, соответствующая третьей гармонике  $I_3$  в частотной области, будет представлена как:

$$\begin{split} I_{3}(p,p,p) &= G_{0}'' \Big( U_{IF}(p_{0} \pm j\omega_{LO}) \Big)^{3} + \frac{3}{2} G_{0}'' \Big( K U_{0m} \Big)^{2} U_{0}(p_{0}) + \\ &+ \frac{3}{2} G_{1}'' U_{0}(p_{0} \pm j\omega_{LO}) \Big( U_{IF}(p_{0} \pm j\omega_{LO}) \Big)^{2} + G_{0}'' \Big( U_{0}(p_{0}) \Big)^{3} + \\ &+ 3 G_{1}'' \Big( U_{0}(p_{0}) \Big)^{2} U_{IF}(p_{0}) + \frac{3}{4} G_{1}'' \Big( K U_{0m} \Big)^{2} U_{IF}(p_{0}) + \\ &+ \frac{9}{4} G_{0}'' U_{0m}^{2} U_{IF}(p_{0} \pm j\omega_{LO}) + \frac{3}{8} G_{1}'' U_{0m}^{2} U_{0}(p_{0} \pm j\omega_{LO}). \end{split}$$

#### III. Анализ нелинейных искажений в балансном диодном смесителе

рис. 1 представлены принципиальная Ha И эквивалентная схемы балансного смесителя. Для расчёта коэффициента нелинейных искажений по 3-й гармонике составлена эквивалентная схема (рис. 2), особенностью которой по сравнению с линейным анализом коэффициента передачи (см. [13], раздел III) является замена аргументов напряжений, входящих в состав выражений для генераторов тока:

$$0.5G_{1i}U_{0i}(p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}), G_{1i}U_{IFi}(p_0, p_0, p_0);$$

также для каждого диода введены два дополнительных генератора тока  $C_i$  и  $D_i$  (индекс i = 1, 2 соответствует номеру диода), описывающие действие 3-й гармоники тока:  $I_{3i}(p, p, p) = C_i + D_i$ .



Рис. 1. Балансный диодный смеситель: а) принципиальная схема; б) эквивалентная схема



Рис. 2. Эквивалентная схема балансного диодного смесителя для анализа коэффициента нелинейных искажений по 3-й гармонике

В состав выражения для генераторов  $C_i$  входят слагаемые, соответствующие воздействию сигнала на несущей частоте, а для генераторов  $D_i$  – слагаемые, соответствующие воздействию сигнала на промежуточной частоте:

$$\begin{split} C_{i} &= \frac{3}{2} G_{0i}'' \left( K U_{0im} \right)^{2} U_{0i}(p_{0}) + \frac{3}{8} G_{1i}'' U_{0im}^{2} U_{0i}(p_{0} \pm j\omega_{LO}) + \\ &+ G_{0i}'' \left( U_{0i}(p_{0}) \right)^{3} + \frac{3}{2} G_{1i}'' U_{0i}(p_{0} \pm j\omega_{LO}) \left( U_{IFi}(p_{0} \pm j\omega_{LO}) \right)^{2}, \\ D_{i} &= G_{0i}'' \left( U_{IFi}(p_{0} \pm j\omega_{LO}) \right)^{3} + \frac{9}{4} G_{0i}'' U_{0im}^{2} U_{IFi}(p_{0} \pm j\omega_{LO}) + \\ &+ 3 G_{1i}'' \left( U_{0i}(p_{0}) \right)^{2} U_{IFi}(p_{0}) + \frac{3}{4} G_{1i}'' \left( K U_{0im} \right)^{2} U_{IFi}(p_{0}). \end{split}$$

В состав генераторов тока  $C_i$  и  $D_i$  входят напряжения  $U_{0i}(p_0)$ ,  $U_{0i}(p_0 \pm j\omega_{LO})$ ,  $U_{IFi}(p_0)$  и  $U_{IFi}(p_0 \pm j\omega_{LO})$ , выражения для которых являются результатом линейного анализа (см. [13], раздел III).

Схему на рис. 2 можно описать двумя связанными системами уравнений в базисе узловых потенциалов. Система уравнений в БУП по аргументу  $(p_0, p_0, p_0)$ :

$$\begin{split} & [Y(p_0+p_0+p_0)] \begin{bmatrix} U_1(p_0,p_0,p_0) \\ U_2(p_0,p_0,p_0) \\ U_3(p_0,p_0,p_0) \\ U_4(p_0,p_0,p_0) \\ U_5(p_0,p_0,p_0) \\ U_5(p_0,p_0,p_0) \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.5G_{11}U_{01}(p_0\pm j\omega_{LO},p_0\pm j\omega_{LO},p_0\pm j\omega_{LO}) + C_1 \\ 0.5G_{12}U_{02}(p_0\pm j\omega_{LO},p_0\pm j\omega_{LO},p_0\pm j\omega_{LO}) + C_2 \\ -0.5G_{11}U_{01}(p_0\pm j\omega_{LO},p_0\pm j\omega_{LO},p_0\pm j\omega_{LO}) - C_1 \\ -0.5G_{12}U_{02}(p_0\pm j\omega_{LO},p_0\pm j\omega_{LO},p_0\pm j\omega_{LO}) - C_2 \end{bmatrix} . \end{split}$$

Система уравнений в БУП по аргументу  $(p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO})$ :

$$\begin{bmatrix} Y(p_{0} \pm j\omega_{LO} + p_{0} \pm j\omega_{LO} + p_{0} \pm j\omega_{LO}) ] \cdot \\ U_{1}(p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}) \\ U_{2}(p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}) \\ U_{3}(p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}) \\ U_{4}(p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}) \\ U_{5}(p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}) \\ U_{6}(p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G_{11}U_{IF1}(p_{0}, p_{0}, p_{0}) + D_{1} \\ G_{12}U_{IF2}(p_{0}, p_{0}, p_{0}) + D_{2} \\ -G_{11}U_{IF1}(p_{0}, p_{0}, p_{0}) - D_{1} \\ -G_{12}U_{IF2}(p_{0}, p_{0}, p_{0}) - D_{2} \end{bmatrix} .$$
(4)

При отсутствии в схеме реактивных элементов:

$$[Y(p_0 \pm j\omega_{LO} + p_0 \pm j\omega_{LO} + p_0 \pm j\omega_{LO})] =$$
  
= [Y(p\_0 + p\_0 + p\_0)] = [Y],

где

$$\begin{split} & [Y] = \\ & = \begin{bmatrix} G+2G_s & 0 & 0 & 0 & -2G_s & 0 \\ 0 & G+2G_s & 0 & 0 & 0 & -2G_s \\ 0 & 0 & G_{d1}+G_L & -G_L & -G_{d1} & 0 \\ 0 & 0 & -G_L & G_{d2}+G_L & 0 & -G_{d2} \\ -2G_s & 0 & -G_{d1} & 0 & G_{d1}+2G_s & 0 \\ 0 & -2G_s & 0 & -G_{d2} & 0 & G_{d2}+2G_s \end{bmatrix}. \end{split}$$

Проводимость *G* введена в схему для преобразования входного генератора к виду генератора тока при использовании БУП. Далее выразим  $U_{0i}(p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO})$  и  $U_{IFi}(p_0, p_0, p_0)$  через разности узловых потенциалов:

$$\begin{split} &U_{01}(p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}) = \\ &= U_5(p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}) - \\ &- U_3(p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}), \\ &U_{02}(p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}) = \\ &= U_6(p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}) - \\ &- U_4(p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}, p_0 \pm j\omega_{LO}), \\ &U_{IF1}(p_0, p_0, p_0) = U_5(p_0, p_0, p_0) - U_3(p_0, p_0, p_0), \\ &U_{IF2}(p_0, p_0, p_0) = U_6(p_0, p_0, p_0) - U_4(p_0, p_0, p_0). \end{split}$$

Используя известный подход к решению систем (3) и (4) (см. [13]), получаем выражения для векторов напряжений.

Коэффициент нелинейных искажений по 3-й гармонике определяется как:

$$K_{3} = \lim_{G \to \infty} \frac{U_{out}(p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO}, p_{0} \pm j\omega_{LO})}{U_{out}(p_{0} \pm j\omega_{LO})U_{out}(p_{0} \pm j\omega_{LO})U_{out}(p_{0} \pm j\omega_{LO})},$$

где напряжение  $U_{out}(p_0 \pm j\omega_{LO})$  найдено в ходе линейного анализа. Тогда, в случае одинаковых параметров диодов:

$$K_{3} = \left\{ \left[ CG_{1}(G_{S} + G_{L}) - D(2G_{S}G_{L} + (G_{0} + 0.5G_{2})G_{L} + G_{S}(G_{0} + 0.5G_{2})) \right] \left[ \left( 2\left( (G_{0} + 0.5G_{2})(G_{S} + G_{L}) + 2G_{S}G_{L} \right)^{2} - G_{1}^{2}(G_{S} + G_{L})^{2} \right)^{2} \right] \right\} / \left\{ 8E^{3}G_{L}^{3}G_{1}^{3}G_{S}^{5} \right\}.$$
(5)

#### IV. Анализ нелинейных искажений в двойном балансном и тройном балансном диодных смесителях

#### А. Двойной балансный диодный смеситель

Ha рис. 3 представлены принципиальная эквивалентная схемы двойного балансного диодного смесителя. Схема двойного балансного смесителя рассматривается как параллельное соединение двух балансных смесителей. Следовательно, коэффициент нелинейных искажений по 3-й гармонике двойной балансной схемы определяется как сумма коэффициентов нелинейных искажений по 3-й гармонике каждой из пар диодов.



Рис. 3. Двойной балансный диодный смеситель: а) принципиальная схема; б) эквивалентная схема

Первая пара диодов соответствует балансному диодному смесителю, выражение для коэффициента

нелинейных искажений по 3-й гармонике  $K_{31}$  которого соответствует формуле (5). Для второй пары диодов также составляются две связанные системы уравнений в БУП, в результате решения которых определяется коэффициент нелинейных искажений по 3-й гармонике  $K_{32}$ . При условии равенства параметров диодов выражение для коэффициента нелинейных искажений по 3-й гармонике второй пары диодов соответствует формуле (5).

Так как коэффициент нелинейных искажений по 3-й гармонике двойного балансного смесителя является суммой коэффициентов нелинейных искажений по 3-й гармонике двух балансных смесителей, то окончательное выражение для него выглядит как:

$$\begin{split} K_{3} &= K_{31} + K_{32} = \\ &= \left\{ \left[ CG_{1}(G_{S} + G_{L}) - D(2G_{S}G_{L} + (G_{0} + 0.5G_{2})G_{L} + \right. \\ &+ G_{S}(G_{0} + 0.5G_{2})) \right] \left[ (2((G_{0} + 0.5G_{2})(G_{S} + G_{L}) + 2G_{S}G_{L})^{2} - \right. \\ &- \left. -G_{1}^{2}(G_{S} + G_{L})^{2} \right)^{2} \right] \right\} / \left\{ 4E^{3}G_{L}^{3}G_{1}^{3}G_{S}^{5} \right\}. \end{split}$$

#### В. Тройной балансный диодный смеситель

На рис. 4 представлены принципиальная и эквивалентная схемы тройного балансного диодного смесителя.

Схема тройного балансного смесителя рассматривается как параллельное соединение четырёх балансных смесителей. Следовательно, коэффициент нелинейных искажений по 3-й гармонике тройной балансной схемы определяется как сумма коэффициентов нелинейных искажений по 3-й гармонике каждой из пар диодов. Для каждой пары диодов составляются две связанные системы уравнений в БУП, результатом решения которых являются выражения для коэффициентов нелинейных искажений по 3-й гармонике, соответствующие формуле (5). Окончательно, выражение лля коэффициента нелинейных искажений по 3-й гармонике тройного балансного смесителя имеет вид:

$$\begin{split} K_{3} &= K_{31} + K_{32} + K_{33} + K_{34} = \\ &= \left\{ \left[ CG_{1}(G_{s} + G_{L}) - D(2G_{s}G_{L} + (G_{0} + 0.5G_{2})G_{L} + \right. \\ &+ G_{s}(G_{0} + 0.5G_{2})) \right] \left[ (2((G_{0} + 0.5G_{2})(G_{s} + G_{L}) + 2G_{s}G_{L})^{2} - \right. \\ &- G_{1}^{2}(G_{s} + G_{L})^{2})^{2} \right] \right\} / \left\{ 2E^{3}G_{L}^{3}G_{1}^{3}G_{s}^{5} \right\}. \end{split}$$



Рис. 4. Тройной балансный диодный смеситель: а) принципиальная схема; б) эквивалентная схема

#### V. РАСЧЁТ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

При расчете и моделировании коэффициента нелинейных искажений по 3-й гармонике всех типов диодных смесителей были использованы следующие значения элементов схемы:  $I_s = 1.14 \text{ nA},$  $E_{0m} = 0.05 \text{ B}, \quad U_{LOm} = 1 \text{ B}, \quad R_s = 50 \Omega, \quad R_L = 50 \Omega,$ частота входного сигнала 4 МГц, частота сигнала гетеродина 5 МГп. Частотный диапазон выбран так. чтобы минимизировать влияние паразитных реактивностей диода. Это позволило провести адекватное сравнение расчета и моделирования для проверки справедливости предложенного подхода. Расчёт и моделирование были проведены для двух режимов работы гетеродина - «неинтенсивного» и «интенсивного». Результаты представлены в табл. 1.

#### Таблица 1

Результаты расчёта и моделирования

Тип	Режим работы гетеродина	Коэффициент нелинейных искажений по 3-й гармонике	
схемы		Расчёт, дБ	Моделирование, дБ
Б	«Неинтенсивный»	-27.7	-26.2
	«Интенсивный»	-24.0	-25.0
ДБ	«Неинтенсивный»	-21.7	-20.0
	«Интенсивный»	-20.0	-20.4
ТБ	«Неинтенсивный»	-15.7	-14.5
	«Интенсивный»	-154	-14 1

рис. 5 Ha представлены зависимости искажений коэффициентов нелинейных по 3-й гармонике от значений сопротивления нагрузки (амплитуда напряжения гетеродина равна 1 В), а на рис. 6 – зависимости коэффициентов нелинейных искажений по 3-й гармонике от величины амплитуды напряжения гетеродина (сопротивление нагрузки равно 50 Ом). Зависимости получены для двух режимов работы гетеродина. Результаты моделирования подтверждают точность расчетных результатов, ошибка составляет не более 3 дБ.



Рис. 5. Зависимости коэффициентов нелинейных искажений по 3-й гармонике от сопротивления нагрузки



Рис. 6. Зависимости коэффициентов нелинейных искажений по 3-й гармонике от амплитуды напряжения гетеродина

#### VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен алгоритм анализа нелинейных искажений в диодных смесителях с использованием рядов Вольтерра. Для заданных в данной работе значений параметров смесителей были получены значения при расчете (моделировании) коэффициентов нелинейных искажений по 3-й гармонике для «неинтенсивного» режима работы гетеродина: -27.7 дБ (-26.2 дБ) – балансная схема, -21.7 дБ (-20.0 дБ) – двойная балансная схема, -15.7 дБ (-14.5 дБ) - тройная балансная схема; и для «интенсивного» режима работы гетеродина: -24.0 дБ (-25.0 дБ) - балансная схема, -20.0 дБ (-20.4 дБ) – двойная балансная схема, -15.4 дБ (-14.1 дБ) – тройная балансная схема. Получены зависимости коэффициента нелинейных искажений по 3-й гармонике от сопротивления нагрузки и от амплитуды напряжения гетеродина. Ошибка между результатами расчёта И моделирования не превышает 3 дБ. Нелинейный анализ диодных смесителей показал, что балансный смеситель обладает наименьшим коэффициентом нелинейных искажений по 3-й гармонике, а тройной балансный – наибольшим; за счёт вариации значений сопротивления нагрузки и амплитуды напряжения гетеродина возможна процедура расчёта минимально возможного значения коэффициента нелинейных искажений 3-й гармонике при конкретных заданных параметрах схемы. «Неинтенсивный» режим работы гетеродина

обеспечивает более низкие значения коэффициентов нелинейных искажений, чем «интенсивный».

#### ЛИТЕРАТУРА

- Mollaalipour M., Miar-Naimi H. Design and Analysis of a Highly Efficient Linearized CMOS Subharmonic Mixer for Zero and Low-IF Applications // IEEE Transactions on Very Large Scale Integration Systems. 2016. V. 24. № 6. P. 2275– 2285.
- [2] Kristensen A. T., Burg A., Balatsoukas-Stimming A. Identification of Non-Linear RF Systems Using Backpropagation // Proc. IEEE International Conference on Communications Workshops. Dublin, Ireland, 2020.
- [3] Мальцев П.П., Гнатюк Д.Л., Матвеенко О.С., Путинцев Б.Г. Приемопередающие МИС на нитриде галлия диапазона 60 ГГц // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2020. № 4. С. 208–211.
- [4] Богданович Б.М. Нелинейные искажения в приемноусилительных устройствах. М.: Связь, 1980. 280 с.
- [5] Методы нелинейных функционалов в теории электрической связи. / Под ред. Б.М. Богдановича. М.: Радио и связь, 1990. 280 с.
- [6] Свизев Г.А. Анализ искажений от модуляции выходной ёмкости в ЦАП с коммутацией токов // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2016. № 3. С. 65–72.
- [7] Lantsov V. A New Algorithm for Solving of Harmonic Balance Equations by Using the Model Order Reduction Method // Proc. 2020 Ural Symp. on Biomedical

Engineering, Radioelectronics and Information Technology. Yekaterinburg, Russia, 2020. P. 295–297.

- [8] Dasgupta A., Battikh A., Neveux G., Barataud D, Chambon C. Non-linear Modeling and Harmonic Balance Simulations of Track and Hold Amplifier // Proc. 14th European Microwave Integrated Circuits Conference. Paris, France, 2019. P. 72–75.
- [9] Pedro J. C., Carvalho N. B. Intermodulation Distortion in Microwave and Wireless Circuits. Artech House, Inc. 2003. 432 p.
- [10] Rafie M., Abdipour A., Moradi G. Nonlinear distortion analysis of an amplifier, having a large number of nonlinear elements, using Volterra series // Proc. International Conference on Recent Advances in Microwave Theory and Applications. Jaipur, India, 2008. P. 939–942.
- [11] Liu H., Wong N. Autonomous Volterra Algorithm for Steady-State Analysis of Nonlinear Circuits // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2013. V. 32. № 6. P. 858–868.
- [12] Pedro J. C., Nunes L. C., Lavrado P. M. A new large-signal intermodulation and spurious analysis tool // IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest. Seattle, WA, USA, 2013, 4 pages.
- [13] Korotkov A., Golovan O. Theory and Analysis of the Diode Frequency Mixers: Generalized Matrix Approach (Part I: Transfer Function) // Proc. Int. Symp. Signals, Circuits and Systems. Iasi, Romania, July 2021, 6 pages.
- [14] Korotkov A., Golovan O. Theory and Analysis of the Diode Frequency Mixers: Generalized Matrix Approach (Part II: Port Isolation, Mismatch Effect) // Proc. Int. Symp. Signals, Circuits and Systems. Iasi, Romania, July 2021, 4 pages.

### Nonlinear Distortion Analysis of Diode Frequency Mixers in Generalized Matrix Form Using Volterra Series

A.S. Korotkov, O.A. Golovan

Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, korotkov@spbstu.ru

Abstract — The paper is a sequel of the works, in which an analysis approach for diode mixers in the generalized matrix form by the nodal equations method is developed. This method allows full formalization of the analysis algorithm. In the papers the linear analysis of three diode mixer circuits (balanced, double-balanced triple-balanced) and is considered. The calculation and simulation results for the conversion gains of all mixer circuits, the RF-IF isolation and the LO-IF isolation are presented. Also the estimations of the maximum achievable values of these parameters, taking into account the mismatch effect of diode parameters, are presented. All results are presented for two LO operation modes: harmonic and pulse.

This paper presents an algorithm for nonlinear analysis of diode mixers using Volterra series based on the previously developed technique. The applicability of the developed technique is demonstrated on the example of analysis of the 3-rd order nonlinear distortion coefficient of three diode mixer circuits. The representation of the 3-rd harmonic of diode current in the frequency domain is obtained; based on this representation, an equivalent circuit of the mixers for the nonlinear distortion analysis is formed. The dependences of the 3-rd order nonlinear distortion coefficients on the load resistance and on the LO voltage amplitude were obtained. Calculation and simulation results are presented for two LO operation modes: harmonic and pulse. The error between the calculation and simulation results does not exceed 3 dB. Nonlinear analysis of diode mixers has shown that among all the considered mixer circuits the balance mixer has the lowest 3-rd order nonlinear distortion coefficient, and the triple balance mixer has the highest one. By varying the values of the load resistance and the LO voltage amplitude the procedure for calculating the minimum possible value of the 3-rd order nonlinear distortion coefficient at given circuit parameters is possible.

*Keywords* — diode frequency mixers, 3-rd order nonlinear distortion, nodal equations method, Volterra series method.

#### REFERENCES

[1] Mollaalipour M., Miar-Naimi H. Design and Analysis of a Highly Efficient Linearized CMOS Subharmonic Mixer for Zero and Low-IF Applications // IEEE Transactions on Very Large Scale Integration Systems. 2016. V. 24. № 6. P. 2275– 2285.

- [2] Kristensen A. T., Burg A., Balatsoukas-Stimming A. Identification of Non-Linear RF Systems Using Backpropagation // Proc. IEEE International Conference on Communications Workshops. Dublin, Ireland, 2020.
- Maltsev P.P., Gnatyuk D.L., Matveenko O.S., Putintsev B.G. GaN monolithic integrated circuits for 60 GHz transceivers // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2020. Issue 4. P. 208-211. doi:10.31114/2078-7707-2020-4-208-211
- [4] Bogdanovich B.M. Nelineinye iskazheniya v priemnousilitel'nykh ustroistvakh (Nonlinear Distortions in Receivers and Amplifiers). M.: Svyaz', 1980. 280 s.
- [5] Metody nelineinykh funktsionalov v teorii elektricheskoi svyazi (Nonlinear-Functional Methods in Telecommunication Theory) / Pod red. B.M. Bogdanovicha. M.: Radio i Svyaz', 1990. 280 s.
- [6] Svizev G.A Analiz iskazhenij ot modulyatsii vyhodnoj yomkosti v TSAP s kommutatsiej tokov (Analysis of Distortions Caused by Output Capacitance Modulation in Current-Steering DAC) Problemi Rasrabotki Perspektivnih Mikro- i Nanjelectronnih System (MES). 2016. № 3. P. 65–72.
- [7] Lantsov V. A New Algorithm for Solving of Harmonic Balance Equations by Using the Model Order Reduction Method // Proc. 2020 Ural Symp. on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology. Yekaterinburg, Russia, 2020. P. 295–297.
- [8] Dasgupta A., Battikh A., Neveux G., Barataud D, Chambon C. Non-linear Modeling and Harmonic Balance Simulations

of Track and Hold Amplifier // Proc. 14th European Microwave Integrated Circuits Conference. Paris, France, 2019. P. 72–75.

- [9] Pedro J. C., Carvalho N. B. Intermodulation Distortion in Microwave and Wireless Circuits. Artech House, Inc. 2003. 432 p.
- [10] Rafie M., Abdipour A., Moradi G. Nonlinear distortion analysis of an amplifier, having a large number of nonlinear elements, using Volterra series // Proc. International Conference on Recent Advances in Microwave Theory and Applications. Jaipur, India, 2008. P. 939–942.
- [11] Liu H., Wong N. Autonomous Volterra Algorithm for Steady-State Analysis of Nonlinear Circuits // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2013. V. 32. № 6. P. 858–868.
- [12] Pedro J. C., Nunes L. C., Lavrado P. M. A new large-signal intermodulation and spurious analysis tool // IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest. Seattle, WA, USA, 2013, 4 pages.
- [13] Korotkov A., Golovan O. Theory and Analysis of the Diode Frequency Mixers: Generalized Matrix Approach (Part I: Transfer Function) // Proc. Int. Symp. Signals, Circuits and Systems, Iasi, Romania, July 2021, 6 pages.
- [14] Korotkov A., Golovan O. Theory and Analysis of the Diode Frequency Mixers: Generalized Matrix Approach (Part II: Port Isolation, Mismatch Effect) // Proc. Int. Symp. Signals, Circuits and Systems, Iasi, Romania, July 2021, 4 pages.