

# Вычислительный алгоритм шумового анализа для двухуровневых частотно-временных моделей схем в системах автоматизации схемотехнического проектирования

М.М. Гурарий, С.Г. Русаков, С.Л. Ульянов

iprm@iprm.ru

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, г. Москва

**Аннотация** — Обсуждаются вычислительные процедуры квазипериодического шумового анализа. Алгоритмы базируются на двухуровневой модели схемы. Для шумового анализа применяется модель стационарного шумового анализа со спектральной декомпозицией случайного процесса. Приведены примеры моделирования шумовых характеристик.

**Ключевые слова** — квазипериодический шумовой анализ, схемотехническое моделирование, метод гармонического баланса, спектральная плотность шума.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Характеризация шума является важной процедурой моделирования в цикле проектирования радиотехнических схем [1,2]. Численные методы шумового анализа разработаны как для временной, так и для частотной областей. Выбор численного алгоритма определяется в значительной степени методом вычисления исходной незашумлённой характеристики схемы [3]. В частности, анализ шума нелинейных периодических режимов радиотехнических цепей основан на вычислении установившегося периодического отклика с помощью метода пристрелки или метода гармонического баланса (ГБ) [1, 4-7].

Для широкого спектра радиотехнических схем смешанные частотно-временные (mixed frequency-time - MFT) подходы более эффективны с вычислительной точки зрения, чем обычный анализ ГБ [4,6-9]. Методы MFT хорошо подходят для определения стационарных решений существенно нелинейных задач с несколькими периодическими входными сигналами. В частности, они эффективны для тактовых аналоговых схем с двумя возбуждениями, в случаях, когда тактовая частота намного выше входной частоты [6,9]. Например, методы MFT были успешно применены для фильтров с переключаемыми конденсаторами [4, 9-11]. Предложены также эффективные реализации подхода, основанные на неявно-матричных методах подпространств Крылова [8,9].

Таким образом, метод MFT позволяет найти установившееся квазипериодическое состояние в режиме большого сигнала. Полученные решения для установившегося состояния на большом сигнале используются далее для малосигнального анализа,

который часто более важен для разработчиков, чем собственно анализ на большом сигнале. Методы конечных разностей для одновременного анализа больших и малых сигналов обсуждаются в [8].

В статье представлена численная методика анализа квазипериодического шума. Классификация методов расчета квазипериодического установившегося режима приведена в разделе II. Раздел III содержит формулировку вычислительного подхода MFT в виде двухуровневой модели с использованием двумерных функций во временной области. Далее в разделе IV эта модель используется для получения малосигнальных уравнений шума, которые обеспечивают квазипериодические стационарные решения. Описанная численная схема шумового анализа MFT позволяет применять итерационные методы подпространств Крылова. Некоторые численные результаты практического моделирования представлены в разделе V.

## II. КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ РАСЧЕТА КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОГО РЕЖИМА [1]

Одной из наиболее сложных проблем моделирования радиотехнических интегральных схем является анализ многовходовых радиосхем с сильно различающимися частотами входных сигналов. Такие схемы имеют ряд отличительных особенностей и характеристик, которые затрудняют, а часто делают невозможным их моделирование с помощью стандартных методов схемотехнического анализа.

Во-первых, радиотехнические схемы предназначены для обработки узкополосных сигналов, которые представляют собой высокочастотный сигнал, модулированный по амплитуде, фазе или частоте низкочастотным информационным сигналом. При этом форма модулирующего сигнала, вообще говоря, может быть произвольной. Отношение частоты модулирующего сигнала к несущей определяет относительное частотное разрешение моделирования. Поэтому применение традиционных методов переходного анализа является чрезвычайно затруднительным, так как высокая частота несущей требует малого шага интегрирования, в то время как низкая частота модуляции определяет относительно большой интервал интегрирования.

Вторая особенность радиотехнических схем состоит в том, что они должны работать в режиме, близком к линейному, для исключения искажений информационного сигнала при его прохождении от входа к выходу. Однако существует ряд схем (например, смесители), в которых обработка сигнала осуществляется в строго нелинейном режиме. В случае смесителей можно говорить о строго нелинейном режиме лишь по отношению к сигналу генератора.

Кроме перечисленных особенностей многоходовых радиотехнических схем можно указать ряд специфических характеристик и параметров, расчет которых необходим, но представляет значительную трудность для традиционных методов анализа. К ним можно отнести оценку нелинейных искажений, показатели гармонических, интермодуляционных и перекрестных искажений, коэффициентов блокирования, преобразования, подавления сигналов, шумовые характеристики.

Прохождение узкополосного сигнала через нелинейную радиотехническую схему приводит в результате к сигналу, который характеризуется относительно разреженным спектром, содержащим кластеры частот около гармоник несущей частоты. Данные кластеры представляют собой дискретное множество частот в случае модуляции периодическим или квазипериодическим сигналом. Это свойство разреженности спектра используется в той или иной мере и с разной степенью успеха при построении

специализированных методов анализа радиотехнических схем.

На рис. 1 представлен спектр сигнала для случая двухтонового входного воздействия, где  $K_1$ ,  $K_2$  - соответственно количество гармоник высокой частоты и частоты модулирующего сигнала, требуемых для адекватного представления квазипериодического сигнала ( $T_1$ ,  $T_2$  - периоды сигналов).

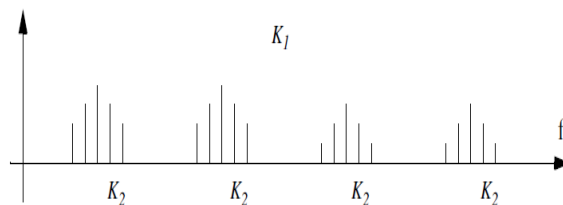


Рис. 1. Спектр сигнала при двухтоновом воздействии

Методы решения задачи определения установившегося квазипериодического режима можно классифицировать по числу гармоник  $K_1$ ,  $K_2$ , области анализа процессов, связанных с периодами  $T_1$ ,  $T_2$  и переменными анализа, а также по уровню входного сигнала. Результаты такой классификации для произвольного уровня входных сигналов приведены в табл.1.

Таблица 1

Методы моделирования

Метод	Спектр сигнала		Анализ процессов		Переменные
	$K_1$	$K_2$	$T_1$	$T_2$	
ГБ	малое	малое	F	F	Двумерное множество гармоник
Смешанный частотно-временной	большое	малое	T	F	Гармоники начальных значений по периоду быстрого сигнала
ГБ с переменными коэффициентами Фурье	малое	большое	F	T	Гармоники зависят от времени
Продолжения огибающей	большое	большое	T	T	Начальные значения по периоду быстрого сигнала
Дифференциальных уравнений в частных производных	большое	очень большое	T	T	Двумерное множество временных точек

Методы моделирования многоходовых радиотехнических схем в случае малого сигнала по одному из входов рассмотрены в [12].

Метод гармонического баланса применяется для расчета установившегося квазипериодического режима в случае, если сигналы могут быть хорошо аппроксимированы с помощью усеченных рядов Фурье. Основная проблема при применении метода для расчета нелинейных схем заключается в преобразовании сигналов из временной области в частотную область и обратно.

Смешанный частотно-временной метод MFT применяется при воздействии на схему двух или более периодических сигналов с сильно различающимися частотами, причем высокочастотный сигнал требует для своего описания большого числа гармоник. Двухтоновый квазипериодический сигнал можно рассматривать как периодически модулированный периодический сигнал высокой частоты. При этом, если для представления низкочастотного модулирующего сигнала требуется небольшое число гармоник  $K_2$ , то для восстановления полного квазипериодического сигнала необходимо интегрирование ОДУ или решение

краевой задачи на  $2K2+1$  интервалах  $T_1$ , равномерно распределенных на периоде модуляции. Для решения краевых задач применяется алгоритм пристрелки, поэтому смешанный частотно-временной метод можно рассматривать как квазипериодический метод пристрелки. Вычислительная схема метода имеет иерархическую структуру, причем верхний уровень соответствует решению нелинейных уравнений в частотной области, а нижний - во временной. В результате применения метода получаются гармоники начальных значений узловых переменных для каждого из временных интервалов. На основании полученных гармоник могут быть рассчитаны как частотное (спектр), так и временное представления сигналов.

Метод гармонического баланса с переменными коэффициентами Фурье применяется для моделирования схем при воздействии модулированного высокочастотного сигнала, когда модулирующий сигнал не является гармоническим или полигармоническим, а может быть, в частности, импульсным. Для применения метода требуется, чтобы огибающая квазипериодического сигнала изменялась достаточно медленно на периоде высокочастотного сигнала. В этом случае метод можно рассматривать как применение модифицированного метода ГБ для различных временных точек на периоде  $T_2$ . Метод обеспечивает расчёт зависящих от времени коэффициентов Фурье огибающей. При этом общее время моделирования этим методом оценивается произведением количества временных точек на время проведения одного модифицированного ГБ. Данный метод целесообразно применять для расчета схем при наличии сложной цифровой модуляции.

Метод продолжения огибающей позволяет рассчитывать огибающую квазипериодического сигнала и основан на применении метода пристрелки. Вычислительная эффективность метода достигается при условии достаточно медленного изменения огибающей во времени за счет пропуска нескольких периодов высокой частоты и решения граничной задачи только для небольшого количества интервалов.

Метод дифференциальных уравнений в частных производных применяется для расчета квазипериодического режима при входных воздействиях с сильно различающимися частотами и основан на представлении временных сигналов функциями многих переменных.

### III. ДВУХУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ СМЕШАННОГО ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОГО АНАЛИЗА

Метод MFT - это метод получения квазипериодического стационарного решения модельных дифференциальных уравнений схемы [4,6]:

$$\frac{d}{dt}q(x(t)) + i(x(t)) + b(t) = 0 \quad (1)$$

где  $q$ ,  $x$ ,  $b$  - векторы зарядов, узловых напряжений и сигналов независимых источников.

Основные идеи подхода MFT были представлены в [4, 6-9]. Основное предположение метода MFT состоит в том, что схема имеет квазипериодический устойчивый отклик в случаях, если квазипериодический сигнал содержит резкие переходы [9].

Вычислительную модель для метода MFT можно рассматривать как двухуровневую модель: низкий уровень описывается во временной области, а высокий уровень - в частотной области. Далее рассматривается упрощенный случай двухтонального возбуждения.

Ниже подход MFT описан с использованием формы двумерной функции [13,14]. Квазипериодическая функция  $x(t)$  с двумя периодами  $T_1, T_2$  может быть представлена двумерной функцией  $\hat{x}(\tau_1, \tau_2)$ , такой, что

$$x(t) = \hat{x}(t, t) \quad (2)$$

Функция  $\hat{x}(\tau_1, \tau_2)$  является  $T_1$  - периодической в  $\tau_1$  и  $T_2$  - периодической в  $\tau_2$ , т. е.

$$\hat{x}(\tau_1 + T_1, \tau_2) = \hat{x}(\tau_1, \tau_2) \quad (3)$$

$$\hat{x}(\tau_1, \tau_2 + T_2) = \hat{x}(\tau_1, \tau_2) \quad (4)$$

Стационарное решение (1) существует только в том случае, если входные сигналы являются квазипериодическими функциями и также могут быть представлены двумерной функцией  $\hat{b}(\tau_1, \tau_2)$ . В большинстве практических случаев вектор входных сигналов состоит из двух периодических функций с периодами  $T_1, T_2$ . В таких случаях существует простое объяснение двумерной функции  $\hat{x}(\tau_1, \tau_2)$ , она показывает зависимость переменных схемы от фаз входных сигналов  $(\tau_1, \tau_2)$ .

Уравнения модели схемы для анализа MFT могут быть представлены следующим образом. Определим одномерную функцию  $\tilde{x}(\tau)$  таким образом, чтобы

$$\tilde{x}(\tau) = \hat{x}(\tau, 0) \quad (5)$$

Функция  $\hat{x}(\tau, 0)$  соответствует состоянию схемы, когда фаза второго входного сигнала равна нулю. Состояния после момента  $\tau$  могут быть описаны уравнением

$$\frac{d}{dt}q(x(t)) + i(x(t)) + \hat{b}(\tau + t, t) = \quad (6)$$

Тогда можно показать, что

$$x(\tau + t) = \hat{x}(\tau + t, t) \quad (7)$$

Пусть  $\varphi(x, \tau, t)$  - функция перехода состояния для уравнения (6). Функция перехода дает зависимость переменных схемы во времени от их начальных значений  $x$  в момент времени  $\tau$ . Для упрощения обозначим далее  $\phi(x, \tau) = \varphi(x, \tau, \tau + T_2)$ .

Выражения (3,4,5,7) приводят к модели MFT в следующем виде:

$$\phi(\tilde{x}(\tau), \tau) = \tilde{x}(\tau + T_2) \quad (8)$$

Уравнение (8) относительно неизвестных функций  $\tilde{x}(\tau)$ , можно рассматривать как модель "схемы", содержащую нелинейную составляющую с вольт-амперными характеристиками  $\phi(\tilde{x}, \tau)$  и заземленными элементами задержки в каждом узле.

Для решения (8) с периодическим условием  $\tilde{X}(\tau + T_1) = \tilde{X}(\tau)$  применяется метод гармонического баланса. Метод ГБ [1,4] представляет (8) как систему нелинейных алгебраических уравнений относительно гармоник переменных схемы  $\tilde{X}$

$$H(\tilde{X}) = \Phi(\tilde{X}) + Y \cdot \tilde{X} = 0, \quad (9)$$

где  $\tilde{X} = \Gamma \tilde{x}$ ,  $\Gamma$  обозначает преобразование Фурье, диагональная матрица  $Y$  соответствует операции задержки диагональная матрица  $\Phi$  соответствует  $Y_{kk} = \{-e^{-j2\pi k T_2 / T_1}\}$  операции задержки. Векторная функция  $\Phi$  определяется следующим образом:  $\Phi(\tilde{X}) = \Gamma \phi(\Gamma^{-1} \tilde{X})$ .

Обычно для нахождения решения нелинейной системы (9) применяется метод Ньютона. Следующая линейная задача должна решаться на каждой итерации Ньютона:

$$J \Delta \tilde{X} = -H(\tilde{X}), \quad (10)$$

где  $J$ -гармонический якобиан. Для рассматриваемой модели МФТ гармонический якобиан имеет вид  $J = \Phi_x + Y$ . Матрица  $\Phi_x$  состоит из элементов, которые выражаются гармониками частных производных  $\Phi_x = \Gamma \phi_x \Gamma^{-1}$  для функции перехода состояния. Здесь

$$\phi_x(\tau) = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}(\tau)} \phi(\tilde{x}(\tau), \tau)$$

Для формирования матрицы Якоби и вектора правых частей системы (10) на каждой итерации метода Ньютона решается система ОДУ (6) совместно с интегрированием однородного малосигнального уравнения относительно частных производных функции перехода состояния  $\phi_x(\tau, t)$ :

$$\frac{d}{dt}(C(t)\phi_x(\tau, t)) + G(t)\phi_x(\tau, t) = 0, \quad (11)$$

где  $\phi_x(\tau, t) = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \phi(\tilde{x}(\tau), \tau, \tau + t)$ . Здесь  $G(t)$ ,  $C(t)$  - матрица проводимостей и матрица емкостей, соответственно. Это уравнение решается на интервале  $0 < t < T_2$

#### IV. СМЕШАННЫЙ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ ШУМОВОЙ АНАЛИЗ

##### A. Шумовые уравнения для смешанного частотно-временного анализа

Различные численные методы используются на практике для вычисления характеристик шума (см., например, [3,13-20]). Для обеспечения анализа шума МФТ мы применяем подход [20], предложенный для анализа переходного шума. Подход основан на представлении каждого источника шума в виде суммы гармоник с некоррелированными случайными величинами.

$$u^{(k)}(t) = \sum_{l=1}^L \tilde{\xi}_l s^{(k)}(\omega_l, t) e^{j\omega_l t}. \quad (12)$$

Здесь  $k=1,2,\dots,K$ ,  $K$  - количество источников шума,  $s^{(k)}(\omega_l, t)$  - квадратный корень из модулированной спектральной плотности,  $\xi_l = \tilde{\xi}_l \sqrt{S_{u_s}(\omega_l)}$  - некоррелированные случайные значения с дисперсией  $\Delta\omega_l$ , где  $\Delta\omega_l = \omega_l - \omega_{l-1}$  - частотный интервал шума.

Линеаризация уравнения схемы для решения без помех большого сигнала приводит к следующему уравнению относительно вектора шумового отклика  $y(t)$ :

$$\frac{d}{dt}(C(t)y(t)) + G(t)y(t) + Au(t) = 0 \quad (13)$$

Здесь  $A$  - матрица инцидентий, указывающая на подключение источников шума. Уравнение (13) представляет собой линейную дифференциальную систему с изменяющимися во времени коэффициентами. Поэтому общая характеристика шума может быть вычислена как суперпозиция характеристик шума на каждую гармонику каждого источника шума:

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \tilde{\xi}_l y^{(k)}(\omega_l, t). \quad (14)$$

Включив (12) в (13) и используя подстановку

$$y^{(k)}(\omega_l, t) = z^{(k)}(\omega_l, t) e^{j\omega_l t} \quad (15)$$

получены следующие основные уравнения для характеристики шума [20]:

$$\frac{d}{dt}(C(t)z^{(k)}(\omega_l, t)) + \quad (16)$$

$$(G(t) + j\omega_l C(t))z^{(k)}(\omega_l, t) + a s^{(k)}(\omega_l, t) = 0$$

$$l=1,2,\dots,L \text{ и } k=1,2,\dots,K,$$

которые должны быть проинтегрированы на желаемом временном интервале.

### V. Стационарные решения для шумовых уравнений смешанного частотно-временного анализа

Для выполнения шумового анализа необходимо найти стационарное решение уравнения (16), которое также может быть представлено двумерной функцией  $\hat{z}^{(k)}(\omega_l, \tau_1, \tau_2)$ . Аналогично методу MFT для большого сигнала, мы вводим одномерную функцию  $\tilde{z}^{(k)}(\omega_l, \tau) = \hat{z}^{(k)}(\omega_l, \tau, 0)$ . Тогда аналог уравнения (8) имеет вид:

$$\tilde{z}^{(k)}(\omega_l, \tau + T_2) = \psi(\tilde{z}^{(k)}(\omega_l, \tau), \tau, \tau + T_2). \quad (17)$$

Функция перехода состояния  $\psi(\tilde{z}^{(k)}(\omega_l, \tau), \tau, \tau + T_2)$  линейна по отношению к  $\tilde{Z}(\tau)$  в связи с линейностью дифференциального уравнения (16). Частные производные функции перехода состояния для уравнения (13) и уравнения (6) одинаковы, поскольку они определяются системой (11). С учетом (15) получаем

$$\psi(\tilde{z}^{(k)}(\omega_l, \tau), \tau, \tau + T_2) = \phi_x(\tau) \cdot e^{-j\omega_l T_2} \cdot \tilde{z}^{(k)}(\omega_l, \tau) + \lambda^{(k)}(\omega_l, \tau) \quad (18)$$

где  $\lambda^{(k)}(\omega_l, \tau)$  - решение уравнения (16) на момент  $t+T_2$  с нулевыми начальными значениями в момент  $\tau$ .

Из (17) мы можем получить окончательное шумовое уравнение

$$\phi_x(\tau) \cdot e^{-j\omega_l T_2} \cdot \tilde{z}^{(k)}(\omega_l, \tau) - \tilde{z}^{(k)}(\omega_l, \tau + T_2) + \lambda^{(k)}(\omega_l, \tau) = 0 \quad (19)$$

Применяя метод ГБ к (19), мы получаем линейную алгебраическую систему для каждой частоты шума

$$J(\omega_l)Z^{(k)}(\omega_l) = \Lambda^{(k)}(\omega_l)e^{j\omega_l T_2}, \quad (20)$$

где  $\Lambda^{(k)}(\omega_l) = \Gamma\lambda^{(k)}(\omega_l)$  и  $J(\omega_l) = \Phi_x + Y \cdot e^{j\omega_l T_2}$ .

### C. Вычисление спектральной плотности

Получив значения  $Z^{(k)}(\omega_l)$ , мы можем вычислить начальные условия для уравнения (16) во всех точках выборки. Интегрируя (6) и (16) с полученными начальными условиями, мы получаем решения  $\hat{z}^{(k)}(\omega_l, \tau_i, t)$  для каждой точки выборки  $i$ . Одновременно с интегрированием (16) вычисляются коэффициенты Фурье  $Z_{m_1 m_2}^{(k)}(\omega_l)$  для выходного узла.

Тогда спектральная плотность мощности может быть определена следующим выражением

$$S^{out}(\omega_n) = \sum_{m_1} \sum_{m_2} |Z_{m_1 m_2}^{(k)}(\omega_n - m_1 \Omega_1 - m_2 \Omega_2)|^2 \quad (21)$$

где  $|Z_{m_1 m_2}^{(k)}(\omega_l)|^2 = \sum_k |Z_{m_1 m_2}^{(k)}(\omega_l)|^2$  и  $m_1, m_2$  - номера гармоник.

### D. Вычислительная процедура

Вычислительная процедура включает в себя следующие этапы:

1. Решить уравнения MFT для большого сигнала; определить значения в частотной области  $\tilde{X}, \Phi_x, Y$ .

2. Для каждой точки выборки  $\tau_i$  выполнить следующие действия:

- определить значения переменных схемы  $\tilde{x}$  во временной области с помощью обратного преобразования Фурье,

- интегрировать уравнение (6) в интервале  $(\tau_i, \tau_i + T_2)$  с полученными начальными значениями и внешними возбуждениями  $\hat{b}(\tau_i + t, t)$ ,

- интегрировать уравнения (16) с нулевыми начальными значениями для всех источников шума и частот шума.

3. Вычислить все векторы правых частей в частотной области  $\Lambda^{(k)}(\omega_l)$  с помощью преобразования Фурье решений уравнений шума во временных точках  $\tau_i + T_2$

4. Решить все линейные системы (20).

5. Вычислить спектральную плотность мощности в выходном узле с помощью (21).

### V. Численные экспериментальные результаты

Описанная методика моделирования шумовых характеристик включена в состав процедур схемного симулятора. В этом разделе приведены два примера практического применения разработанной методики.

Первым примером является фрагмент схемы непрерывного дельта-сигма-модулятора второго порядка [21]. Эта схема может характеризоваться сильно различающимися тактовыми и входными частотами, а также относительно большой амплитудой входного сигнала. Входной сигнал имеет частоту синусоидального сигнала - 1 кГц и амплитуду 1 В. Тактовый сигнал имеет частоту 1024 кГц и амплитуду 5 В. В этом случае желательно применить смешанный частотно-временной анализ MFT. Установившийся отклик, полученный методом MFT, показан на рис. 2. Рис. 3 демонстрирует вычисленную спектральную плотность мощности (СПМ) шума в выходном узле. Рис. 3 иллюстрирует также влияние фликкер шума на СПМ. Из рисунка видно, что этот эффект значителен в низкочастотной области шумовой характеристики.

Второй пример - эллиптический фильтр низких частот пятого порядка на коммутируемых конденсаторах [16]. Входной сигнал имеет частоту синусоидального сигнала 1 кГц и амплитуду 1 В. Тактовый сигнал имеет частоту 128 кГц и амплитуду 5В. Результаты моделирования приведены на рис. 4,5. Вычисленные установившееся решение показано на рис. 4. Вычисленные СПМ характеристики без учёта

фликкер шума (1) и с СПМ характеристики с учётом влияния фликкер шума (2) показаны на рис. 5.

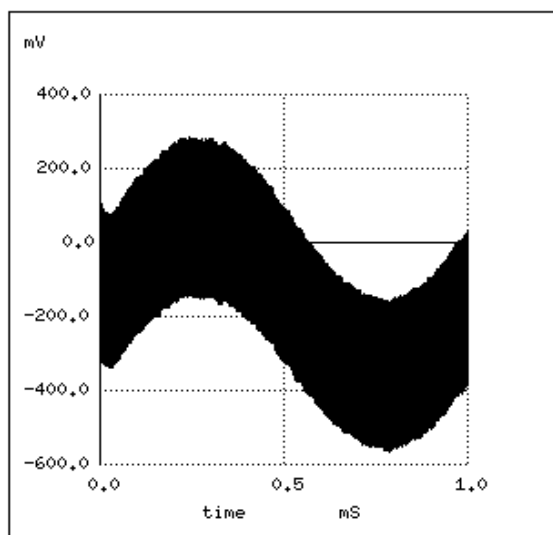


Рис. 2. Смоделированный выходной сигнал для схемы дельта-сигма-модулятора второго порядка

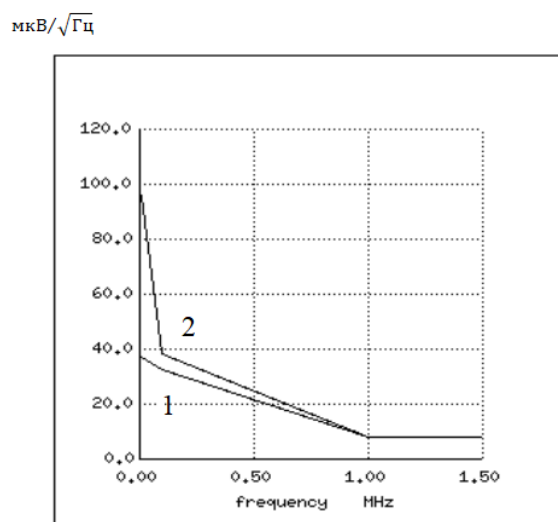


Рис. 3. Смоделированная спектральная плотность шума в выходном узле схемы дельта-сигма-модулятора без учёта фликкер шума (1) и с учётом влияния фликкер шума (2)

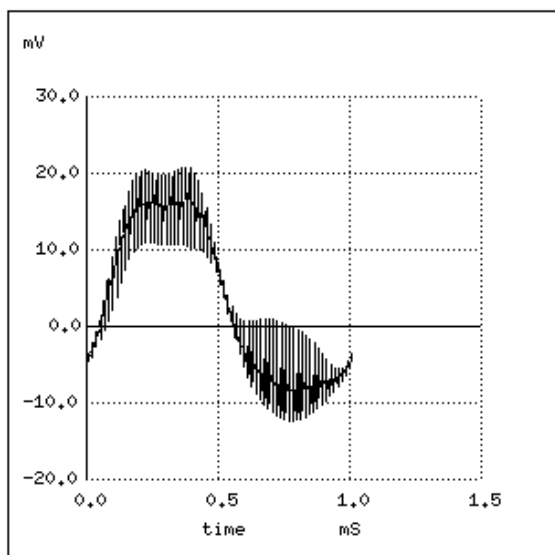


Рис. 4. Смоделированный выходной сигнал для схемы эллиптического фильтра

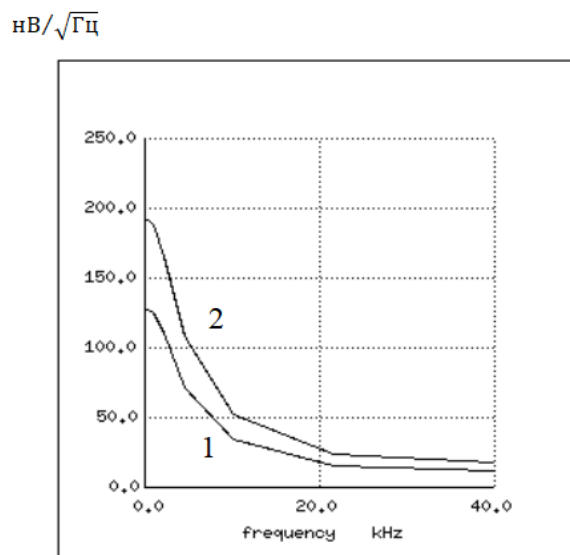


Рис. 5. Смоделированная спектральная плотность шума в выходном узле схемы эллиптического фильтра низких частот без учёта фликкер шума (1) и с учётом влияния фликкер шума (2)

## VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанный численный метод обеспечивает моделирование шумовых характеристик после квазипериодического стационарного анализа на большом сигнале на основе смешанного частотно-временного метода. В результате шумовой анализ многотоновых радиотехнических интегральных схем может быть выполнен на транзисторном уровне с помощью стандартных схемных симуляторов.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Актуальные проблемы моделирования в системах автоматизации схемотехнического проектирования/ под ред. А.Л. Стемповского – М.: Наука, 2003.-430 С.
- [2] P. Gray, R. Meyer, Analysis and Design of Analog Integrated Circuits - John Wiley & Sons, 1984.
- [3] A. Demir, A. Sangiovanni-Vincentelli, Analysis and Simulation of Noise in Nonlinear Electronic Circuits and Systems - Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [4] K.S. Kundert, J. White, A. Sangiovanni-Vincentelli, Steady-State Methods for Simulating Analog and Microwave Circuits – Boston: Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [5] P. Feldmann, B. Melville, and D. Long, Efficient frequency domain analysis of large nonlinear analog circuits // in Proc. IEEE Custom Integrated Circuits Conf. 1996. P. 461-464.
- [6] K.S. Kundert, Introduction to RF Simulation and its Application // IEEE J. of Solid State Circuits. 1999. vol. 34. No 9. P. 1298-1319.
- [7] L.O. Chua, A. Ushida, Algorithms for computing almost periodic steady-state response of nonlinear systems to multiple input frequencies // IEEE Trans. Circuits and Systems. 1981. Vol. 28. No 10. P. 953-971.
- [8] B. Yang, D. Feng Efficient finite-difference method for quasi-periodic steady-state and small signal analyses// in Proc. of International Conf. on Computer-Aided Design. 2000. P. 272-276.
- [9] D. Feng, J. Phillips, K. Nabors, K. Kundert, J. White, Efficient Computation of quasi-periodic circuit operating conditions via a mixed frequency/time approach // in Proc. 36 Design Automation Conf. 1999. P. 635-640.
- [10] Vasudevan, M. Ramakrishna, Computation of the average and harmonic noise power-spectral density in switched-capacitor circuits // IEEE Trans. on Circuits and Systems I: 2004. vol. 51. no. 11. P. 2165-2174.
- [11] K. Kundert, Simulating Switched-Capacitor Filters with SpectreRF, URL: <http://www.designers-guide.org> (06.07.2006).
- [12] Гурарий М.М., Жаров М.М., Русаков С.Г., Ульянов С.Л. Метод малосигнального анализа для моделирования многочастотных радиотехнических схем // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем - 2008. Сборник научных трудов / под общ. ред. А.Л.Стемповского. М. ИППМ РАН, 2008. С.71-76.
- [13] H.G. Brachtendorf, G. Welsch, R. Laur, A. Bunse-Gerstner, Numerical steady state analysis of electronic circuits driven by multi-tone signals // Electrical Engineering. 1996. No 79. P. 103-112.
- [14] J. Roychowdhury, Efficient methods for simulating highly nonlinear multirate circuits // in Proc. 34th Design Automation Conf. 1997. P. 269-274.
- [16] A. Demir, E. Liu, A. Sangiovanni-Vincentelli Time domain non Monte-Carlo noise simulation for nonlinear dynamic circuits with arbitrary excitations // IEEE Trans. on Computer-Aided Design. 1996. vol. 15. No 5. P. 493-505.
- [17] M. Okumura, H. Tanimoto, T. Itakura, T. Sugawara, Numerical Noise Analysis for Nonlinear Circuits with a Periodic Large Signal Excitation Including Cyclostationary Noise Sources // IEEE Trans. on Circuits and Systems - I, 1993. vol. 40. No 9. P. 581-590.
- [18] V. Rizzoli, F. Mastri, and D. Masotti, General noise analysis of nonlinear microwave circuits by the piecewise harmonic-balance technique // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1994. vol. 42. No 5. P. 807-819.
- [19] J. Roychowdhury, D. Long, P. Feldmann, Cyclostationary Noise Analysis of Large RF Circuits with Multitone Excitations // IEEE J. of Solid-State Circuits. 1998. vol. 33. No 3. P. 324-336.
- [19] R. Telichevesky, K. Kundert, J. White, Efficient AC and Noise Analysis of Two-Tone RF Circuits // in Proc. IEEE Design Automation Conf. 1996. P. 292-297.
- [20] M. M. Gourary, S. G. Rusakov, S. L. Ulyanov, M. M. Zharov, and B. J. Mulvaney, A new numerical method for transient noise analysis of nonlinear circuits // in Proc. Asia and South Pacific Design Automation Conf. 1999. P.165-168.
- [21] A.Opal Sampled Data Simulation of Linear and Nonlinear Circuits // IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1996. Vol. 15. No. 3. P. 295-307.

## Numerical Technique of Noise Analysis based on Two-Level Mixed Frequency–Time-models for Circuit Simulators

M.M. Gourary, S.G. Rusakov, S.L. Ulyanov  
ippm@ippm.ru

Institute for design problems in microelectronics of RAS, Moscow

**Abstract** — The numerical procedures of quasi-periodic noise analysis are considered. The algorithms are based on two-level circuit model. The modulated stationary noise models with spectral decomposition of stochastic process are used.

The proposed numerical technique provides quasiperiodic noise analysis after large signal quasi-periodic steady state analysis based on mixed frequency-time technique. As a result noise characterization of the widely used multitone RF

**circuits can be performed at the transistor level by the conventional circuit simulator.**

**Keywords — quasi-periodic noise analysis, circuit simulation, harmonic balance method, noise spectral density.**

#### REFERENCES

- [1] Aktualnye problemy modelirovaniya v sistemah shemotekhnicheskogo proektirovaniya (Actual simulation problems in computer-aided circuit design systems) - Moscow: Nauka, 2003.
- [2] P. Gray, R. Meyer, Analysis and Design of Analog Integrated Circuits, John Wiley & Sons, 1984.
- [3] A. Demir, A. Sangiovanni-Vincentelli, Analysis and Simulation of Noise in Nonlinear Electronic Circuits and Systems, Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [4] K.S. Kundert, J. White, A. Sangiovanni-Vincentelli, Steady-State Methods for Simulating Analog and Microwave Circuits, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1990.
- [5] P. Feldmann, B. Melville, and D. Long, "Efficient frequency domain analysis of large nonlinear analog circuits," in Proc. IEEE Custom Integrated Circuits Conf., pp. 461-464, 1996.
- [6] K.S. Kundert, "Introduction to RF Simulation and its Application", IEEE J. of Solid State Circuits, vol. 34, N 9, pp. 1298-1319, September 1999.
- [7] L.O. Chua, A. Ushida, "Algorithms for computing almost periodic steady-state response of nonlinear systems to multiple input frequencies", IEEE Trans. Circuits and Systems, 28, pp. 953-971, 1981.
- [8] B. Yang, D. Feng "Efficient finite-difference method for quasi-periodic steady-state and small signal analyses," in Proc. of International Conf. on Computer-Aided Design, pp. 272-276, 2000.
- [9] D. Feng, J. Phillips, K. Nabors, K. Kundert, J. White, "Efficient Computation of quasi-periodic circuit operating conditions via a mixed frequency/time approach", in Proc. Of 36 Design Automation Conference, pp. 635-640, June 1999.
- [10] Vasudevan, M. Ramakrishna, "Computation of the average and harmonic noise power-spectral density in switched-capacitor circuits", IEEE Transactions on Circuits and Systems I: , vol. 51, no. 11, pp. 2165-2174, 2004.
- [11] K. Kundert, Simulating Switched-Capacitor Filters with SpectreRF, www.designers-guide.org . July 2006
- [12] M. M. Gourary, S. G. Rusakov, S. L. Ulyanov, M. M. Zharov. "Signal Analysis Technique to Simulate Multi- Small Frequency RF circuits" - 2008. Proceedings / edited by A. Stempkovsky, Moscow, IPPM RAS, 2008. P. 71-76.
- [13] H.G. Brachtendorf, G. Welsch, R. Laur, A. Bunse-Gerstner, "Numerical steady state analysis of electronic circuits driven by multi-tone signals", Electrical Engineering, 79, pp. 103-112, 1996.
- [14] J. Roychowdhury, "Efficient methods for simulating highly nonlinear multirate circuits", in Proc.34th Design Automation Conf., June 1997.
- [16] A. Demir, E. Liu, A. Sangiovanni-Vincentelli, "Time domain non Monte-Carlo noise simulation for nonlinear dynamic circuits with arbitrary excitations", IEEE Trans. on Computer-Aided Design, vol. 15, pp. 493-505, 1996.
- [17] M. Okumura, H. Tanimoto, T. Itakura, T. Sugawara, "Numerical Noise Analysis for Nonlinear Circuits with a Periodic Large Signal Excitation Including Cyclostationary Noise Sources", IEEE Trans. on Circuits and Systems - I, vol. 40, N 9, pp. 581-590, 1993.
- [18] V. Rizzoli, F. Mastri, and D. Masotti, "General noise analysis of nonlinear microwave circuits by the piecewise harmonic-balance technique," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 42, pp. 807-819, May 1994.
- [19] J. Roychowdhury, D. Long, P. Feldmann, "Cyclostationary Noise Analysis of Large RF Circuits with Multitone Excitations", IEEE J. of Solid-State Circuits, vol. 33, N 3, pp. 324-336, 1998.
- [19] R. Telichevesky, K. Kundert, J. White, "Efficient AC and Noise Analysis of Two-Tone RF Circuits", in Proc. IEEE DAC, pp. 292-297, 1996.
- [20] M. M. Gourary, S. G. Rusakov, S. L. Ulyanov, M. M. Zharov, and B. J. Mulvaney, "A New Method for Transient Noise Analysis", in Proc. ASP-DAC, pp.165-168, 1999.
- [21] A. Opal "Sampled Data Simulation of Linear and Nonlinear Circuits", IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol. 15, No. 3, pp. 295-307, March 1996.