Исследование цифровых рекурсивных формирователей отсчетов комплексных гармонических сигналов

Т.В. Наумович

Вятский государственный университет, г. Киров, ntv_new@mail.ru

Аннотация — В работе представлена классификация синтезаторов частоты, в состав одних из которых входят исследуемые рекурсивные формирователи отсчетов комплексных гармонических сигналов. Показано, что рассматриваемые формирователи являются частным случаем рекурсивных формирователей полиномиальнофазовых сигналов произвольной степени. Исследуемые формирователи представлены как неустойчивые цифровые фильтры с полюсом на единичной окружности в z-плоскости. Рассмотрены эффекты, связанные с процессом квантования в структуре формирователя, в результате чего происходит смещение полюса с единичной окружности. Рассмотрена структура, В которой квантование не приводит к смещению полюса с Описано моделирование окружности. процесса формирования отсчетов сигнала в Simulink.

Ключевые слова — Прямой цифровой синтез, полиномиально-фазовые сигналы, рекурсивное формирование отсчетов, квантование, структуры формирователей.

I. Введение

Генерация различных сигналов является одной из важных задач при реализации устройств радиотехнических систем. Наиболее часто требуется формирование гармонических сигналов. Для генерации таких сигналов в современных системах применяются синтезаторы частоты. Под синтезом частоты понимается процесс формирования сигнала с заданной формой и с заданными параметрами под управлением некоторого опорного генератора. При построении синтезаторов частот применяются различные принципы [1-6] (рис. 1).

Когерентные синтезаторы, в отличие от некогерентных позволяют формировать сигналы с точностью до фазы. В данной работе рассматриваются топько когерентные синтезаторы. Синтезаторы реализуются как аналоговые [7]-[9], так и цифровые устройства [10]-[14]. Данная работа посвящена нифровым синтезаторам. При косвенном синтезе (indirect synthesis) как правило применяется фазовая автоподстройка частоты [14]-[17]. При прямом синтезе (direct synthesis) лля формирования сигнала используются отсчеты сигнала (дискретные во времени и квантованные по уровню) [18]-[21]. Одним из способов реализации устройств прямого цифрового синтеза (DDS) предусматривает применение постоянных запоминающих устройств, в которых

записаны значения предварительно вычисленных значений формируемого сигнала. На рис. 1 эти синтезаторы обозначены как табличные [10], [14], [18], [21], [22]. В данной работе исследуются синтезаторы, которые относятся к классу синтезаторов, с вычислением отсчетов сигнала в реальном масштабе времени [10], [18], [21], а конкретно к подклассу, характеризуемому рекурсивным вычислением отсчетов [10], [14], [18].



Рис. 1. Классификация частотных синтезаторов



Рис. 2. Структура цифровых формирователей сигналов на основе прямого частотного синтеза

Структура формирователей на основе прямого синтеза иллюстрируется рис. 2. Основным элементом является блок числового управления отсчетами сигнала (NCO – Numerically Controlled Oscillator), который вычисляет отсчеты сигнала в соответствии с заданными параметрами. Далее происходит восстановление непрерывного сигнала из последовательности отсчетов при помощи цифроаналогового преобразователя DAC. В работе рассматривается реализация только блока NCO.

Наши работы [23] - [26] посвящены разработке цифровых рекурсивных формирователей комплексных отсчетов полиномиально-фазовых сигналов (ПФС)

$$y_{n,k} = y_n(kT) = a \exp\left(j2\pi \sum_{i=0}^n d_{n,i}(kT)^{n-i}\right),$$
 (1)

где a – амплитуда сигнала, T – период дискретизации, k = 0, ..., K, n – степень полинома и соответственно степень ПФС, $d_{n,i}$ – коэффициенты полиномов, определяемые параметрами ПФС. ПФС нулевой, первой, второй и третьей степени – это соответственно константа, гармонический сигнал, сигналы с линейной и квадратичной модуляцией. В [26] представлен алгоритм рекурсивного вычисления отсчетов ПФС произвольной степени, проведено моделирование соответствующих синтезаторов. Моделирование подтвердило работоспособность синтезаторов (в том числе рекурсивных синтезаторов ПФС первой степени) при их работе в арифметике с плавающей точкой.

Данная работа посвящена исследованию рекурсивных формирователей комплексных отсчетов гармонических сигналов в арифметике с фиксированной точкой и конечной длиной слова.

II. РЕКУРСИВНОЕ ФОРМИРОВАНИЕ ОТСЧЕТОВ ПФС

Отсчеты комплексного ПФС *n* -й степени (1) можно представить следующим образом:

$$y_{n,k} = a u_{n,k} , \qquad (2)$$

где

$$u_{n,k} = \exp(j2\pi\varphi_{n,k}), \qquad (3)$$

$$\varphi_{n,k} = \sum_{i=0}^{n} c_{n,i} k^{n-i} , \qquad (4)$$

$$c_{n,i} = d_{n,i} T^{n-i}$$
 (5)

Преобразования, описанные нами в [23], позволяют получить следующее рекурсивное выражение

$$u_{n,k} = u_{n,k-1} u_{n-1,k} \,. \tag{6}$$

Отсчеты $u_{n-1,k}$ тоже являются отсчетами ПФС, но степень этого ПФС на единицу меньше.

Таким образом, для получения $u_{n,k}$ необходимо выполнить следующую последовательность вычислений

$$u_{0,k} \to u_{1,k} \to u_{2,k} \to \dots \to u_{n-1,k} \to y_{n,k}, \qquad (7)$$

где

ı

$$u_{n-m,k} = \exp(j2\pi\varphi_{n-m,k}) = u_{n-m,k-1}u_{n-m-1,k}, \quad (8)$$

$$m = 0, \dots, n-1.$$
 (9)

Элементы вектора коэффициентов

$$\mathbf{c}_{n} = \begin{bmatrix} c_{n,0} & c_{n,1} & \dots & c_{n,n} \end{bmatrix}$$
(10)

 $c_{n,i}$ определяются требованиями к формируемому ПФС *n*-й степени. Коэффициенты же полиномов меньших степеней вычисляются по значениям коэффициентов полиномов больших степеней в последовательности

$$\mathbf{c}_n \to \mathbf{c}_{n-1} \to \dots \to \mathbf{c}_2 \to \mathbf{c}_1 \to \mathbf{c}_0 \tag{11}$$

следующим образом [23]:

$$c_{m-1,i} = \sum_{l=m-i}^{m} \left(-1\right)^{m-l+i} \binom{l}{l+i-m+1} c_{m,m-l}, \quad (12)$$

где

$$\binom{p}{q} = \frac{p!}{q!(p-q)!} \tag{13}$$

- биномиальные коэффициенты из *p* по *q*.

Начальные условия $u_{n-m,-1}$ вычисляются подстановкой в (8) (при m = 1,...,n-1) значения k = -1. Для m = 0 подстановка k = -1 выполняется для выражения (2).

Таким образом, алгоритм работы рекурсивного формирователя может быть проиллюстрирован рис. 3.



Рекурсивный формирователь ПФС *п*-й степени состоит из n идентичных рекурсивных блоков (рис. 4). На рис. 3 они изображены как красные прямоугольники. Соответствующие операции выполняются в цикле k = 0, ..., K (зеленый цвет на рис. 3). Прямоугольники синего цвета изображают задание вектора коэффициентов И вычисление векторов \mathbf{c}_m Синим цветом показано также $\mathbf{c}_{n-1},...,\mathbf{c}_{2},\mathbf{c}_{1},\mathbf{c}_{0}$. вычисление начальных условий $y_{n-1}, u_{n-1,-1}, \dots, u_{2,-1}, u_{1,-1}$ для блоков формирователя.



Рис. 4. Структурная схема рекурсивного формирователя отсчетов ПФС *n*-й степени

Структура рекурсивного Блока *i* представлена на рис. 5. Данная схема неудобна для моделирования в Simulink, потому что начальные условия в блоке задержки можно задать только при помощи выпадающего окна.



Рис. 5. Структура рекурсивного Блока *і* формирователя отсчетов ПФС произвольной степени

Удобнее применять вместо нее схему, представленную на рис. 6. В этом случае начальные условия $y_{i,-1}$ учитываются путем сложения нулевых начальных условий блоков задержки с сигналами

$$x_{i,k} = y_{i-1}\delta_{k,0}, (14)$$

где

$$\delta_{k,0} = \begin{cases} 1, & \text{при} \quad k = 0\\ 0, & \text{при} \quad k \neq 0 \end{cases}$$
(15)

- дельта Кронекера.



Рис. 6. Схема, эквивалентная схеме, представленной на рис. 5

III. РЕКУРСИВНЫЙ ФОРМИРОВАТЕЛЬ ОТСЧЕТОВ ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА

Итак, поскольку гармонический сигнал является ПФС первой степени, то рекурсивный формирователь отсчетов такого сигнала состоит только из одного рекурсивного Блока 1 (i = 1). Работу Блока 1 можно описать следующим выражением

$$y_{1,k} = a \exp(j2\pi(c_{1,0}k + c_{1,1})) =$$

= $a \exp(j2\pi(c_{1,0}((k-1)+1) + c_{1,1})) =$
= $a \exp(j2\pi(c_{1,0}(k-1) + c_{1,1}))\exp(j2\pi c_{1,0}) =$
= $y_{1,k-1}y_{0,k}$. (16)

где

$$y_{0,k} = \exp(j2\pi c_{1,0}).$$
(17)

Очевидно, что начальное условие для этого блока равно

$$y_{1,-1} = a \exp\left(j2\pi\left(-c_{1,0} + c_{1,1}\right)\right).$$
(18)

Simulink-модель формирователя представлена на Рис. 7.



Рис. 7. Моделирование рекурсивного формирователя гармонического сигнала в Simulink

Собственно моделью формирователя является только блок Unit 1. Остальные элементы предназначены только для задания параметров формируемого сигнала и отображения результатов моделирования. Содержание блока Unit 1 раскрывается на рис. 8.



Рис. 8. Схема Блока Unit 1

Модель, представленная на рис. 7, работает в арифметике с плавающей точкой.



Рис. 9. Результат моделирования схемы, представленной на рис. 7 (арифметика с плавающей точкой)

Один из результатов моделирования представлен на рис. 9.

Представляет интерес исследование влияния на работу формирователя ограничение разрядности отсчетов. Соответствующая Simulink-модель показана на рис. 10.



Рис. 10. Модель формирователя со структурой рис. 6 с учетом ограничения разрядности отсчетов

В модель добавлен блок квантования комплексных отсчетов ComplRnd (рис. 11), в состав которого входят идентичные блоки квантования вещественных отсчетов RealRnd и ImagRnd (рис. 12).



Рис. 11. Блок квантования комплексных отсчетов



Рис. 12. Блок квантования вещественных отсчетов

В модель добавлен блок квантования комплексных отсчетов ComplRnd (рис. 11), в состав которого входят идентичные блоки квантования вещественных отсчетов RealRnd и ImagRnd (рис. 12). Квантование реализуется следующим образом

$$x_{\kappa g}\left(x,q\right) = \operatorname{quant}\left(x^{*}2^{q}\right)/2^{q}, \qquad (19)$$

где $x_{\kappa s}$ - результат квантования отсчета x, q разрядность, quant (•) - функция, реализующая какойлибо способ квантования. В Simulink предусмотрены четыре варианта квантования:

- round округление до ближайшего целого;
- floor округление до ближайшего меньшего или равного целого;
- сеіl округление до ближайшего большего или равного целого;
- fix для положительных отсчетов аналогично floor, для отрицательных аналогично ceil.

Моделирование показало (рис. 13 – 16), что использовании любого варианта при малой разрядности с течением времени происходит изменение мгновенной амплитуды формируемого сигнала. Происходит либо затухание сигнала, либо процесс идет «вразнос». Эти эффекты препятствуют формированию достаточно продолжительных сигналов.



Рис. 13. Результаты моделирования при использовании функции round



Рис. 14. Результаты моделирования при использовании функции floor



Рис. 15. Результаты моделирования при использовании функции fix



Рис. 16. Результаты моделирования при использовании функции ceil

IV. Объяснение последствий квантования отсчетов

Синтезированную структуру формирователя (рис. 6) можно интерпретировать как структуру цифрового фильтра (ЦФ) с передаточной функцией

$$H_{1}(z) = \frac{Y_{1}(z)}{X_{1}(z)} = \frac{y_{0,k}z}{z - y_{0,k}}.$$
 (20)

Полюс передаточной функции $z_p = y_{0,k}$ этого ЦФ определяется выражением (17). Модуль полюса равен 1, поэтому он расположен на единичной окружности в z-плоскости (рис. 17), ЦФ является неустойчивым и он превращается в генератор комплексного гармонического сигнала, что и требуется для построения формирователя гармонических сигналов.

Очевидно, что при квантовании действительной и мнимой частей коэффициента $y_{0,k}$ полюсы ЦФ с передаточной функцией (20) будут располагаться в z-плоскости в узлах квадратной решетки, с шагом, определяемым разрядностью (рис. 18). Очевидно также, что вследствие квантования полюс ЦФ z_p сместится с единичной окружности либо внутрь единичного круга и ЦФ станет устойчивым, а выходной сигнал станет затухающим, либо сместится за пределы единичного круга и ЦФ пойдет «вразнос».



Рис. 17. Расположение в z-плоскости полюса z_p неустойчивого ЦФ, используемого как рекурсивного формирователя комплексного гармонического сигнала



Рис. 18. Изменение положения полюса ЦФ вследствие квантования коэффициента *y*_{0,k}

Это и объясняет описанные выше последствия квантования отсчетов.

V. ИЗМЕНЕНИЕ СТРУКТУРЫ ФОРМИРОВАТЕЛЯ

В течение последних лет наш коллектив разрабатывает новый подход к синтезу рекурсивных цифровых фильтров с конечной длиной слова. Основные результаты были изложены в аналитическом докладе на конференции МЭС в 2018 г. [27]. В рамках этого подхода были изучены процессы дискретизации z-плоскости вследствие квантования коэффициентов ЦФ [27]-[29]. Известно, что полюсы прямой формы ЦФ с квантованными коэффициентами расположены на пересечении систем концентрических окружностей (в том числе с центром в начале координат z-плоскости, в этом случае единичная окружность входит в систему концентрических окружностей) И системой параллельных равноотстоящих прямых, параллельных оси ординат (рис. 19). Поэтому целесообразна реализация формирователя в виде прямой формы комплексного неустойчивого ЦФ с полюсом на единичной окружности (рис. 20). Значение полюса, равное

$$z_p = \exp\left(j2\pi c_{1,0}\right) \tag{21}$$

обеспечивается ЦФ с знаменателем передаточной функции, равным

$$D(z) = z^{2} - 2(\operatorname{Re} z_{p})z + 1 = z^{2} - 2\cos(2\pi c_{1,0})z + 1. \quad (22)$$

Полученное решение совпадает со структурой, приведенной, например, в [5].

Квантование коэффициента при в этом приведет только к смещению полюса, который при этом останется на единичной окружности. Выходной сигнал такого формирователя будет незатухающим и система не пойдет «вразнос».



Рис. 19. Изменение положения полюса прямой формы неустойчивого ЦФ вследствие квантования коэффициента y_{0,k}



Рис. 20. Прямая форма рекурсивного формирователя отсчетов комплексного гармонического сигнала

Было проведено моделирование прямой формы формирователя в Simulink (рис. 21, 22).

Результаты моделирования показывают, что формируемые колебания являются незатухающими при любом способе квантования (рис. 23).



Рис. 21. Simulink-модель прямой формы рекурсивного формирователя отсчетов комплексного гармонического сигнала



Рис. 22. Блок DirectHarm



Рис. 23. Результаты работы модели, представленной на рис. 21

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье описаны результаты исследования цифровых рекурсивных формирователей отсчетов гармонического комплексного сигнала. Рассматриваемые формирователи интерпретировались как неустойчивые рекурсивные комплексные цифровые фильтры, полюсы которых расположены на единичной окружности в z-плоскости. Были рассмотрены формирователи, являющиеся изученными в наших предыдущих публикациях частными случаями рекурсивных формирователей отсчетов полиномиально-фазовых сигналов (гармонические – это полиномиально-фазовые сигналы сигналы первой степени). Эти формирователи характеризуются тем, что квантование в структуре этих формирователей приводит к тому, что полюсы соответствующих цифровых фильтров могут располагаться в z-плоскости только в узлах квадратной решетки с шагом, определяемым разрядностью. По этой причине полюсы не могут располагаться на единичной окружности, они сдвигаются либо внутрь единичного круга, вызывая затухание формируемых колебаний, либо выходят за пределы единичного круга, в результате чего выходной сигнал фильтра идет «вразнос». С учетом проведенных ранее исследований в области синтеза рекурсивных цифровых фильтров с конечной длиной слова проведен

анализ структур, в которых квантование приводит к тому, что разрешенными позициями полюсов являются точки пересечения системы концентрических окружностей системой параллельных с равноотстоящих прямых, параллельных оси ординат. В этих структурах удается «закрепить» полюсы на единичной окружности. В результате удается формировать отсчеты незатухающих колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Манассевич В. Синтезаторы частот: Теория и проектирование. М.: Связь. 1979. 384 с.
- [2] Chenakin A. Frequency Synthesizers: From concept to product. Boston: Artech House. 2011. 254 p.
- [3] Atallah J.G., Ismail M. Integrated frequency synthesis for convergent wireless solutions. New York: Springer. 2012. 204 p.
- [4] Lacaita A., Levantino S., Samori C. Integrated frequency synthesizers for wireless systems. Cambridge: Cambridge University Press. 2007. 250 p.
- [5] Rohde U.L., Rubiola E., Whitaker J.C. Microwave and wireless synthesizers : Theory and design. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc. 2021. 819 p.
- [6] Craninckx J., Steyaert M. Wireless CMOS frequency synthesizer design. Dordrecht: Springer Science+Business Media. 1998. 274 p.
- [7] Westra J.R., Verhoeven C.J.M., van Roermund A. Oscillators and oscillator systems: Classification, analysis and synthesis. New York: Springer Science+Business Media. 1999. 282 p.
- [8] Vaucher C.S. Architectures for RF frequency synthesizers. New York: Kluwer Academic Publishers. 2002. 276 p.
- [9] Luong H.C., Yin J. Transformer-based design techniques for oscillators and frequency dividers. Cham, Switzerland: Springer. 2015. 214 p.
- [10] Vankka J. Digital synthesizers and transmitters for software radio. Dordrecht: Springer. 2005. 374 p.
- [11] Staszewski R.B., Balsara P.T. All-digital frequency synthesizer in deep-submicron CMOS. Hoboken: John Wiley & Sons. 2006. 276 p.
- [12] Farazian M., Gudem P.S., Larson L.E. Fast hopping frequency generation in digital CMOS. New York: Springer Science+Business Media. 2013. 157 p.
- [13] Rogers R., Plett C., Dai F. Integrated circuit design for highspeed frequency synthesis. Boston: Artech House. 2006. 495 p.
- [14] Goldberg B.-G. Digital frequency synthesis demystified.
 Eagle Rock: LLH Technology Publishing. 1999. 352 p.
- [15] Xiu L. Nanometer frequency synthesis beyond the phaselocked loop. Hoboken: IEEE Press + John Wiley & Sons. 2012. 334 p.
- [16] Egan W.F. Advanced frequency synthesis by phase lock. Hoboken: IEEE Press + John Wiley & Sons. 2011. 297 p.
- [17] Razavi B. Design of CMOS Phase-Locked Loops: From Circuit Level to Architecture Level. Cambridge: Cambridge University Press. 2020. 507 p.
- [18] Symons P. Digital waveform generation. Cambridge: Cambridge University Press. 2014. 366 p.
- [19] Vankka J., Halonen K.A.I. Direct Digital Synthesizers: Theory, Design and Applications. New York: Springer. 2001. 211 p.
- [20] Рябов И.В. Прямой цифровой синтез сложных широкополосных сигналов в задачах радиолокации, навигациии связи. Йошкар-Ола: ПГТУ. 2016. 152 с.

- [21] Streamlining digital signal processing : A tricks of the trade guidebook. Ed. by R.G. Lyons. 2nd ed. Hoboken: IEEE Press + John Wiley & Sons. 2012. 466 p.
- [22] Гнатек Ю. Р. Справочник по цифроаналоговым и аналогоцифровым преобразователям. М.: Радио и связь. 1982. 552 с.
- [23] Лесников В.А., Частиков А.В., Гарш Д.Г. Цифровой рекурсивный формирователь отсчетов сигнала с линейной частотной модуляцией. Патент РФ No 2577488. Дата приоритета 17.02.2015. Дата публикации 15.02.2016.
- [24] Lesnikov V., Chastikov A., Garsh D., Naumovich T., Numerically controlled linear chirp oscillator // 5th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO 2016). Bar, Montenegro. 12-16 June 2016. IEEE. 4
- [25] Лесников В.А., Частиков А.В., Гарш Д.Г., Наумович Т.В. Цифровой рекурсивный формирователь отсчетов сигнала с линейной частотной модуляцией // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2016. № 1. С. 224-229.

- [26] Lesnikov V., Naumovich T., Chastikov A. Recursive Numerically-Controlled Polynomial Phase Signal Oscillator // International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON 2021). Kazan. 13-15 May 2021. IEEE. 4 p.
- [27] Лесников В.А., Наумович Т.В., Частиков А.В. Синтез рекурсивных цифровых фильтров с конечной длиной слова: проблемы и их решения // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2018. Вып. 4. С. 89-97. doi:10.31114/2078-7707-2018-4-89-97
- [28] Lesnikov V., Naumovich T., Chastikov A. Topography of zplane which is discretized due to quantization of coefficients of digital biquad filters// International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON 2016). Moscow. 12-14 May 2016. IEEE. 4 p.
- [29] Lesnikov V., Naumovich T., Chastikov A. The sampling of the z-plane due to the quantization of the digital filter coefficients // 7th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO 2018). Budva, Montenegro. 10-14 June 2018. IEEE. 4 p.

Study of Digital Recursive Generators of Samples of Complex Harmonic Signals

T.V. Naumovich

Vyatka State University, Kirov, ntv_new@mail.ru

Abstract — The article describes the results of a study of digital recursive oscillators for complex harmonic signal samples. The considered oscillators were interpreted as unstable recursive complex digital filters, the poles of which are located on the contour of the unit circle in the z-plane. The oscillators, which were studied in our previous publications, were special cases of recursive generators of samples of polynomial-phase signals. Harmonic signals are polynomialphase signals of the first degree. These oscillators are characterized by the fact that quantization in the structure of these oscillators leads to the fact that the poles of the corresponding digital filters can be located in the z-plane only at the nodes of a square lattice with a step determined by the bit depth. For this reason, the poles cannot be located on the contour of the unit circle in the z-plane. They either move inside the unit circle, causing the generated oscillations to damp, or go beyond the unit circle, as a result of which the filter output signal is fell apart. Taking into account the earlier studies in the field of synthesis of recursive digital filters with a finite word length, the analysis of structures in which quantization leads to the fact that the allowed positions of the poles are the intersection points of a system of concentric circles with a system of parallel equidistant straight lines parallel to the ordinate axis are carried out. In these structures, it is possible to "fix" the poles on the unit circle. As a result, it is possible to form counts of continuous oscillations. The simulation of the process of forming signal samples in Simulink is described.

Keywords — Direct digital synthesis, polynomial phase signals, recursive signal generation, quantization, structures of oscillators.

REFERENCES

- Manassevich, V. Sintezatory chastot: Teoriya i proektirovanie. M.: Svyaz'. 1979. 384 p.
- [2] Chenakin A. Frequency Synthesizers: From concept to product. Boston: Artech House. 2011. 254 p.
- [3] Atallah J.G., Ismail M. Integrated frequency synthesis for convergent wireless solutions. New York: Springer. 2012. 204 p.
- [4] Lacaita A., Levantino S., Samori C. Integrated frequency synthesizers for wireless systems. Cambridge: Cambridge University Press. 2007. 250 p.
- [5] Rohde U.L., Rubiola E., Whitaker J.C. Microwave and wireless synthesizers : Theory and design. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc. 2021. 819 p.
- [6] Craninckx J., Steyaert M. Wireless CMOS frequency synthesizer design. Dordrecht: Springer Science+Business Media. 1998. 274 p.
- [7] Westra J.R., Verhoeven C.J.M., van Roermund A. Oscillators and oscillator systems: Classification, analysis and synthesis. New York: Springer Science+Business Media. 1999. 282 p.
- [8] Vaucher C.S. Architectures for RF frequency synthesizers. New York: Kluwer Academic Publishers. 2002. 276 p.
- [9] Luong H.C., Yin J. Transformer-based design techniques for oscillators and frequency dividers. Cham, Switzerland: Springer. 2015. 214 p.
- [10] Vankka J. Digital synthesizers and transmitters for software radio. Dordrecht: Springer. 2005. 374 p.
- [11] Staszewski R.B., Balsara P.T. All-digital frequency synthesizer in deep-submicron CMOS. Hoboken: John Wiley & Sons. 2006. 276 p.

- [12] Farazian M., Gudem P.S., Larson L.E. Fast hopping frequency generation in digital CMOS. New York: Springer Science+Business Media. 2013. 157 p.
- [13] Rogers R., Plett C., Dai F. Integrated circuit design for highspeed frequency synthesis. Boston: Artech House. 2006. 495 p.
- [14] Goldberg B.-G. Digital frequency synthesis demystified. Eagle Rock: LLH Technology Publishing. 1999. 352 p.
- [15] Xiu L. Nanometer frequency synthesis beyond the phaselocked loop. Hoboken: IEEE Press + John Wiley & Sons. 2012. 334 p.
- [16] Egan W.F. Advanced frequency synthesis by phase lock. Hoboken: IEEE Press + John Wiley & Sons. 2011. 297 p.
- [17] Razavi B. Design of CMOS Phase-Locked Loops: From Circuit Level to Architecture Level. Cambridge: Cambridge University Press. 2020. 507 p.
- [18] Symons P. Digital waveform generation. Cambridge: Cambridge University Press. 2014. 366 p.
- [19] Vankka J., Halonen K.A.I. Direct Digital Synthesizers: Theory, Design and Applications. New York: Springer. 2001. 211 p.
- [20] Ryabov I.V. Pryamoj cifrovoj sintez slozhnyh shirokopolosnyh signalov v zadachah radiolokacii, navigaciii svyazi. Joshkar-Ola: PGTU. 2016. 152 c.
- [21] Streamlining digital signal processing : A tricks of the trade guidebook. Ed. by R.G. Lyons. 2nd ed. Hoboken: IEEE Press + John Wiley & Sons. 2012. 466 p.
- [22] Gnatek YU. R. Spravochnik po cifroanalogovym i analogocifrovym preobrazovatelyam. M.: Radio i svyaz'. 1982. 552 c.
- [23] Lesnikov V.A., CHastikov A.V., Garsh D.G. Cifrovoj rekursivnyj formirovatel' otschetov signala s linejnoj

chastotnoj modulyaciej. Patent RF No 2577488. Data prioriteta 17.02.2015. Data publikacii 15.02.2016.

- [24] Lesnikov V., Chastikov A., Garsh D., Naumovich T., Numerically controlled linear chirp oscillator // 5th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO 2016). Bar, Montenegro. 12-16 June 2016. IEEE. 4 p.
- [25] Lesnikov V.A., Chastikov A.V., Garsh D.G., Naumovich T.V. Digital recursive generator of the samples of chirp // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2016. Proceedings / edited by A. Stempkovsky, Moscow, IPPM RAS, 2016. Part 1. P. 224-229.
- [26] Lesnikov V., Naumovich T., Chastikov A. Recursive Numerically-Controlled Polynomial Phase Signal Oscillator // International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON 2021). Kazan. 13-15 May 2021. IEEE. 4 p.
- [27] Lesnikov V.A., Naumovich T.V., Chastikov A.V. Synthesis of Recursive Digital Filters with Finite Word Length: Problems and Their Solutions // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2018. Issue 4. P. 89-97. doi:10.31114/2078-7707-2018-4-89-97
- [28] Lesnikov V., Naumovich T., Chastikov A. Topography of zplane which is discretized due to quantization of coefficients of digital biquad filters// International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON 2016). Moscow. 12-14 May 2016. IEEE. 4 p.
- [29] Lesnikov V., Naumovich T., Chastikov A. The sampling of the z-plane due to the quantization of the digital filter coefficients // 7th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO 2018). Budva, Montenegro. 10-14 June 2018. IEEE. 4 p.