Линейный анализ диодных смесителей методом узловых потенциалов в обобщенном матричном виде в частотной области с учётом емкостных параметров

О.А. Головань, А.С. Коротков

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург, golovan.olga.andreevna@gmail.com

Аннотация — Статья является развитием работ, в которых рассмотрена методика анализа диодных преобразователей частоты В базисе узловых потенциалов. В данной статье вводится в рассмотрение эквивалентная схема диода с учётом его емкостных параметров. Проведён линейный анализ диодных преобразователей частоты: балансного, двойного балансного и тройного балансного. Получены выражения для коэффициента передачи, развязки «входвыход» и развязки «гетеродин-выход». Рассмотрено влияние технологического разброса параметров диодов на коэффициент передачи и развязки по портам. Проведена оценка частотных свойств преобразователей частоты. Представлены результаты расчёта и моделирования вышеперечисленных характеристик.

Ключевые слова — диодные преобразователи частоты, метод узловых потенциалов, коэффициент передачи, развязка «вход-выход», развязка «гетеродин-выход», рассогласование, разброс параметров, частотный диапазон, балансные смесители, двойные балансные смесители, тройные балансные смесители.

I. Введение

СВЧ действия B основе большинства приёмопередающей аппаратуры лежит применение преобразователей частоты [1, 2]. Главными преимуществами диодных смесителей является их низкая стоимость и низкий уровень шума на частотах СВЧ диапазона. Практический интерес представляют балансные схемы смесителей, в частности двойные балансные и тройные балансные [3-5]. Такие структуры позволяют компенсировать синфазную помеху и четные гармоники сигнала. Однако, ключевым недостатком диодных преобразователей частоты является низкий коэффициент передачи (меньше 1). Известные методы анализа изложены в ряде работ, см., например, [6-9]. Однако, открытыми остаются вопросы об оценках уровней развязки по частотному диапазону и ряду портам, иных параметров. Как следствие, необходимой является разработка теоретических методов расчёта основных характеристик смесителей.

В работах [10–11] представлен метод анализа диодных преобразователей частоты в базисе узловых потенциалов в обобщенном матричном виде в частотной области. Подробно рассмотрен анализ как линейных, так и нелинейных характеристик трёх схем диодных смесителей: балансной, двойной балансной и тройной балансной. Эквивалентная схема диода рассмотрена как линеаризованная параметрическая модель без учёта частотно-зависимых элементов. Получены теоретические выражения для коэффициента передачи, развязок «вход-выход» и «гетеродин-выход»; для оценки максимально коэффициента передачи достижимого значения каждого типа схемы. Представлены зависимости коэффициентов передачи от сопротивления нагрузки и амплитуды напряжения гетеродина. Показано, что максимизация коэффициента передачи может осушествляться за счёт изменения значений амплитуды напряжения гетеродина и сопротивления нагрузки. В работах также рассмотрено влияние технологического разброса параметров диодов на значения коэффициента передачи и развязок по портам. Получено теоретическое выражение для коэффициента нелинейных искажений 3-й по гармонике, получены зависимости а также коэффициента нелинейных искажений от сопротивления нагрузки и от амплитуды напряжения гетеродина. Показано, что за счёт изменения значений амплитуды напряжения гетеродина и сопротивления нагрузки возможна минимизация уровня нелинейных искажений преобразователя частоты.

Частотные свойства диодных преобразователей частоты определяются свойствами диодов, а именно: барьерной и диффузионной емкостями. В связи с этим актуальным является развитие описанной методики анализа диодных преобразователей частоты [10–11] с учётом емкостных параметров диодов, что позволит проводить оценку частотного диапазона смесителей. В данной работе представлен комплексный линейный анализ диодных преобразователей частоты с учётом емкостных параметров диодов: получены выражения для коэффициента передачи и развязок по портам, рассмотрено влияние технологического разброса параметров на характеристики смесителей, проведена оценка частотных свойств.

II. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ТОКА ЧЕРЕЗ ДИОД С УЧЁТОМ ЁМКОСТИ

В общем случае с учётом емкостных эффектов ток через диод *i* может быть представлен как

$$i = f(U) + C(U) \frac{dU}{dt} = i_1 + i_2,$$

где U – падение напряжения на диоде. Слагаемое $i_1 = f(U)$ соответствует току, протекающему через проводимость диода. Ток i_1 был найден в ходе анализа диодных смесителей [10]. Слагаемое $i_2 = C(U) \frac{dU}{dt}$ соответствует току, протекающему через ёмкость диода, и может быть выражено как $i_2 = \frac{dq}{dt} = \frac{\partial q}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial t}$, где заряд, накапливаемый ёмкостью диода, определяется как

$$q = q_0 + \frac{\partial q}{\partial U}U + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 q}{\partial U^2}U^2 + \dots = q_0 + C(U)U + \frac{1}{2!}\frac{\partial C(U)}{\partial U}U^2 + \dots$$

Тогда ток через ёмкость определяется следующим образом:

$$i_{2} = \frac{\partial q}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial U} (q_{0} + \frac{\partial q}{\partial U}U + \frac{1}{2!} \frac{\partial^{2} q}{\partial U^{2}}U^{2} + ...) \frac{\partial U}{\partial t} =$$
$$= (C(U) + \frac{\partial C(U)}{\partial U}U + ...) \frac{\partial U}{\partial t} = (C(U) + C'(U)U + ...) \frac{\partial U}{\partial t},$$

где $U = U_{0m} \cos \omega_0 t + U_{IFm} \cos \omega_{IF} t$, U_{0m} – амплитуда напряжения на несущей частоте ω_0 , U_{IFm} – амплитуда напряжения на промежуточной частоте ω_{IF} . Без учета слагаемых второго и более высоких порядков ток через ёмкость представляется как:

$$i_2(t) = -C(U)U_{0m}\omega_0 \sin \omega_0 t - C(U)U_{IFm}\omega_{IF} \sin \omega_{IF} t.$$
(1)

Функция C(U) рассматривается как периодическая функция, параметр которой, то есть ёмкость, зависит от частоты гетеродина ω_{LO} . Как следствие, функция может быть разложена в ряд Фурье по гармоникам косинуса с частотой ω_{LO} :

$$C(U) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos n\omega_{LO} t \approx C_0 + \sum_{n=1}^{N} C_n \cos n\omega_{LO} t$$

где ёмкости диода связаны с коэффициентами ряда Фурье c_n как $C_0 = c_0$, $C_n = 2c_n$, (n = 1, 2, ..., N). В общем случае емкость диода определяется суммой барьерной и диффузионной составляющих. Однако, в открытом состоянии диода, то есть в основном режиме работы, доминирует диффузионная емкость. Поэтому, пренебрегая барьерной емкостью, представим емкость диода в виде диффузионной ёмкости:

 $C_{diff}(U_{LO}) = \gamma \tau_p I_0 e^{\gamma U_{LO}}$, где U_{LO} – амплитуда напряжения на частоте гетеродина, $\gamma = 1/\phi_t$, ϕ_t – термопотенциал, I_0 – ток насыщения диода, τ_p – время жизни неосновных носителей заряда. Коэффициенты Фурье ряда C_n вычисляются следующим образом: $c_n = \gamma \tau_p I_0 B_n (\gamma U_{LOm})$, где $B_{n}(\gamma U_{LOm}) - \phi$ ункция Бесселя порядка *n*. Учтем только первую гармонику в разложении в ряд, то есть положим N=1:

$$C(U) = C_0 + \sum_{n=1}^{1} C_n \cos n\omega_{LO} t = C_0 + C_1 \cos \omega_{LO} t ,$$

где $C_0 = c_0 = \gamma \tau_p I_0 B_0 (\gamma U_{LOM})$, $C_1 = 2c_1 = 2\gamma \tau_p I_0 B_1 (\gamma U_{LOM})$. Тогда, согласно (1) для тока через ёмкость получим:

$$\begin{split} i_2(t) &= (C_0 + C_1 \cos \omega_{LO} t) (-U_{0m} \omega_0 \sin \omega_0 t - \\ -U_{IFm} \omega_{IF} \sin \omega_{IF} t) &= -0.5 U_{0m} C_1 \omega_0 \sin (\omega_0 \pm \omega_{LO}) t - \\ -U_{IFm} C_1 \omega_{IF} \sin \omega_0 t - U_{0m} C_0 \omega_0 \sin \omega_0 t - U_{IFm} C_0 \omega_{IF} \sin \omega_{IF} t. \end{split}$$

Осуществим замену переменной $\omega_{IF} = \omega_0 \pm \omega_{LO}$. Тогда

$$i_{2}(t) = -0.5U_{0m}C_{1}\omega_{0}\sin(\omega_{0}\pm\omega_{LO})t - U_{IFm}C_{1}(\omega_{0}\pm\omega_{LO})\sin\omega_{0}t - U_{0m}C_{0}\omega_{0}\sin\omega_{0}t - U_{IFm}C_{0}(\omega_{0}\pm\omega_{LO})\sin(\omega_{0}\pm\omega_{LO})t.$$

Осуществим преобразование Лапласа и представим ток через ёмкость в частотной области:

$$i_{2}(p) = C_{0}p_{0}U_{0}(p_{0}) + C_{1}(p_{0} \pm j\omega_{LO})U_{IF}(p_{0}) + + 0.5C_{1}p_{0}U_{0}(p_{0} \pm j\omega_{LO}) + C_{0}(p_{0} \pm j\omega_{LO})U_{IF}(p_{0} \pm j\omega_{LO}).$$

Окончательно выражение для тока через диод в частотной области с учетом как резистивной, так и емкостной составляющих, определяется следующим образом:

$$I(p) = (G_0 + 0.5G_2)U_0(p_0) + 0.5G_1U_0(p_0 \pm j\omega_{LO}) + + (G_0 + 0.5G_2)U_{IF}(p_0 \pm j\omega_{LO}) + G_1U_{IF}(p_0) + + C_0p_0U_0(p_0) + C_1(p_0 \pm j\omega_{LO})U_{IF}(p_0) + + 0.5C_1p_0U_0(p_0 \pm j\omega_{LO}) + C_0(p_0 \pm j\omega_{LO})U_{IF}(p_0 \pm j\omega_{LO}).$$

III. Анализ коэффициента передачи и развязок по портам

В работах [10–12] диод рассматривался как линеаризованная параметрическая модель, не включающая в себя частотно-зависимые элементы. В данной работе в параметрическую модель диода (рис.1) введены емкостные элементы. Таким образом, диод представляется в виде параллельно включенных проводимости ($G_0 + 0.5G_2$) и ёмкости C_0 , двух генераторов тока, управляемых напряжением, $0.5G_1U_0(p_0 \pm j\omega_{LO})$ и $G_1U_{IF}(p_0)$, соответствующих резистивной части модели, и двух генераторов тока,

управляемых напряжением, $0.5p_0C_1U_0(p_0 \pm j\omega_{LO})$ и $(p_0 \pm j\omega_{LO})C_1U_{IF}(p_0)$, соответствующих емкостной части модели, а также генератора тока I_0 , соответствующего току гетеродина.



Рис. 1. Параметрическая модель диода, индекс *i* соответствует номеру диода в схеме

С использованием методики расчёта коэффициента передачи и развязок по портам [10, 11] определяются соответствующие выражения для всех типов схем с учётом емкостных параметров диодов.

Для случая одинаковых параметров диодов:

1) коэффициенты передачи балансного K_B , двойного балансного K_{DB} и тройного балансного K_{TB} смесителей соответственно:

$$K_{B} = \{4G_{L}G_{S}^{2}G_{1} + 4G_{L}G_{S}^{2}(p_{0} \pm j\omega_{LO})C_{1}\}/$$

$$/\{2((G_{0} + 0.5G_{2})(G_{S} + G_{L}) + 2G_{S}G_{L})^{2} - G_{1}^{2}(G_{S} + G_{L})^{2} +$$

$$+ [-C_{1}G_{1}(G_{S} + G_{L})^{2} + 2C_{0}(G_{S} + G_{L})(2G_{S}G_{L} +$$

$$+ G_{S}(G_{0} + 0.5G_{2}) + G_{L}(G_{0} + 0.5G_{2}))](p_{0} + (p_{0} + j\omega_{LO})) +$$

$$+ p_{0}(p_{0} + j\omega_{LO})(G_{S} + G_{L})^{2}(2C_{0}^{2} - C_{1}^{2})\},$$

$$K_{DB} = 2K_B, \ K_{TB} = 4K_B.$$
 (2)

2) развязки «вход-выход» балансного, двойного балансного и тройного балансного смесителей соответственно:

$$\begin{split} &K_{BRF-IF} = \{G_{S}[(G_{0} + 0.5G_{2}) + p_{0}C_{0} + (1 - K_{B}) \cdot \\ &\cdot (p_{0} \pm j\omega_{LO})C_{1} + (1 - K_{B})G_{1}]\} / \{((G_{0} + 0.5G_{2}) + 2G_{L} + \\ &+ p_{0}C_{0})G_{S} + G_{L}((G_{0} + 0.5G_{2}) + p_{0}C_{0})\}, \end{split}$$

$$K_{DBRF-IF} = 0, \ K_{TBRF-IF} = 0.$$
 (3)

3) развязки «гетеродин-выход»:

$$K_{BLO-IF} = K_{DBLO-IF} = K_{TBLO-IF} = 0.$$
 (4)

IV. ВЛИЯНИЕ РАССОГЛАСОВАНИЯ ПЛЕЧ СМЕСИТЕЛЯ НА АМПЛИТУДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

В работе [11] рассмотрено влияние технологического разброса параметров диодов на

характеристики преобразователей частоты. образом могут Аналогичным быть получены выражения для изменения характеристик смесителей с учётом емкостных параметров. В качестве примера рассматриваются выражения для балансной схемы диодного смесителя, влияние разброса параметров на характеристики двойного и тройного балансного смесителей может быть оценено аналогичным образом. Для сокращения записи в текущем разделе введено обозначение $G_0 + 0.5G_2 = G_d$.

А. Коэффициент передачи

Метод оценки влияния разброса параметров диодов [11] позволяет представить изменение коэффициента передачи как:

$$\begin{split} \Delta K_B &= \frac{\partial f(G_d, G_1, C_0, C_1)}{\partial G_d} (\pm G_{d1} \pm G_{d2}) + \\ &+ \frac{\partial f(G_d, G_1, C_0, C_1)}{\partial G_1} (\pm G_{11} \pm G_{12}) + \frac{\partial f(G_d, G_1, C_0, C_1)}{\partial C_0} (\pm C_{01} \pm C_{02}) + \\ &+ \frac{\partial f(G_d, G_1, C_0, C_1)}{\partial C_0} (\pm C_{11} \pm C_{12}), \end{split}$$

где

$$\begin{aligned} &\frac{\partial f(G_d, G_1, C_0, C_1)}{\partial G_d} = 4G_s^2 G_L [-(G_s + G_L)^2 (2G_d G_1 + \\ &+ (p_0 \pm j\omega_{LO}) p_0 C_0 C_1 + (p_0 \pm j\omega_{LO})^2 C_0 C_1 + \\ &+ ((p_0 \pm j\omega_{LO}) + p_0) C_0 G_1 + 2(p_0 \pm j\omega_{LO}) C_1 G_d) - \\ &- 4G_s G_L (G_s + G_L) ((p_0 \pm j\omega_{LO}) C_1 + G_1)] / [2(G_d (G_s + G_L) + \\ &+ 2G_s G_L)^2 - G_1^2 (G_s + G_L)^2 + (-C_1 G_1 (G_s + G_L)^2 + \\ &+ 2C_0 (G_s + G_L) (2G_s G_L + G_d G_L + G_s G_d)) ((p_0 \pm j\omega_{LO}) + p_0) + \\ &+ p_0 (p_0 \pm j\omega_{LO}) (G_s + G_L)^2 (2C_0^2 + C_1^2)]^2. \end{aligned}$$

$$\frac{\partial G_{1}}{\partial G_{1}} = 4G_{S}G_{L}[(G_{S} + G_{L}) (0, 3(p_{0} \pm j\omega_{L0}) C_{1} + (p_{0} \pm j\omega_{L0})p_{0}C_{0}^{2} + ((p_{0} \pm j\omega_{L0}) + p_{0})C_{0}G_{d} + (p_{0} \pm j\omega_{L0})C_{1}G_{1} + G_{d}^{2} + 0, 5G_{1}^{2}) + 2G_{S}G_{L}(G_{S} + G_{L}) \cdot (((p_{0} \pm j\omega_{L0}) + p_{0})C_{0} + G_{d}) + 4G_{S}^{2}G_{L}^{2}]/[2(G_{d}(G_{S} + G_{L}) + 2G_{S}G_{L})^{2} - G_{1}^{2}(G_{S} + G_{L})^{2} + (-C_{1}G_{1}(G_{S} + G_{L})^{2} + 2C_{0}(G_{S} + G_{L})(2G_{S}G_{L} + (G_{S} + G_{L})G_{d}))((p_{0} \pm j\omega_{L0}) + p_{0}) + (p_{0} \pm j\omega_{L0})(G_{S} + G_{L})^{2}(2C_{0}^{2} + C_{1}^{2})]^{2}.$$

$$\begin{split} \frac{cf(G_d,G_1,C_0,C_1)}{\partial C_0} &= 4G_s^2 G_L [-(G_s+G_L)^2 (2(p_0\pm j\omega_{LO})^2 \cdot p_0 C_0 C_1 + (p_0\pm j\omega_{LO})^2 C_0 G_d + (p_0\pm j\omega_{LO}) p_0 (2C_0 G_1 + C_1 G_d) + ((p_0\pm j\omega_{LO}) + p_0) C_0 G_1) - G_s G_L (G_s+G_L) \cdot (2(p_0\pm j\omega_{LO})^2 C_1 + 2(p_0\pm j\omega_{LO}) p_0 C_1 + 2((p_0\pm j\omega_{LO}) + p_0) G_1)] / [2(G_d (G_s+G_L) + 2G_s G_L)^2 - G_1^2 (G_s+G_L)^2 + (-C_1 G_1 (G_s+G_L)^2 + 2C_0 (G_s+G_L) (2G_s G_L + (G_s+G_L) G_d)) ((p_0\pm j\omega_{LO}) + p_0) + p_0 (p_0\pm j\omega_{LO}) \cdot (G_s+G_L)^2 (2C_0^2 + C_1^2)]^2. \end{split}$$

$$\begin{split} &\frac{\partial f\left(G_{d},G_{1},C_{0},C_{1}\right)}{\partial C_{1}} = 4G_{s}^{2}G_{L}[\left(G_{s}+G_{L}\right)^{2}\left(p_{0}\left(p_{0}\pm j\omega_{LO}\right)^{2}\cdot\right.\\ &\cdot\left(0,5C_{1}^{2}+C_{0}^{2}\right)+\left(p_{0}\pm j\omega_{LO}\right)^{2}C_{0}G_{d}+0,5p_{0}G_{1}^{2}+\\ &+p_{0}\left(p_{0}\pm j\omega_{LO}\right)\left(C_{0}G_{d}+C_{1}G_{1}\right)+\left(p_{0}\pm j\omega_{LO}\right)G_{d}^{2}\right)+\\ &+2G_{s}G_{L}\left(G_{s}+G_{L}\right)\left(\left(p_{0}\pm j\omega_{LO}\right)^{2}C_{0}+p_{0}\left(p_{0}\pm j\omega_{LO}\right)C_{0}+\\ &+2\left(p_{0}\pm j\omega_{LO}\right)G_{d}\right)+4\left(p_{0}\pm j\omega_{LO}\right)G_{s}^{2}G_{L}^{2}\right]/[2\left(G_{d}\left(G_{s}+G_{L}\right)+\\ &+2G_{s}G_{L}\right)^{2}-G_{1}^{2}\left(G_{s}+G_{L}\right)^{2}+\left(-C_{1}G_{1}\left(G_{s}+G_{L}\right)^{2}+\\ &+2C_{0}\left(G_{s}+G_{L}\right)\left(2G_{s}G_{L}+\left(G_{s}+G_{L}\right)G_{d}\right)\right)\left(\left(p_{0}\pm j\omega_{LO}\right)+p_{0}\right)+\\ &+p_{0}\left(p_{0}\pm j\omega_{LO}\right)\left(G_{s}+G_{L}\right)^{2}\left(2C_{0}^{2}+C_{1}^{2}\right)]^{2}. \end{split}$$

Для определения величины рассогласования из-за разброса параметров необходимо провести оценку в трёх предельных случаях. В каждом случае индекс *i* соответствует номеру диода. Для балансного смесителя i = 1, 2, для двойного балансного $-i = \overline{1, 4}$, для тройного балансного $-i = \overline{1, 8}$.

1) Несущая частота и промежуточная принадлежат диапазону низких частот, тогда:

$$\lim_{\substack{p_0 \to 0 \\ (p_0 \pm j\omega_{LO}) \to 0}} \frac{\Delta K}{K_0} = \frac{\Delta K^{pes}}{K_0^{pes}} = \{ (\sum_{i=1}^N \pm \Delta G_{1i}) \cdot [(G_S + G_L)^2 (G_d^2 + 0.5G_1^2) + 4G_d G_S G_L (G_S + G_L) + 4G_S^2 G_L^2] - (\sum_{i=1}^N \pm \Delta G_{di}) \cdot G_1 [2G_d (G_S + G_L)^2 + 4G_S G_L (G_S + G_L)] \} / \{ 2G_1 (G_S + G_L)^2 \cdot (2G_d^2 - G_1^2) + 16G_1 (G_d G_S G_L (G_S + G_L) + G_S^2 G_L^2) \},$$
(5)

Полученное выражение (5) соответствует случаю отсутствия емкостных элементов в эквивалентной схеме смесителя [10, 11]. Следовательно, для оценки предельного значения изменения коэффициента передачи за счёт технологического разброса параметров может быть использовано выражение, полученное в [11].

 Несущая частота принадлежит диапазону высоких частот, промежуточная частота принадлежит диапазону низких частот, тогда:

$$\lim_{\substack{p_0 \to \infty \\ (p_0 \pm j\omega_L o) \to 0}} \frac{\Delta K}{K_0} = \{ C_0 ((G_s + G_L)G_d + 2G_S G_L) (\sum_{i=1}^N \pm \Delta G_{1i}) - C_0 G_1 (G_s + G_L) (\sum_{i=1}^N \pm \Delta G_{di}) + 0.5 G_1^2 (G_s + G_L) (\sum_{i=1}^N \pm \Delta C_{1i}) - G_1 ((G_s + G_L)G_d + 2G_S G_L) (\sum_{i=1}^N \pm \Delta C_{0i}) \} / [2C_0 (G_s + G_L)G_d + 2G_S G_L) - C_1 G_1 (G_s + G_L)] \},$$
(6)

 Несущая и промежуточная частоты принадлежат диапазону высоких частот, тогда:

$$\lim_{\substack{p_0 \to \infty \\ (p_0 \pm j\omega_{LO}) \to \infty}} \frac{\Delta K}{K_0} = \frac{(C_1^2 + 2C_0^2)(\sum_{i=1}^N \pm \Delta C_{1i}) - 4C_0C_1(\sum_{i=1}^N \pm \Delta C_{0i})}{2C_1(C_0^2 - C_1^2)},$$
(7)

В. Развязка «вход-выход»

Изменение развязки «вход-выход» из-за технологического разброса параметров выражается как:

$$\begin{split} \Delta K_{RF-IF} &= \frac{\partial f(G_d,G_1,C_0,C_1)}{\partial G_d} (\pm G_{d1} \pm G_{d2}) + \\ &+ \frac{\partial f(G_d,G_1,C_0,C_1)}{\partial G_1} (\pm G_{11} \pm G_{12}) + \frac{\partial f(G_d,G_1,C_0,C_1)}{\partial C_0} (\pm C_{01} \pm C_{02}) + \\ &+ \frac{\partial f(G_d,G_1,C_0,C_1)}{\partial C_1} (\pm C_{11} \pm C_{12}). \end{split}$$

После подстановки производных в данное выражение изменение развязки «вход-выход» определяется следующим образом:

$$\begin{split} \Delta K_{RF-IF} &= \{G_{S}[2G_{L}G_{S} - (1 - K_{B})((p_{0} \pm j\omega_{LO})C_{1} + G_{1}) \cdot \\ &\cdot (G_{L} + G_{S})]((\sum_{i=1}^{N} \pm \Delta G_{di}) + p_{0}(\sum_{i=1}^{N} \pm \Delta C_{0i}))\} / \\ &/\{2[(p_{0}C_{0} + G_{d})(G_{L} + G_{S}) + 2G_{L}G_{S}]^{2}\} + \\ &+ \frac{G_{S}(1 - K_{B})((\sum_{i=1}^{N} \pm \Delta G_{1i}) + (p_{0} \pm j\omega_{LO})(\sum_{i=1}^{N} \pm \Delta C_{1i}))}{2[(p_{0}C_{0} + G_{d})(G_{L} + G_{S}) + 2G_{L}G_{S}]}, \end{split}$$

Для определения предельных значений ошибок, вносимых разбросом параметров, проводится оценка относительной ошибки в трёх предельных случаях.

1) Несущая частота и промежуточная принадлежат диапазону низких частот, тогда:

$$\lim_{\substack{p_0 \to 0\\(p_0 \pm j_{0LO}) \to 0}} \frac{\Delta K_{RF-IF}}{K_{RF-IF0}} = \frac{\Delta K_{RF-IF}^{pes}}{K_{RF-IF0}^{pes}} = \{0, 5(G_S + G_L)(1 - K_B) \cdot (G_1(\sum_{i=1}^N \pm \Delta G_{di}) - G_0(\sum_{i=1}^N \pm \Delta G_{1i})] - G_S G_L[(1 - K_B)(\sum_{i=1}^N \pm \Delta G_{1i})] + (\sum_{i=1}^N \pm \Delta G_{di})] \} / \{(G_0(G_S + G_L) + 2G_S G_L)(G_1(1 - K_B) + G_0)\},$$
(8)

Поскольку выражение (8) соответствует случаю отсутствия емкостных элементов в эквивалентной схеме смесителя [10, 11], то для оценки предельного значения изменения развязки «вход-выход» может быть использовано выражение, полученное в [11].

 Несущая частота принадлежит диапазону высоких частот, промежуточная частота принадлежит диапазону низких частот, тогда:

$$\lim_{\substack{p_0 \to \infty\\ (p_0 \pm j\omega_{LO}) \to 0}} \frac{\Delta K_{RF-IF}}{K_{RF-IF 0}} = 0.$$
(9)

3) Несущая и промежуточная частоты принадлежат диапазону высоких частот, тогда:

$$\lim_{\substack{p_0 \to \infty \\ (p_0 \pm j\omega_{LO}) \to \infty}} \frac{\Delta K_{RF-IF}}{K_{RF-IF0}} = \frac{C_0(\sum_{i=1}^N \pm \Delta C_{1i}) - C_1(\sum_{i=1}^N \pm \Delta C_{0i})}{2C_0C_1}, \quad (10)$$

С. Развязка «гетеродин-выход»

Изменение развязки «гетеродин-выход» из-за технологического разброса параметров выражается как:

$$\Delta K_{LO-IF} = \frac{\partial f(G_d, C_0)}{\partial G_d} (\pm G_{d1} \pm G_{d2}) + \frac{\partial f(G_d, C_0)}{\partial C_0} (\pm C_{01} \pm C_{02}).$$

Окончательно изменение развязки «гетеродин-выход» определяется следующим образом:

$$\Delta K_{LO-IF} = \frac{G_S G_{LOI} [\pm \Delta G_{02} \mp \Delta G_{01} p_{LO} (\pm \Delta C_{02} \mp \Delta C_{01})]}{(G_S + G_L) (p_{LO} C_0 + G_d)^2 + 2G_S G_L (p_{LO} C_0 + G_d)}$$

Для определения предельных значений ошибок, вносимых разбросом параметров, необходимо провести оценку абсолютной ошибки в двух предельных случаях.

 Частота гетеродина принадлежит диапазону низких частот, тогда:

$$\lim_{p_{LO}\to 0} \Delta K_{LO-IF} = \Delta K_{LO-IF}^{pes} = \frac{G_{LOI}G_{S}(\pm \Delta G_{d2} \mp \Delta G_{d1})}{(G_{d}(G_{S} + G_{L}) + 2G_{S}G_{L})G_{d}}.$$
 (11)

Выражение (11) соответствует случаю отсутствия емкостных элементов в эквивалентной схеме смесителя [10, 11]. Для оценки предельного значения изменения развязки «гетеродин-выход» может быть использовано выражение, полученное в [11].

 Частота гетеродина принадлежит диапазону высоких частот, тогда:

$$\lim_{p_{LO}\to 0} \Delta K_{LO-IF} = 0.$$
 (12)

V. Анализ полосы пропускания смесителя

В общем случае коэффициент передачи балансного смесителя (формула (2)) представляется в виде дробнорационального выражения:

$$K_{B} = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{a_{0} + a_{1}p}{b_{0} + b_{1}p + b_{2}p^{2}}.$$
 (13)

Пренебрегая поправками второго порядка малости при оценке полосы пропускания, из (13) исключаются коэффициенты, не вносящие значимый вклад в расчёт коэффициента передачи балансного диодного смесителя, при этом поправка в расчёте коэффициента передачи не превосходит 0,5 дБ в полосе до 7 ГГц:

$$K'_{B} = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{a_{0}}{b_{0} + b'_{1}p}$$

где коэффициенты a_0, b_0, b'_1 определяются как

$$\begin{split} a_0 &= 4G_L G_S^2 G_1, \\ b_0 &= 2((G_0 + 0.5G_2)(G_S + G_L) + 2G_S G_L)^2 - G_1^2 (G_S + G_L)^2, \\ b_1' &= -C_1 G_1 (G_S + G_L)^2 + 2C_0 (G_S + G_L) (G_S (G_0 + 0.5G_2) + G_L (G_0 + 0.5G_2)). \end{split}$$

Для оценки полосы пропускания смесителя необходимо определить частоту, соответствующую уменьшению коэффициента передачи на 3 дБ. Для этого воспользуемся соотношением $|K'_B| = K_{\text{max}} / \sqrt{2}$, где K_{max} соответствует максимально достижимому значению коэффициента передачи. Положительный корень решения данного уравнения даёт оценку частоты, соответствующей полосе пропускания:

$$\omega_0 = \frac{-(\omega_0 \pm \omega_{LO}) K_{\max} b' + \sqrt{-K_{\max}^2 b_0^2 + 2a_0^2}}{K_{\max} b'}.$$
 (14)

Аналогичным образом проводится анализ полосы пропускания двойного балансного и тройного балансного смесителей. Значения для частот, соответствующих оценочному значению полосы пропускания, соответствуют (14).

VI. РАСЧЁТ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

В качестве примера представлены результаты расчёта и моделирования двойного балансного смесителя. Были использованы следующие значения: I_{s} =130 нА – ток насыщения диода, U_{0m} =0,05 В – амплитудное значение напряжения сигнала, $U_{LOm}=1,0$ В – амплитудное значение напряжения гетеродина, $R_{S}=50$ Ом – сопротивление источника, $R_{L}=50$ Ом – сопротивление нагрузки; т_р=25 пс – время жизни неосновных носителей заряда, С₁₀=285 фФ – ёмкость перехода при отсутствии приложенного напряжения. Частоты сигнала и гетеродина изменялись в диапазонах 0,05-7 ГГц и 0,1-7,05 ГГц соответственно. Результаты расчёта и моделирования в программных средах ADS и Micro-Cap для коэффициента передачи представлены на рисунке 2. Расчётное значение коэффициента передачи в области низких частот составляет -12,25 дБ, рабочая полоса частот по уровню -3 дБ равна 6,05 ГГц. Оценочное значение полосы рабочих частот согласно (14), составляет 6,12 ГГц. Результаты моделирования и расчёта согласуются в пределах 2 дБ.



Рис. 2. Результаты расчёта и моделирования коэффициента передачи

На рисунке 3 представлены результаты расчета и моделирования коэффициента передачи с учётом изменений, вносимых технологическим разбросом параметров. Для оценки влияния емкостных параметров на характеристики смесителя в расчете учитывался только разброс емкостных параметров. На рисунке 4 представлено изменение развязки «входвыход», на рисунке 5 – изменение развязки «гетеродин-выход». Для рассматриваемых параметров относительное изменение коэффициента схемы передачи $\Delta K/K_0$ на частоте 7 ГГц для случая разброса параметров 1 диода 15% и 2, 3, 4 диодов 20% не превышает 20%, а изменение развязки «вход-выход» ΔK_{RF-IF} при тех же условиях составляет -38,29 дБ. Изменение развязки «гетеродин-выход» ΔK_{LO-IF} при разбросе параметров 1, 2, 3 диодов 20% и 4 диода 0% составляет -27,04 дБ.



Рис. 3. Результаты расчёта (а) и моделирования (б) коэффициента передачи: K – разброс параметров отсутствует; ΔK_1 – разброс параметров 1 диода 0 %, 2, 3, 4 диодов 5 %; ΔK_2 – разброс параметров 1 диода 5 %, 2, 3, 4 диодов 10 %; ΔK_3 – разброс параметров 1 диода 5 %, 2, 3, 3, 4 диодов 10 %; ΔK_4 – разброс параметров 1 диода 10 %, 2, 3, 4 диодов 15 %; ΔK_4 – разброс параметров 1 диода 15 %, 2, 3, 4 диодов 20 %



Рис. 4. Изменение развязки «вход-выход» ΔK_{RF-IF} : ΔK_{RF-IF} – разброс параметров 1 диода 0 %, 2, 3, 4 диодов 5 %; $\Delta K_{RF-IF 2}$ – разброс параметров 1 диода 5 %, 2, 3, 4 диодов 10 %; $\Delta K_{RF-IF 3}$ – разброс параметров 1 диода 10 %, 2, 3, 4 диодов 15 %; $\Delta K_{RF-IF 4}$ – разброс параметров 1 диода 15 %, 2, 3, 4 диодов 20 %



Рис. 5. Изменение развязки «гетеродин-выход» $\Delta K_{LO.IF}$: $\Delta K_{LO.IF, 1}$ – разброс параметров 1, 2, 3 диодов 5 %, 4 диода 0 %; $\Delta K_{LO.IF, 2}$ – разброс параметров 1, 2, 3 диодов 10 %, 4 диода 0 %; $\Delta K_{LO.IF, 3}$ – разброс параметров 1, 2, 3 диодов 15 %, 4 диода 0 %; $\Delta K_{LO.IF, 4}$ – разброс параметров 1, 2, 3 диодов 20 %, 4 диода 0 %

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе развит метод анализа диодных смесителей в базисе узловых потенциалов. В эквивалентной модели диода учтены емкостные параметры. На основе данной методики проведён анализ трёх схем диодных смесителей. Получены аналитические выражения для коэффициента передачи (2), развязки «вход-выход» (3) и развязки «тетеродин-выход» (4). В качестве примера представлены результаты расчёта двойной балансной схемы, подтверждённые моделированием. Результаты расчёта согласуются с результатами моделирования в пределах 1,0-1,5 дБ. Для рассматриваемых параметров схемы I_S =130 нА, U_{0m} =0,05 В, U_{LOm} =1,0 В, R_S = R_L =50 Ом, τ_p =25 пс, C_{j0} =285 фФ:

1. Проведена оценка полосы пропускания смесителя по уровню –3 дБ. Оценочное значение полосы пропускания составляет более 6 ГГц.

Проведена оценка влияния рассогласования плеч смесителя на его амплитудные характеристики. Представлены аналитические выражения для предельных значений ошибок, вносимых разбросом параметров в низкочастотном и высокочастотном приближениях (коэффициент передачи (5-7), развязка «вход-выход» (8-10), развязка «гетеродин-выход» (11-12)). Получены результаты расчёта и моделирования характеристик смесителя с учётом технологического разброса параметров диодов. В данной работе вводится в рассмотрение влияние емкостных параметров смесителя на его характеристики, поэтому результаты получены для случая, когда учитывается разброс емкостных параметров. Например, при разбросе параметров 1 диода 15% и 2, 3, 4 диодов 20% относительное изменение коэффициента передачи двойной балансной схемы $\Delta K / K_0$ не превышает 20%,

а изменение развязки «вход-выход» ΔK_{RF-IF} составляет минус 38,29 дБ. Изменение развязки «гетеродин-выход» ΔK_{LO-IF} при разбросе параметров 1, 2, 3 диодов 20% и 4 диода 0% составляет -27,04 дБ.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Katarmal A., Mecwan A., Patel M. RF CMOS Double Balanced Gilbert Cell Mixer for 5G Application // Proc. 3rd International Conference on Signal Processing and Communication. Coimbatore, India, 2021.
- [2] Naik S. B., Siddharth R. K., Chatterjee A., Nithin K., Vasantha M. H., Kini R. A 1 V Double-Balanced Mixer for 2.4-2.5 GHz ISM Band Applications // Proc. 34th International Conference on VLSI Design and 2021 20th

International Conference on Embedded Systems. Guwahati, India, 2021.

- [3] Hill C., Buckwalter J. A 1-to-18GHz Distributed-Stacked-Complementary Triple-Balanced Passive Mixer With up to 33dBm IIP3 and Integrated LO Driver in 45nm CMOS SOI // Proc. IEEE International Solid- State Circuits Conference. San Francisco, CA, USA, 2022.
- [4] Chen Zh., Choi W., Kenneth O. 270-to-300GHz Double-Balanced Parametric Upconverter Using Asymmetric MOS Varactors and a Power-Splitting-Transformer Hybrid in 65nm CMOS // Proc. IEEE International Solid- State Circuits Conference. San Francisco, CA, USA, 2021.
- [5] Akula M., Kale A., Sturm J. A Double-Balanced N-Phase Passive 3×Sub-Harmonic Down-Conversion Mixer // Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Daegu, Korea, 2021.
- [6] Henderson B., Camargo E. Microwave mixer technology and applications. New York: Artech House, 2013. 877 p.
- [7] Богданович Б.М. Нелинейные искажения в приемноусилительных устройствах. М.: Связь, 1980. 280 с.
- [8] Egami S. Nonlinear, Linear Analysis and Computer-Aided Design of Resistive Mixers // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1974. V. 22. № 3. P. 270–275.
- [9] Kerr A. R. Noise and Loss in Balanced and Subharmonically Pumped Mixers: Part I // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1979. V. 27. № 12. P. 938–943.
- [10] Korotkov A., Golovan O. Theory and Analysis of the Diode Frequency Mixers: Generalized Matrix Approach (Part I: Transfer Function) // Proc. Int. Symp. Signals, Circuits and Systems, Iasi, Romania, July 2021, 6 pages.
- [11] Korotkov A., Golovan O. Theory and Analysis of the Diode Frequency Mixers: Generalized Matrix Approach (Part II: Port Isolation, Mismatch Effect) // Proc. Int. Symp. Signals, Circuits and Systems, Iasi, Romania, July 2021, 4 pages.
- [12] Коротков А.С., Головань О.А. Анализ нелинейных искажений в диодных смесителях в обобщенном матричном виде с использованием рядов Вольтерра // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2021. № 3. С. 182–189.

Linear Analysis of Diode Mixers by the Nodal Equations Method in Generalized Matrix Form in the Frequency Domain Taking into Account Capacitive Parameters

O.A. Golovan, A.S. Korotkov

Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg,

golovan.olga.andreevna@gmail.com

Abstract — The paper is a sequel to the research, in which an analysis approach to diode frequency converters in the generalized matrix form by the nodal equations method is considered. This method allows full formalization of the analysis algorithm. The papers introduce a linearized diode model in the time and frequency domains. Based on the developed equivalent diode model, an iterative algorithm for analyzing both linear and nonlinear characteristics of three diode mixer circuits (balanced, double balanced, and triple balanced) is presented. Theoretical expressions for the conversion gain, the RF-IF isolation and the LO-IF isolation are obtained, and the influence of the mismatch effect of diode parameters is considered. The theoretical expression for the 3-rd order nonlinear distortion coefficient is obtained.

As it is known, the frequency properties of diode frequency converters are determined by the frequency properties of diodes, particularly the p-n junction capacitance and diffusion capacitance. Due to this, it is necessary to further develop the already existing method of analysis of diode frequency converters by introducing capacitive parameters into the diode equivalent circuit, which will allow to estimate the frequency range of the mixers. Thus, this paper introduces an equivalent diode circuit, taking into account its capacitive parameters. If the diode is open, the diffusion capacitance is dominant, the p-n junction capacitance is negligible. Therefore, in this paper, the diode capacitance is represented as a diffusion capacitance. Linear analysis of diode frequency converters (balanced, double balanced and triple balanced) is carried out. Expressions for conversion gain, the RF-IF isolation and the LO-IF isolation are obtained. The influence of technological spread of diode parameters on the conversion gain and port isolations is considered. The frequency properties of the mixers are estimated. As an example, the results of the double balance circuit calculation, which are confirmed by simulation results, are presented. The calculation results agree with the simulation results within 1.0-1.5 dB.

Keywords — diode frequency converters, nodal equations method, conversion gain, RF-IF isolation, LO-IF isolation, mismatch effect, technological spread, frequency range, balanced mixer, double balanced mixer, triple balanced mixer.

REFERENCES

- [1] Katarmal A., Mecwan A., Patel M. RF CMOS Double Balanced Gilbert Cell Mixer for 5G Application // Proc. 3rd International Conference on Signal Processing and Communication. Coimbatore, India, 2021.
- [2] Naik S. B., Siddharth R. K., Chatterjee A., Nithin K., Vasantha M. H., Kini R. A 1 V Double-Balanced Mixer for 2.4-2.5 GHz ISM Band Applications // Proc. 34th International Conference on VLSI Design and 2021 20th International Conference on Embedded Systems. Guwahati, India, 2021.

- [3] Hill C., Buckwalter J. A 1-to-18GHz Distributed-Stacked-Complementary Triple-Balanced Passive Mixer With up to 33dBm IIP3 and Integrated LO Driver in 45nm CMOS SOI // Proc. IEEE International Solid- State Circuits Conference. San Francisco, CA, USA, 2022.
- [4] Chen Zh., Choi W., Kenneth O. 270-to-300GHz Double-Balanced Parametric Upconverter Using Asymmetric MOS Varactors and a Power-Splitting-Transformer Hybrid in 65nm CMOS // Proc. IEEE International Solid- State Circuits Conference. San Francisco, CA, USA, 2021.
- [5] Akula M., Kale A., Sturm J. A Double-Balanced N-Phase Passive 3×Sub-Harmonic Down-Conversion Mixer // Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Daegu, Korea, 2021.
- [6] Henderson B., Camargo E. Microwave mixer technology and applications. New York: Artech House, 2013. 877 p.
- [7] Bogdanovich B.M. Nelineinye iskazheniya v priemnousilitel'nykh ustroistvakh (Nonlinear Distortions in Receivers and Amplifiers). M.: Svyaz', 1980. 280 s.
- [8] Egami S. Nonlinear, Linear Analysis and Computer-Aided Design of Resistive Mixers // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1974. V. 22. № 3. P. 270–275.
- [9] Kerr A. R. Noise and Loss in Balanced and Subharmonically Pumped Mixers: Part I // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1979. V. 27. № 12. P. 938–943.
- [10] Korotkov A., Golovan O. Theory and Analysis of the Diode Frequency Mixers: Generalized Matrix Approach (Part I: Transfer Function) // Proc. Int. Symp. Signals, Circuits and Systems, Iasi, Romania, July 2021, 6 pages.
- [11] Korotkov A., Golovan O. Theory and Analysis of the Diode Frequency Mixers: Generalized Matrix Approach (Part II: Port Isolation, Mismatch Effect) // Proc. Int. Symp. Signals, Circuits and Systems, Iasi, Romania, July 2021, 4 pages.
- [12] Korotkov A.S., Golovan O.A. Nonlinear Distortion Analysis of Diode Frequency Mixers in Generalized Matrix Form Using Volterra Series // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2021. Issue 3. P. 182-189. doi:10.31114/2078-7707-2021-3-182-189.