Моделирование связанных мемристорных осцилляторов с применением схемных симуляторов

В.В. Ракитин, С.Г. Русаков, С.Л. Ульянов

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, г. Москва, ippm@ippm.ru

Аннотация Выполнен пикп моделирования электрических связанных характеристик автогенераторных схем. Обсуждаются результаты моделирования четырёх связанных мемристорных осцилляторов, для которых обеспечиваются режимы синхронизации с коллективным захватом частоты при возможном различии фаз.

Ключевые слова — схемотехническое моделирование, связанные генераторы, синхронизация, функции связи.

I. Введение

В последние годы идея осцилляторных вычислительных архитектур вызывает значительный интерес и стала активной областью исследований в связи с появлением устройств, работающих на основе очень разных физических явлений, и с возможностью реализации компактных генераторов с очень низким энергопотреблением [1-3].

Системы на связанных нано-осцилляторах являются перспективным направлением информации, проектирования систем обработки включая разработку осцилляторных нейронных сетей [4-6]. Осцилляторные нейронные сети (ОНС) на базе связанных осцилляторов рассматриваются в настоящее время как перспективный подход для решения ряда сложных вычислительных проблем, включая распознавание образов, обработку изображений и звуковых сигналов, управление роботами.

Новым скачком в этом направлении исследований стало применение мемристорных приборов и появление новых типов генераторных схем на базе мемристоров [7-14]. Наиболее распространённым мемристорным прибором в таких применениях стал прибор на базе двуокиси ванадия VO₂ [15-22].

Моделирование схем такого класса связано с решением двух основных проблем:

- моделирование режимов синхронизации связанных осцилляторов (см, например, [23-26]);

- учёт вычислительных особенностей, привносимых моделями новых приборов в традиционные методы схемотехнического моделирования (см, например, [27-28]).

В настоящей статье приведены результаты моделирования в системе схемотехнического моделирования электрических характеристик связанных осцилляторов, применяемых в стандартной задаче распознавания образов. В качестве примера выбрана система четырёх осцилляторов на мемристорных приборах. Обсуждается система связанных осцилляторов, в которой обеспечивается коллективный захват частоты при возможном различии фаз.

В разделе II в краткой форме приводится описание применяемой модели базовой приборов вычислительной модификации модели. Результаты моделирования связанных осцилляторов в режиме восстановления «искаженных» образов приведены в разделе III. Пример влияния «силы» резистивных связей на работу для четырех связанных мемристорных осцилляторов приведён в разделе IV.

II. МОДИФИЦИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ VO2 ПРИБОРА

А. Модель прибора на базе двуокиси ванадия VO₂ для схемных симуляторов [15]

Прибор на базе двуокиси ваналия VO₂ представляет собой двухполюсное устройство на основе материала с фазовым переходом, в котором обеспечиваются переходы изолятор-металл (IMT) и металл-изолятор (MIT). Переход обусловлен температурой, вызванной джоулевым нагревом в присутствии приложенного напряжения. Повышение температуры устройства приводит к переходу из состояния с высоким сопротивлением (R_H) в состояние с низким сопротивлением (R_L) и наоборот [21]. Хотя температура устройства является основным фактором, вызывающим переходы, поведение устройства также определяется приложенным напряжением.

Вольт-амперная характеристика (ВАХ) прибора имеет гистерезис, который отражает переход от состояния изолятор к состоянию металл и наоборот. При малых значениях приложенного напряжения прибор находится в состоянии «изолятор» с ВАХ $V=I^*R_H$. При увеличении напряжения и достижении значения $V=V_H$ происходит переход в состояние «металл», величина тока резко возрастает. В этом состоянии ВАХ прибора соответствует прямой $V=I^*R_L$. Обратный переход в состояние «изолятор» происходит при уменьшении напряжения до величины V_L . Переходы характеризуются постоянной времени τ [21].

В работе [15] представлена SPICE модель для устройств VO₂, в которой переходы связаны с высоким напряжением V_H и низким напряжением V_L . Модель состоит из компаратора напряжения, на выход которого подключена цепочка R_0C_0 и резистора с переменным сопротивлением R_f . Компаратор служит для определения состояния прибора, выходное напряжение компаратора изменяется от 0 до 1, и сохраняется на конденсаторе C_0 . Резистор R_f обеспечивает ток прибора в состоянии изолятор и металл.

В. Модификация вычислительной модели VO₂ прибора

В данной работе модель прибора реализована с помощью генераторов напряжения и тока, управляемых напряжением. Эквивалентная схема модели показана на рис. 1.

Управляемый источник напряжения Fc обеспечивает напряжение на его выходе V_{ω} , равное «1» или «0» в зависимости от знака входного напряжения $Vin=V_+-V_-$, где V_+, V_- , напряжения на положительном и отрицательном управляющем входах, соответственно. Напряжение на выходе источника напряжения E1 равно $V_{+} = (V_{H}-V_{L})*V_{O}+V_{L}$. При Vo=0 это напряжение $V_+ = V_L$, при Vo=1 напряжение $V_{+} = V_{H}$. Напряжение на выходе источника напряжения E2 равно V, где V - напряжение между электродами прибора. Источник тока, управляемый напряжением Gf задает ток через прибор $I=Gf^*V$. Здесь Gf – проводимость: Gf = Gmin*(1-Vc) + Gmax*Vc и $Gmin=1/R_H$, $Gmax=1/R_L$, Vc – напряжение на конденсаторе C_0 .

Если прибор находится в состоянии «изолятора», имеем Vo=1, $V_+ = V_H$, Gf = Gmin, так как Vc = 0. При увеличении V до значения V_H происходит переход в состояние «металла» и Vo=0, $V_+ = V_L$, Gf = Gmax. Диаграмма тока при изменении напряжения на приборе показана на рис. 2.

Для сравнения предложенной эквивалентной схемы с моделью [15] была смоделирована схема генератора на основе VO₂ (рис. 3а). На рис. 3б показана полученная с помощью моделирования временная диаграмма генератора.



Рис. 1. Эквивалентная схема модели VO2 прибора



Рис. 2. Модельная зависимость тока прибора при изменении напряжения. V_H=6.1, V_L=0.45



Рис. 3. Схема релаксационного осциллятора а): Rs=47k, Cs= 300 пФ и временная диаграмма выходного сигнала (б) релаксационного осциллятора

III. МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ «ФИЛЬТРАЦИИ» В СИСТЕМЕ ЧЕТЫРЁХ СВЯЗАННЫХ VO₂ генераторов



Рис. 4. Четыре связанных релаксационных генератора с резистивными связями Rc и параметрами Rsi=47k, Csi=300p

Ниже в рамках моделирования электрических характеристик обсуждается применение связанных синхронизированных осцилляторов (рис. 4) для стандартной задачи распознавания образов. В качестве примера для моделирования выбран простейший 4х пиксельный образец.

А. Постановка задачи моделирования

Моделируется поведение системы связанных осцилляторов (рис. 4). Такая система может быть рассмотрена как простейшая ассоциативная память [4,5]. При достижении синхронизации осцилляторов устанавливаются периодические режимы, соответствующие кодам комбинации 4 пикселей. Каждая такая комбинация определяет «образ».

На вход поступает «образ» в искаженном (зашумлённом) виде, что соответствует отклонению от соответствующих значений для кодов комбинации 4 пикселей. Установившийся в результате синхронизации периодический процесс является данном случае результатом процедуры распознавания образов.

Далее применяется символика фазового кодирования:

- white pixel - условная логическая «1» - $\rightarrow \Delta \phi_m = 0^\circ$,

- black pixel - условный логический «0» -→ △ф_m=180°. Для удобства иллюстрации далее для 1-ого осциллятора фиксирован «white» пиксель (фаза 0°).

Состояние системы 4-х связанных осцилляторов задаётся их относительными фазами

$\Delta \phi_1$	$\Delta \phi_2$
$\Delta \phi_3$	$\Delta \phi_4$

Процесс обучения заключается в установлении значений сопротивлений связи, обеспечивающих режим синхронизации для базовых вариантов «образов». Ниже для рассматриваемого примера используется вариант с значениями сопротивлений связи RC=80k.

Далее приведены временные диаграммы синхронизированных периодических режимов работы осцилляторов. Диаграммы иллюстрируют режимы синхронизации, соответствующий базовому набору пикселей, включающему вертикальный, диагональный и горизонтальный варианты «образов». Всего 6 возможных вариантов состояния, в том числе 3 приведённых варианта и 3 симметричных варианта.

1. Вертикальный вариант





1) осцилляторы 1 и 3 в фазе, осцилляторы 2 и 4 в антифазе.

2. Диагональный вариант



2) осцилляторы 1 и 4 в фазе, осцилляторы 2 и 3 в антифазе.

3. Горизонтальный вариант



3) осцилляторы 1 и 2 в фазе, осцилляторы 3 и 4 в антифазе.

Рис. 5. Временные диаграммы стационарных периодических режимов, соответствующих запоминанию «образов» пикселей системой 4 связанных осцилляторов, в том числе для вертикального (1), диагонального (2) и горизонтального (3) вариантов Входное воздействие с точно совпадающими с указанными входными кодами приводит после установления синхронизации к одному из вариантов диаграммы для установившегося периодического решения.

В. Моделирование реакции связанных осцилляторов на «серый» пиксель

Ниже обсуждается моделирование связанных осцилляторов в режиме, когда входное воздействие соответствует «искаженному» образу или «зашумленному» образу. Выполняется моделирование режима фильтрации, цель которого восстановление «искаженного» образа. Рассматриваются случаи входного сигнала с отклонением кодового значения только для одного пикселя, то есть присутствием одного «серого» пикселя в комбинации четырёх пикселей, см., например,



Пример 1 - диагональный вариант

1) На вход подаётся «правильный» диагональный образ



Устанавливается режим синхронизации, соответствующий входному набору пикселей с временной диаграммой, приведённой на рис.5-2.

2) На вход подаётся «искаженный» диагональный

образ с малым отклонением фазы входного сигнала Моделируется режим фильтрации, соответствующий «малому» отклонению фазы входного сигнала (+/- Δф). После переходного процесса устанавливается режим синхронизации, соответствующий «правильному образу».



Имеем восстановленный образ. Получили диаграмму (рис.6а), аналогичную варианту *1*): осцилляторы 1 и 4 в фазе, осцилляторы 2 и 3 в антифазе.

Аналогичная диаграмма получена при малом отклонении фазы входного сигнала в другую сторону (рис.6 б)

0°	205°
180°	0°



Рис. 6. Временные диаграммы стационарных периодических режимов, соответствующих моделированию режима фильтрации, при «малом» отклонению фазы входного сигнала (+/- Δφ)

3) На вход подаётся «искаженный» диагональный образ с большим отклонением фазы входного сигнала. Моделируется режим, соответствующий «большому» отклонению фазы входного сигнала (+/- $\Delta \phi$). После переходного процесса устанавливается режим синхронизации, не соответствующий «правильному образу».



0°	230°
180°	0°



Рис.7. Временные диаграммы стационарных периодических режимов, соответствующих «большому» отклонению фазы входного сигнала (+/- Δφ)

В этом случае не получили восстановленный образ. Нет полного захвата фазы: осцилляторы 1 и 4 в фазе, на рис. 7а осциллятор 3 вышел из антифазы (отстаёт от осциллятора 1 по фазе примерно на 230°), на рис. 7б осциллятор 2 отстаёт на 225°, осциллятор 3 в антифазе.

Пример 2 - вертикальный вариант



1) На вход подаётся «правильный» вертикальный образ



Устанавливается режим синхронизации, соответствующий входному набору пикселей с временной диаграммой, приведённой на рис. 5-1. Получили: осцилляторы 1 и 3 в фазе, осцилляторы 2 и 4 в антифазе.

2) На вход подаётся «искаженный» вертикальный образ с малым отклонением фазы входного сигнала.

Получаем восстановленный образ (рис.8а и рис.8б). Получили осцилляторы 1 и 3 в фазе, осцилляторы 2 и 4 в антифазе





Рис. 8. Временные диаграммы стационарных периодических режимов, соответствующих моделированию режима фильтрации, при «малом» отклонению фазы входного сигнала (+/- Дф)

3) На вход подаётся «искаженный» образ с большим отклонением фазы входного сигнала

0°	90°
0°	180°

Задан сдвиг входной фазы на 90°- примерная граница для распознавания. Значение входной фазы в данном случае приводит к восстановлению другого образа (рис.9а):

white	black
black0	white

Другими словами, восстановление «желаемого вертикального образа не состоялось в связи с «большим» отклонением входной фазы «серого» пикселя.

Аналогичный результат получен при значительном отклонении входной фазы для «серого» пикселя в другую сторону. Вновь получено решение (рис. 9б), соответствующее диагональному образу.



00	240°
0°	180°



Рис. 9. Временные диаграммы установления периодических режимов, соответствующих «большому» отклонению фазы входного сигнала (+/- Δφ).

Значительное отклонение входной фазы привело к диагональному образу, а не к восстановлению вертикального образа.

IV. ВЛИЯНИЕ «СИЛЫ» СВЯЗЕЙ НА РАБОТУ СВЯЗАННЫХ МЕМРИСТОРНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Существенное влияние на работу связанных мемристорных осцилляторов оказывают характер и величина соединительных связей между осцилляторами. B рассматриваемом случае резистивных связей величины сопротивлений Rc определяют «силу» связи. Чем меньше величина сопротивлений, тем сильнее взаимовлияние осцилляторов.

«Сильная» связь приводит в режиме синхронизации к полному или частичному «захвату» фаз колебаний. Потеря ансамблем осцилляторов возможностей иметь периодические решения с разными фазами исключает способность хранения таким ансамблем «образов» с фазовым кодированием в форме установившихся периодических решений. Поэтому выбор значений сопротивлений связи *Rc* в режиме «обучения» ограничен интервалом вариации значений *Rc*, сохраняющим «слабую» связь.

Ниже приведены результаты численных экспериментов, иллюстрирующие влияние величин сопротивлений связи *Rc* для рассматриваемого выше примера (рис.4). В примерах величины всех сопротивлений связи *Rc* берутся одинаковыми.

Приводимые далее результаты вариации сопротивлений связи *Rc* соответствуют рассмотренному выше вертикальному варианту комбинации четырёх пикселей.

Проведённые расчёты для значений Rc в диапазоне 30K $\leq Rc \leq 100$ K с шагом 10K показали, что для значений до 70K включительно в системе четырёх связанных осцилляторов действует сильная связь. Фаза первого осциллятора доминирует, все осцилляторы работают в фазе (рис.10).



Рис. 10. Работа осцилляторов в режиме «сильной» связивсе осцилляторы в фазе: $\Delta \phi_{out} i = 0$.

В таблицах 1, 2 приведены результаты вычислений выходной фазы для вертикального варианта с меньшим шагом изменения сопротивлений связи *Rc*. Вычисленные значения фазы относятся, соответственно, к рассмотренным выше вариантам моделирования для «правильного» вертикального образа (Табл. 1) и для режима «фильтрации» восстановления при отклонении фазы входного сигнала (Табл. 2). Выходные фазы в таблицах сопровождаются принятыми символами.

				Таблица 1
	$R_{C} = 72 K$	$R_{C} = 73 K$	$R_C = 74 K$	$R_{C} = 75 K$
$\Delta \phi_{out} 2$	0.44109	0.440051	179.716	179.592
	white	white	black	black
$\Delta \phi_{out} 4$	0.44109	0.440051	179.716	179.592
	white	white	black	black

				Таблица 2
	$R_{C} = 72 K$	$R_{C} = 73 K$	$R_C = 74 K$	$R_{C} = 75 K$
$\Delta \phi_{out} 2$	0.44007	179.698	179.697	179.594
	white	black	black	black
$\Delta \phi_{out} 4$	0.44007	179.698	179.697	179.594
	white	black	black	black

Как видно из таблицы 1, для данного примера желаемый характер функционирования четырёх связанных осцилляторов достигается, начиная со значения Rc=74 К. Близкие результаты вычислений получены для режима восстановления. Здесь получено граничное значение сопротивлений связи Rc=73 К.

Поддержка

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект19-29-03012 мк).

ЛИТЕРАТУРА

- T. Wang and J. Roychowdhury, Design tools for oscillatorbased computing systems // 52nd ACM/EDAC/IEEE Design Automation Conference (DAC), San Francisco, CA, 2015, pp. 1-6, doi: 10.1145/2744769.2744818.
- [2] G. Csaba, A. Raychowdhury, S. Datta and W. Porod, Computing with Coupled Oscillators: Theory, Devices, and Applications // 2018 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), Florence, 2018, pp. 1-5, doi: 10.1109/ISCAS.2018.8351664.
- [3] G. Csaba, W. Porod, Coupled oscillators for computing: a review and perspective // Appl. Phys. Rev., 2020, vol. 7, 011302.

- [4] F.C. Hoppensteadt, E.M. Izhikevich, Pattern recognition via synchronization in phase-locked loop neural networks // IEEE Trans. Neural Netw., 2000, vol. 11, pp. 734–738.
- [5] C. Delacour and A. Todri-Sanial, Mapping Hebbian Learning Rules to Coupling Resistances for Oscillatory Neural Networks // Front. Neurosci., 2021, vol. 15, 15:694549. doi: 10.3389/fnins.2021.694549.
- [6] A. Raychowdhury, A. Parihar, G. H. Smith et al. Computing with networks of oscillatory dynamical systems. // Proceedings of the IEEE, 2019, 107(1):73–89.
- [7] Zidan M., Omran H, Smith C., Radwan A.G., Salama K.N. E. A. Family of Memristor Based Reactance Less Oscillators // Int. J. Circuit Theory and Applications. 2014. vol. 42. no 11. P. 1103–1122. DOI:10.1002/cta.1908.
- [8] Radwan A.G., Fouda M.E. On the Mathematical Modeling of Memristor, Memcapacitor, and Meminductor // Cham: Springer International Publishing, Switzerland, 2015. DOI: 10.1007/978-3-319-17491-4. http://www.springer.com/978-3-319-17490-7.
- [9] Fouda M.E., Radwan A.G. Memristor-based voltagecontrolled relaxation oscillators // Int. J. Circ. Theor. Appl. 2013. vol. 42, no. 10, pp.1092-1102.
- [10] Ракитин В.В., Русаков С.Г. Генераторные схемы на мемристорных элементах // Информационные технологии. 2015. Т. 21. № 10. С. 772-781.
- [11] Ракитин В.В., Русаков С.Г. Принципы функционирования безреактивных генераторов на мемристорах // Радиотехника и электроника. 2017. №6. С. 601-606.
- [12] Ракитин В.В., Русаков С.Г. Мемристорный генератор на триггере Шмитта с несколькими устойчивыми состояниями динамического равновесия // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2016. Вып. 1. С. 79-85.
- [13] Ракитин В.В. Симметризированный мемристорный релаксационный генератор // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем. 2018. Выпуск 1. С. 133-139. doi:10.31114/2078-7707-2018-1-133-139.
- [14] V. V. Rakitin, and S. G. Rusakov, Functional Capabilities of Coupled Memristor-Based Reactance-Less Oscillators, in Memristor - An Emerging Device for Post-Moore's Computing and Applications. London: IntechOpen, 2021, doi: 10.5772/intechopen.97808.
- [15] P. Maffezzoni, L. Daniel, N. Shukla et al. Modeling and simulation of vanadium dioxide relaxation oscillators //IEEE Trans. Circuits Syst. I, 2015, vol. 62, no. 9, pp. 2207–2215.
- [16] Velichko A.; Belyaev M.; Putrolaynen V et al.. Switching dynamics of single and coupled VO2-based oscillators as elements of neural networks. // Int. J. Mod. Phys. B, 2017, Vol. 31, No. 02, 1650261.

- [17] Velichko A., Belyaev M., Putrolaynen V., Boriskov P. A New Method of the Pattern Storage and Recognition in Oscillatory Neural Networks Based on Resistive Switches // Electronics, 2018, 7(10), 266. doi:10.3390/electronics7100266.
- [18] E. Corti, B. Gotsmann, K. Moselund et al. Scaled resistively-coupled VO2 oscillators for neuromorphic computing // Solid State Electron., 2020, vol. 168, 107729.
 [19] E. Corti, J.A. Cornejo Jimenez, K. M. Niang et al., Coupled
- [19] E. Corti, J.A. Cornejo Jimenez, K. M. Niang et al., Coupled VO2 Oscillators Circuit as Analog First Layer Filter in Convolutional Neural Networks // Frontiers in Neuroscience, 2021, vol. 15.
- [20] A. Todri-Sanial et al., How Frequency Injection Locking Can Train Oscillatory Neural Networks to Compute in Phase, // In IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022, vol. 33, no. 5, pp. 1996-2009, doi: 10.1109/TNNLS.2021.3107771.
- [21] Shamsi J. et al. Hardware Implementation of Differential Oscillatory Neural Networks Using VO₂-Based Oscillators and Memristor-Bridge Circuits // Frontiers in Neuroscience, 2021, vol. 15, doi 10.3389/fnins.2021.674567.
- [22] Núñez J, Avedillo MJ, Jiménez M, et al., Oscillatory Neural Networks Using VO₂ Based Phase Encoded Logic // Frontiers in Neuroscience, 2021, vol. 15, doi: 10.3389/fnins.2021.655823.
- [23] M. Bonnin, F. Corinto and M. Gilli, Periodic Oscillations in Weakly Connected Cellular Nonlinear Networks // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2008, vol. 55, no. 6, pp. 1671-1684, doi: 10.1109/TCSI.2008.916460.
- [24] P. Ashwin, S. Coombes, R. Nicks, Mathematical Frameworks for Oscillatory Network Dynamics in Neuroscience // J. Math. Neurosc., 2016, 6, 2, doi:10.1186/s13408-015-0033-6.
- [25] Гурарий М.М., Русаков С.Г. Параметризованная модель Курамото для связанных осцилляторов с дробными соотношениями частот // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2020. Выпуск 1. С. 40-45. doi:10.31114/2078-7707-2020-1-40-45.
- [26] Гурарий М.М., Русаков С.Г., Ульянов С.Л. Разработка методов анализа режима взаимной синхронизации автогенераторов в интегральных схемах // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем - 2010. Сборник трудов / под общ. ред. академика А.Л.Стемпковского. 2010. С. 138-143.
- [27] R. Riaza, Dynamical properties of electrical circuits with fully nonlinear memristors // Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2011, 12, 3674-3686. ArXiv preprint 1008.2528, 2010.
- [28] Biolek Z. et al. Differential Equations of Ideal Memristors // Radioengineering, 2015, 24, 369-377.

Analysis of Coupled Memristor based Oscillators using Circuit Simulators

V.V. Rakitin, S.G. Rusakov, S.L. Ulyanov

Institute for design problems in microelectronics of RAS, Moscow, ippm@ippm.ru

Abstract — The cycle of simulation of the electrical characteristics has been performed for coupled oscillators. The simulation results of synchronization modes for four coupled memristor based oscillators are discussed in which

the collectively lock in frequency with possible phase differences are provided.

Keywords — circuit simulation, coupled oscillators, synchronization, coupling functions.

REFERENCES

- T. Wang and J. Roychowdhury, "Design tools for oscillatorbased computing systems," 52nd ACM/EDAC/IEEE Design Automation Conference (DAC), San Francisco, CA, 2015, pp. 1-6, doi: 10.1145/2744769.2744818.
- [2] G. Csaba, A. Raychowdhury, S. Datta and W. Porod, "Computing with Coupled Oscillators: Theory, Devices, and Applications," 2018 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), Florence, 2018, pp. 1-5, doi: 10.1109/ISCAS.2018.8351664.
- [3] G. Csaba and W. Porod, "Coupled oscillators for computing: a review and perspective," Appl. Phys. Rev., vol. 7, 011302, 2020.
- [4] F.C. Hoppensteadt, and E.M. Izhikevich, "Pattern recognition via synchronization in phase-locked loop neural networks," IEEE Trans. Neural Netw., vol. 11, pp. 734– 738, 2000.
- [5] C. Delacour and A. Todri-Sanial, "Mapping Hebbian Learning Rules to Coupling Resistances for Oscillatory Neural Networks", working paper or preprint, https://hallirmm.ccsd.cnrs.fr/lirmm-03197299, 2021. doi: 10.3389/fnins.2021.694549.
- [6] A. Raychowdhury, A. Parihar, G. H. Smith et al. "Computing with networks of oscillatory dynamical systems", Proceedings of the IEEE, 107(1):73–89, 2019.
- [7] M Zidan., H. Omran, C. Smith, A.G. Radwan, K.N. E. A. Salama, "Family of Memristor Based Reactance Less Oscillators," Int. J. Circuit Theory and Applications. 2014. vol. 42. № 11. P. 1103–1122. DOI: 10.1002/cta.1908.
- [8] A.G. Radwan, M.E. Fouda, "On the Mathematical Modeling of Memristor, Memcapacitor, and Meminductor," Cham: Springer International Publishing Switzerland, 2015, 231 p. DOI: 10.1007/978-3-319-17491-4.
- [9] M.E. Fouda, A.G. Radwan, "Memristor-based voltagecontrolled relaxation oscillators," Int. J. Circ. Theor. Appl. 2013. vol. 42, no. 10, pp.1092-1102.
- [10] V.V. Rakitin, S.G Rusakov, "Memristor based Oscillator circuits," // Information Technologies. 2015. T. 21. № 10. C. 772-781.
- [11] V.V. Rakitin, S.G Rusakov, "Operating principles of reactance-less memristor-based oscillators," J. Commun. Technol. Electron., 2017, vol. 62, no. 6, pp. 621–625. DOI: 10.1134/S1064226917060183.
- [12] Rakitin V.V., Rusakov S.G. Memristor oscillator Schmitt trigger with multiple steady states of dynamic equilibrium // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2016. Proceedings / edited by A. Stempkovsky, Moscow, IPPM RAS, 2016. Part 1. P. 79-85.
- [13] V. V. Rakitin The Symmetrized Memristor Relaxation Oscillator // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development. 2018. no.1. C. 133-139. doi:10.31114/2078-7707-2018-1-133-139.
- [14] V. V. Rakitin, S. G. Rusakov, "Functional Capabilities of Coupled Memristor-Based Reactance-Less Oscillators", in Memristor - An Emerging Device for Post-Moore's

Computing and Applications. London: IntechOpen, 2021 doi: 10.5772/intechopen.97808.

- [15] P. Maffezzoni, L. Daniel et al. "Modeling and simulation of vanadium dioxide relaxation oscillators," IEEE Trans. Circuits Syst. I, 2015, vol. 62, no. 9, pp. 2207–2215.
- [16] Velichko A., Belyaev M.; Putrolaynen V. et al. "Switching dynamics of single and coupled VO2-based oscillators as elements of neural networks", Int. J. Mod. Phys. B 2017, 31, 1650261.
- [17] Velichko A., Belyaev M.; Putrolaynen V.; et al. "New Method of the Pattern Storage and Recognition in Oscillatory Neural Networks Based on Resistive Switches", Electronics. 2018, 7, 266.
- [18] E. Corti, B. Gotsmann, K. Moselund et al. "Scaled resistively-coupled VO2 oscillators for neuromorphic computing," Solid State Electron., vol. 168, 107729, 2020.
- [19] E. Corti, J.A. C. Jimenez, K. M. Niang et al., "Coupled VO2 Oscillators Circuit as Analog First Layer Filter in Convolutional Neural Networks", Frontiers in Neuroscience, vol. 15, 2021.
- [20] A. Todri-Sanial et al., "How Frequency Injection Locking Can Train Oscillatory Neural Networks to Compute in Phase," in IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, vol. 33, no. 5, pp. 1996-2009, May 2022, doi: 10.1109/TNNLS.2021.3107771.
- [21] Shamsi J. et al. "Hardware Implementation of Differential Oscillatory Neural Networks Using VO 2-Based Oscillators and Memristor-Bridge Circuits." Frontiers in Neuroscience 15 (2021): n. pag.
- [22] Núñez J, Avedillo M.J, Jiménez M, et al., (2021) "Oscillatory Neural Networks Using VO2 Based Phase Encoded Logic." Frontiers in Neuroscience 15 (2021): doi: 10.3389/fnins.2021.655823.
- [23] M. Bonnin, F. Corinto and M. Gilli, "Periodic Oscillations in Weakly Connected Cellular Nonlinear Networks," in IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, vol. 55, no. 6, pp. 1671-1684, July 2008. doi: 10.1109/TCSI.2008.916460.
- [24] P. Ashwin, S. Coombes, R. Nicks, "Mathematical Frameworks for Oscillatory Network Dynamics in Neuroscience," J. Math. Neurosc. 6, 2 (2016) doi:10.1186/s13408-015-0033-6
- [25] M.M. Gourary, S.G. Rusakov, "Parameterized Kuramoto Model for Coupled Oscillators with Fractional Frequencies Ratios," //Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development. 2020. no.1. C. 40-45. doi:10.31114/2078-7707-2020-1-40-45.
- [26] Gourary M.M., Rusakov S.G., Ulyanov S.L. The Development of the Method for Analyzing Mutual Synchronization Mode of Oscillators in Integrated Circuit //Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2010. P. 138-143.
- [27] R. Riaza, "Dynamical properties of electrical circuits with fully nonlinear memristors", Nonlinear Analysis: Real World Applications 12 (2011) 3674-3686. ArXiv preprint 1008.2528, 2010.
- [28] Biolek, Z. et al. "Differential Equations of Ideal Memristors." Radioengineering 24 (2015): 369-377.